ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ИХ СВОЙСТВА

Волновое уравнение для электромагнитного поля.

- **Электромагнитная волна** – процесс распространения электромагнитного поля в пространстве с конечной скоростью.
- Уравнения Максвелла:

$$rot\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \qquad rot\ \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \underbrace{\vec{j}}_{0} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

$$div\ \vec{D} = \underbrace{\rho}_{0} = 0. \qquad div\ \vec{B} = 0.$$

Пусть среда, в которой распространяются электромагнитные волны,

- однородная и нейтральная, $\rho = 0$,

- непроводящая, $j = 0$.

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}; \qquad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

$$rot\,\vec{E} = \left[\nabla\,\vec{E}\right] = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \qquad rot\,\vec{H} = \left[\nabla\,\vec{H}\right] = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t};$$

$$div\,\vec{E} = \nabla\,\vec{E} = 0; \qquad div\,\vec{H} = \nabla\,\vec{H} = 0.$$

- Возьмем ротор от обеих частей первого уравнения:

$$\left[\nabla, \left[\nabla\,\vec{E}\right]\right] = -\mu\mu_0 \left[\underbrace{\nabla}_{\substack{\text{диф .по} \\ \text{координате}}}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right].$$

- Меняем последовательность дифференцирования по координатам и времени:

$$\left[\nabla, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right] = \frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla \vec{H}\right],$$

$$\left[\nabla \vec{H}\right] = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\left[\nabla, \left[\nabla \vec{E}\right]\right] = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.}$$

$$\boxed{\left[\nabla, \left[\nabla \vec{E}\right]\right] = rotrot\ \vec{E} = \nabla\left(\underbrace{\nabla \vec{E}}_{\substack{ур.(2) \\ =0}}\right) - \Delta\vec{E} = graddiv\ \vec{E} - \Delta\vec{E} = 0 - \Delta\vec{E}.}$$

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

- Скорость света в вакууме: $$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon\mu \underbrace{\varepsilon_0 \mu_0}_{\frac{1}{c^2}} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

- Раскрыли оператор Лапласа
- Аналогично:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \dfrac{\varepsilon\mu}{c^2} \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \\[2em] \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \dfrac{\varepsilon\mu}{\underbrace{c^2}_{1/\upsilon^2}} \dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \end{array}\right\}$$

$$\boxed{\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}$$

- В вакууме $\varepsilon = 1, \quad \mu = 1 \quad \Rightarrow \quad \upsilon = c.$

Свойства электромагнитных волн

- Скорость распространения электромагнитных волн

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n},$$ где n – показатель преломления среды.

Таким образом:

- Скорость распространения электромагнитных волн в среде меньше, чем в вакууме,
- Среда влияет на распространение электромагнитных волн, они преломляются, отражаются, поглощаются.

Свойства электромагнитных волн

- Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в нейтральной непроводящей среде с постоянными проницаемостями ε и μ, причем ось *x* направляем перпендикулярно волновым поверхностям (т.е. компоненты векторов ***E*** и ***H*** не будут зависеть от координат *y* и *z*):

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0, \qquad (1) \qquad\qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \qquad (2) \qquad\qquad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \qquad (3) \qquad\qquad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}, \qquad (7)$$

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial x} = 0, \qquad (4) \qquad\qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \qquad (8)$$

Свойства электромагнитных волн

- Электромагнитная волна – поперечная, вектора ***E*** и ***H*** лежат в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны, т.е. к вектору ***v*** в рассматриваемой точке поля.

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (3) \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (6) \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}, (7)$$

Волновые уравнения Решения уравнений:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Свойства электромагнитных волн

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (3) \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (6)$$

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1) = \mu\mu_0 \omega H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2)$$
$$kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2) = \varepsilon\varepsilon_0 \omega E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1)$$

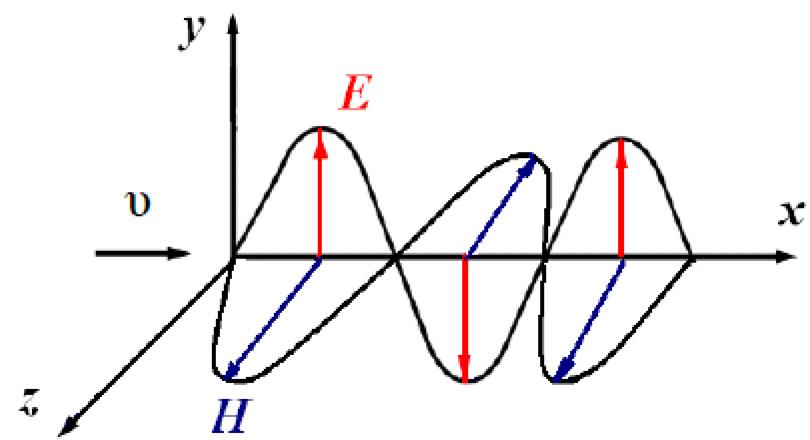
Следовательно, начальные фазы равны: $\alpha_1 = \alpha_2$ и выполняются соотношения:

