

Задание N 14.

Дифференциальные

**УРАВНЕНИЯ**

1. Дайте определения дифференциального уравнения 1-го порядка, его общего и частного решений. Задача Коши. Геометрический смысл уравнения и его решений.
2. Сформулируйте теорему существования и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка.
3. Какие уравнения 1-го порядка называются уравнениями с разделенными и разделяющимися переменными? В каких случаях возможно разделение переменных?
4. Какие уравнения 1-го порядка называются однородными? Изложите метод интегрирования однородных уравнений.
5. Какие уравнения 1-го порядка называются линейными? Изложите методы решения линейных уравнений.
6. Расскажите об интегрировании уравнения Бернулли.
7. Дайте определение уравнения в полных дифференциалах. Изложите метод его решения.
8. Дайте определения дифференциального уравнения 2-го порядка, его общего и частного решений. Проиллюстрируйте их геометрический смысл.
9. Сформулируйте задачу Коши для уравнения 2-го порядка. и теорему существования и единственности ее решения.
10. В каких случаях уравнения высших порядков допускают понижение порядка? Изложите методы интегрирования таких уравнений.
11. Дайте определения линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка (однородного и неоднородного). Сформулируйте основные свойства частных решений линейного однородного уравнения.
12. Сформулируйте понятие и критерий линейной зависимости и линейной независимости системы функций. Определитель Вронского.
13. Сформулируйте теорему о структуре общего решения однородного линейного уравнения (на примере уравнения 2-го порядка).
14. Изложите метод нахождения общего решения однородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами.
15. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
16. Изложите метод вариации произвольных постоянных нахождения общего решения неоднородного линейного уравнения.
17. Изложите метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного уравнения.
18. Дайте определение нормальной системы дифференциальных уравнений 1-го порядка. Сформулируйте задачу Коши для такой системы.
19. Изложите методы исключения и характеристического уравнения отыскания общего решения системы дифференциальных уравнений.

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) \quad y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}.$$

$$2) \quad y' + y \cos x = \cos x.$$

$$3) \quad y' + y = x\sqrt{y}.$$

$$4) \quad \frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0.$$

$$5) \quad (3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0.$$

$$6) \quad 2(4y^2 + 4y - x) y' = 1.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) \quad \sqrt{y^2 + 1} dx = x y dy, \quad y(1) = 0.$$

$$2) \quad (x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 1.$$

$$3) \quad xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 0.$$

$$4) \quad y' + xy = (1 + x) e^{-x} \cdot y^2, \quad y(0) = 1.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) \quad 2xy'y'' = y'^2 - 1. \quad 2) \quad y'' = y' e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$3) \quad y'' \cos^2 x = 1. \quad 4) \quad y'' + y' = \cos x.$$

$$5) \quad y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}. \quad 6) \quad y'' + 2y' + y = x e^x + \frac{1}{x e^x}.$$

$$7) \quad y'' + 2y' + y = (12x - 10) e^{-x}. \quad 8) \quad y'' - 3y' = 2 \sin 3x - \cos 3x.$$

$$9) \quad y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}. \quad 10) \quad y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2.$$

$$11) \quad x^2 y'' + xy' + y = 0, \quad 12) \quad x^2 y'' - 6y = 12 \ln x.$$

$$13) \quad \ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = -8e^{-t} \sin 2t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 6.$$

$$14) \quad \ddot{x} - 6\dot{x} + 25x = 9 \sin 4t - 24 \cos 4t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -2.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \quad \begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$$

$$3) \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases} \quad 4) \quad \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}.$$

## 1. Найти общие решения уравнений первого порядка

1)  $xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}$ .

2)  $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$ .

3)  $1 + (1 + y')e^y = 0$ .

4)  $\frac{1}{x}dy - \frac{y}{x^2}dx = 0$ .

5)  $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$ .

6)  $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0$ .

## 2. Найти частные решения уравнений

1)  $y^2 \ln x dx = (y - 1)xdy$ ,  $y(e) = 1$ .

2)  $xy' - y = x \operatorname{tg}^2 x$ ,  $y(1) = \pi/2$ .

3)  $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$ ,  $y(1) = 0$ .

4)  $2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x (1 + \sin x)$ ,  $y(0) = 1$ .

## 3. Найти решения уравнений высшего порядка

1)  $y''x \ln x = 2y'$ .

2)  $y'' = x e^x$ .

3)  $y'^2 + 2yy'' = 0$ .

4)  $y'' + \frac{1}{2y^3} = 0$ ,  $y(0) = 1/2$ ,  
 $y'(0) = \sqrt{2}$ .

5)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$ .

6)  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ .

7)  $y'' - y = e^x \cos 2x$ .

8)  $y'' + 2y' - 3y = (12x^2 + 6x - 4)e^x$ .

9)  $y''' - y' + 2y' = x^2 + x$ ,

10)  $y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^x$ .

11)  $(2x + 1)^2 y'' - 2(2x + 1) y' + 4y = 0$ , 12)  $x^2 y'' + x y' + 4y = 10x$ .

13)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 5x = 5t^2 - 32t + 5$ ,  $x(0) = 2$ ,  $\dot{x}(0) = 4$ .

14)  $\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = 52 \sin 2t$ ,  $x(0) = -2$ ,  $\dot{x}(0) = -2$ .

## 4. Найти решения линейных систем

1)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y \\ \dot{y} = 6x + y \end{cases}$  . 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 5y & x(0) = 0 \\ \dot{y} = 2x + 5y & y(0) = 1. \end{cases}$

3)  $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = 2x + 5y \end{cases}$  . 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 8x - 9y + 3t \\ \dot{y} = 7x - 8y + 2t \end{cases}$  .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) y' \operatorname{ctg} x + y = 2.$$

$$2) y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}.$$

$$3) xy' + y = -xy^2.$$

$$4) \left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right) dx - \left(2y + \frac{1}{x}\right) dy = 0.$$

$$5) y' - y = e^x \sin x.$$

$$6) (xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) (x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

$$2) (x + 2y)dx + xdy = 0, \quad y(3) = 1.$$

$$3) \frac{y'}{7^{y-x}} = 3, \quad y(-1) = -1.$$

$$4) 3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}, \quad y(0) = -1.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) y'' - \frac{y'