$kE_m = \mu\mu_0 \omega H_m,$

$\varepsilon\varepsilon_0 \omega E_m = kH_m.$ $\quad \Rightarrow \quad \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$

$$E_m \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}$$

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_m} \cos(\omega t - kx),$$
$$\vec{H} = \overrightarrow{H_m} \cos(\omega t - kx).$$



Свойства электромагнитных волн

- Вектора ***E*** и ***H*** взаимно перпендикулярны, причем вектора ***E***, ***H*** и ***v*** образуют правовинтовую тройку.
- Вектора ***E*** и ***H*** колеблются в одной фазе – одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимума.
- Мгновенные значения векторов ***E*** и ***H*** связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E = \sqrt{\mu\mu_0}\,H\,.$$

- Электромагнитная волна переносит энергию (т.к. мы можем обнаружить электромагнитную волну).
- Электромагнитная волна оказывает на тело давление, т.к. заряженные частицы тела в магнитном поле волны начинают двигаться под действием силы Лоренца

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right].$$

Экспериментальные исследования электромагнитных волн

- Первые опыты с несветовыми электромагнитными волнами были осуществлены Г. Герцом в 1888 г.
- Для получения волн Герц применил изобретенный им вибратор, состоящий из двух стержней, разделенных искровым промежутком.
- Герц получал направленные плоские волны длиной от 0,6 до 10 м.
- С помощью больших металлических зеркал и асфальтовой призмы Герц осуществил отражение и преломление электромагнитных волн и обнаружил, что оба этих явления подчиняются законам, установленным в оптике для световых волн.
- Герц доказал поперечность электромагнитных волн, располагая на пути волн решетку из параллельных друг другу медных проволок и вращая ее вокруг луча.

Энергия электромагнитных волн

- Объемная плотность энергии электромагнитной волны:

$$\begin{cases} w = w_E + w_H = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \\ \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu\mu_0}\, H, \\ \upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \end{cases}$$

$$w = 2w_E = 2w_H = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 =$$

$$= \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}\, EH = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH = \frac{1}{\upsilon} EH$$

- **Плотность потока энергии** равна плотности энергии, умноженной на скорость волны:

$$j = S = w\upsilon = EH\ .$$

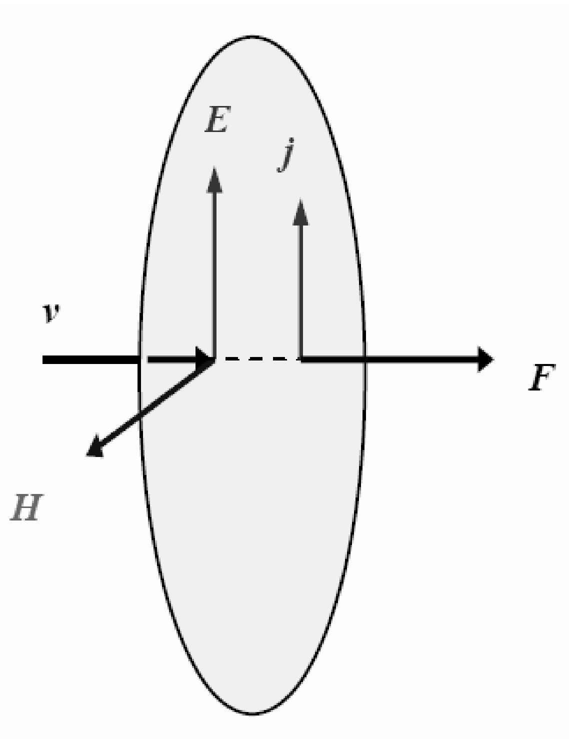
- Векторы ***E***, ***H*** и ***v*** образуют правовинтовую тройку, следовательно, векторное произведение $\left[\vec{E}, \vec{H}\right]$ совпадает с направлением переноса энергии, т.е. с вектором ***v***.
- Запишем плотность потока энергии как векторную величину:

$$\vec{S} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]$$

– **вектор Умова-Пойнтинга**– энергия, переносимая электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Импульс электромагнитного поля

- Поглощаясь каким-либо телом, электромагнитная волна сообщает этому телу некоторый импульс, т.е. оказывает на него давление.



Плоская волна нормально падает на поверхность тела с ε=1, μ=1.

Электрическое поле волны возбуждает в теле ток плотности $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, где $\sigma = \frac{1}{\rho}$.

σ – удельная проводимость,

ρ – удельное сопротивление.

Магнитное поле волны действует на этот ток силой Лоренца.

$$\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_{волны}.$$

- Сила Лоренца, действующая на единицу объема:

$$\vec{F}_{ed.V} = \left[\vec{j}, \vec{B}\right] = \left[\vec{j}, \mu\mu_0 \vec{H}\right] = \mu_0 \left[\vec{j}, \vec{H}\right]. \quad (1)$$

$\vec{F}_{Л} = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$ - сила Лоренца, действующая на точечный заряд *q*.

$\vec{F}_{Л} = dq\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$ - сила Лоренца, действующая на заряд *dq* в объеме *dV*

$$\vec{F}_{ed.V} = \frac{dq}{dV}\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] = \frac{dq}{dSdl} \cdot \frac{dt}{dt}\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] = \frac{dq}{\underbrace{dtdS}_{j}}\left[\frac{\overbrace{\vec{\upsilon}\,dt}^{dl}}{dl}, \vec{B}\right] = \left[\vec{j}, \vec{B}\right].$$

- Поверхностному слою $dV=dS \cdot dl=1 \cdot dl$ в единицу времени сообщается импульс

$$\left.\begin{aligned} dp &= F_{ед.V}\, dl \cdot \underbrace{dS}_{1} \cdot \underbrace{dt}_{1}. \\ \angle \vec{j}, \vec{H} &= \frac{\pi}{2}. \end{aligned}\right\} \quad dp = \mu_0 jHdl. \qquad (2)$$

- В объеме dV за единицу времени поглощается энергия

$$dW = jEdl. \qquad (3)$$

- Делим уравнение (2) на (3), получаем:

$$\frac{dp}{dW} = \frac{p}{W} = \frac{\mu_0 jHdl}{jEdl} = \mu_0 \frac{H}{E}. \qquad \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu\mu_0}\, H \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{H}{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}.$$

$$\frac{p}{W} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c}. \qquad (4) \qquad\qquad p = \frac{W}{c}. \qquad (5)$$

$$\varepsilon = 1, \qquad \mu = 1; \qquad p = mc$$

$$W = mc^2$$

- связь массы и энергии.

- Измеренное Лебедевым и рассчитанное в соответствии с теорией Максвелла значение импульса очень мало. Например, на расстоянии 1 м от источника света силой в миллион свечей давление составляет всего лишь около 10^{-7} Па.
- Максвелл показал, что давление электромагнитной волны

$$p=(1+R)w$$

где R – коэффициент отражения, $R_з = 1$, $R_ч = 0$.

Т.е. для идеально отражающей поверхности импульс в два раза больше.

Излучение диполя

- Процесс возбуждения электромагнитных волн какой-либо системой в окружающее пространство называется **излучением электромагнитных волн**.

Электромагнитные волны возбуждают:

- электрические заряды, движущиеся с ускорением (электрическая цепь, ток в которой изменяется; электроны, ускоряемы е в ускорителях),
- в веществе возможно излучение Вавилова-Черенкова (1934 г.) при движении частиц с фазовой скоростью большей скорости света в этом веществе.

Излучение диполя

- Простейшая излучающая система – **электрический диполь**, дипольный момент p_l которого изменяется с течением времени.
- Такой диполь называется **осциллятором** или **элементарным вибратором**.

- Осциллятором пользуются для моделирования и расчета полей реальных систем. Если размеры излучающей системы малы по сравнению с длиной λ излучаемых волн, то в *волновой зоне*, т.е. в точках, отстоящих от системы на $r >> \lambda$, поле излучения близко к полю излучения осциллятора, имеющего такой же электрический момент, как и вся излучающая система.

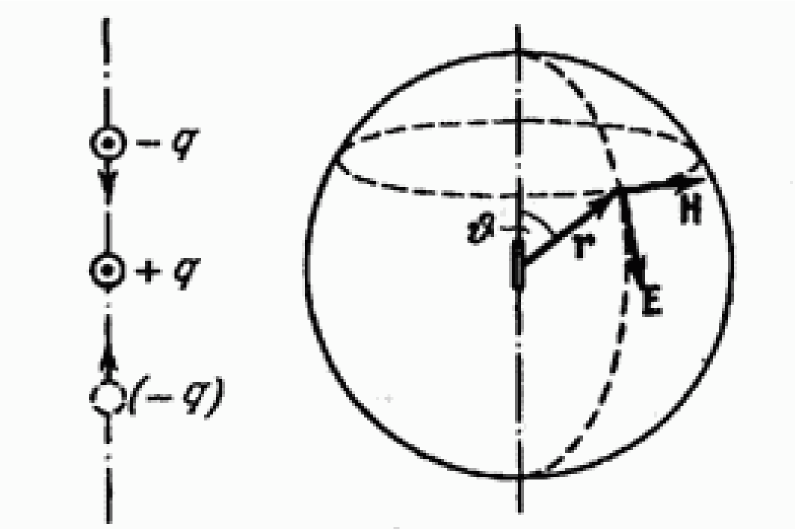
Излучение диполя

- **Линейный гармонический осциллятор** – электрический диполь, момент которого изменяется по гармоническому закону

$$\vec{p}_l = \vec{p}_0 \cos \omega t; \qquad \left|\vec{p}_0\right| = const \quad = q \cdot l.$$

- Если поле распространяется в однородной, изотропной среде, то во всех точках, находящихся на одинаковом расстоянии r от диполя, фаза гармонических колебаний одинакова. Следовательно, волновой фронт сферический, и волна, излучаемая диполем, *сферическая*.

Излучение диполя

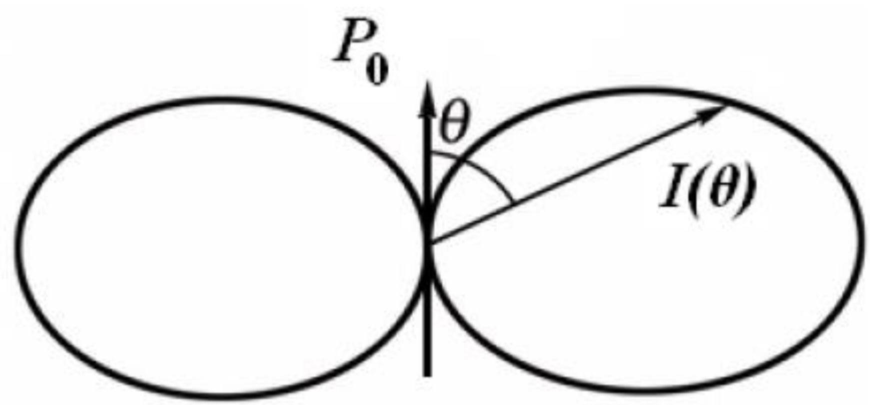


Амплитуда колебаний векторов ***E*** и ***H*** пропорциональна $\frac{1}{r} sin\theta$, где θ – угол между вектором ***r*** и осью диполя.

$$< S > \sim \frac{1}{r^2} sin^2\theta$$

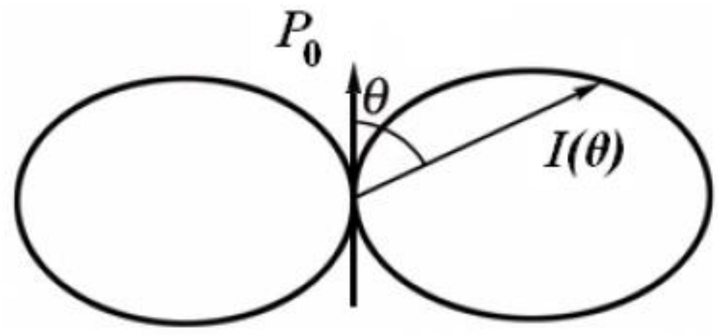
Интенсивность излучения

$$I \sim A^2 \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$



В полярных координатах $(\vec{r}, \theta)$ зависимость интенсивности излучения от угла θ называется **диаграммой направленности излучения диполя.**

Излучение диполя



Диполь сильнее всего излучает в направлении, составляющем угол $\theta = \frac{\pi}{2}$, т.е. в плоскости, проходящей через середину диполя перпендикулярно его оси.

Вдоль своей оси $\theta = 0;\ \pi$диполь не излучает совсем.

Средняя мощность излучения диполя (энергия, излучаемая по всем направлениям в единицу времени)

$$\langle P \rangle \sim p_0^2 \omega^4 .$$

Следовательно, при малой частоте колебаний ω (например, линии передач переменного тока) излучение электрических систем незначительно.

Шкала электромагнитных волн

- В зависимости от частоты (или длины волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$), а так же способа излучения и регистрации, различаютнесколько видов электромагнитных волн.
- Радиоволны, $\lambda > 5 \cdot 10^{-5}$м, $\nu < 6 \cdot 10^{12}$Гц.
- Оптическое излучение (световые волны), условныеграницы λ: 10 нм – 1 мм.
- Рентгеновское излучение, λ = 10 – 100 нм.
- Гамма-излучение, λ< 0,1 нм.

- В связи с особенностями распространения и генерации весь диапазон радиоволн принято делить на 9 поддиапазонов:

1. сверхдлинные $\lambda > 10^5$ м,
2. длинные волны $10^4 – 10^3$ м,
3. средние волны $10^3 – 10^2$ м,
4. короткие волны $10^2 – 10$ м,
5. метровые 10 – 1 м,
6. дециметровые 1 – 0,1 м,
7. сантиметровые 0,1 – 0,01 м,
8. миллиметровые $10^{-2} – 10^{-3}$ м,
9. субмиллиметровые $10^{-3} – 5\cdot 10^{-5}$ м.

- По международному регламенту радиосвязи радиочастоты делятся на 12 диапазонов.

Оптическое излучение:

- **инфракрасное излучение** – электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами, λ = 1мм – 770 нм.
- **видимое излучение** (видимый свет) способно вызывать зрительное ощущение в глазе, λ = 770 нм – 380 нм.
- **ультрафиолетовое излучение**, λ = 380 – 10 нм.

Рентгеновское излучение (рентгеновские лучи) – электромагнитное излучение, которое возникает при взаимодействии элементарных частиц и фотонов с атомами вещества, λ = 10 – 100 нм.

Гамма-излучение (гамма лучи) испускается возбуждёнными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях, при распаде частиц, аннигиляции частица-античастица и других процессах, λ < 0,1 нм.

Геометрическая оптика

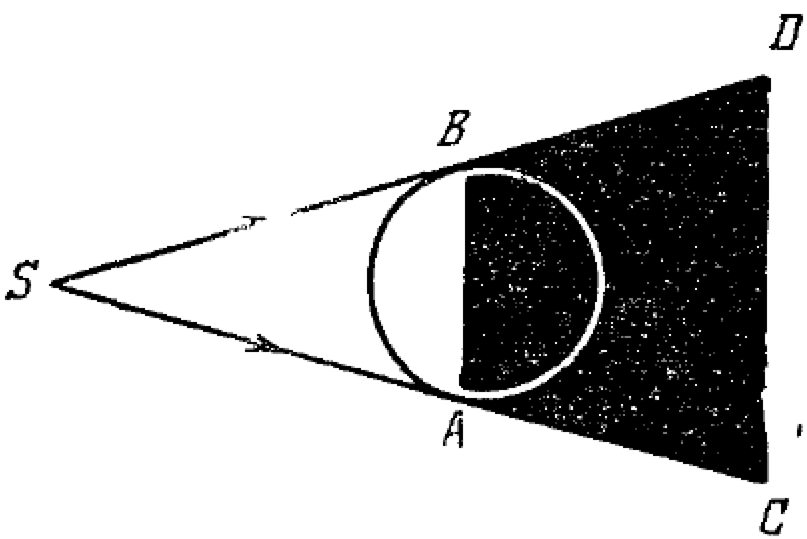
Основа геометрической оптики:

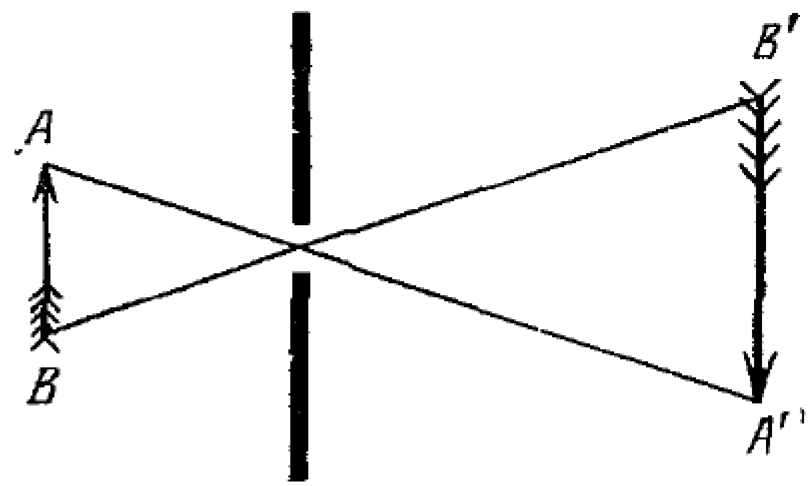
- Закон прямолинейного распространения света;
- Закон независимости световых пучков;
- Закон отражения света;
- Закон преломления света.

Геометрическая оптика

<u>Закон прямолинейного распространения света:</u>

- Свет в прозрачной однородной среде распространяется по прямым линиям.





Геометрическая оптика

Закон независимости световых пучков:

- Распространение всякого светового пучка в среде совершенно не зависит от того, есть в ней другие пучки света или нет.

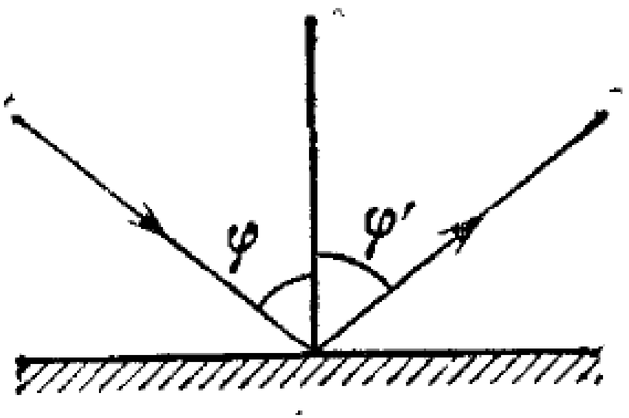
Дополнение:

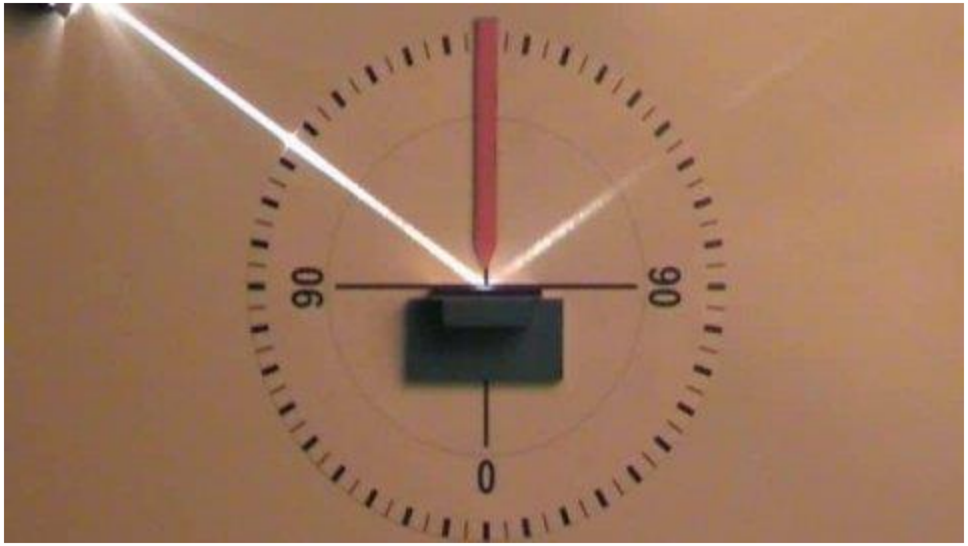
- Освещенность экрана, создаваемая несколькими световыми пучками, равна сумме освещенностей, создаваемых каждым пучком в отдельности.

Геометрическая оптика

Закон отражения света:

- Падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения (эта плоскость называется плоскостью падения), причем угол падения φ равен углу отражения φ'.





Геометрическая оптика

Закон преломления света:

- Преломленный луч лежит в плоскости падения, причем отношение синуса угла падения φ к синусу угла преломления ψ для рассматриваемых сред зависит только от длины световой волны, но не зависит от угла падения, т.е.

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = n_{21}$$

n_{21} – относительный показатель преломления или коэффициент преломления второй среды относительно первой.

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Показатель преломления среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления среды.

$$n_1 \sin\varphi = n_2 \sin\psi$$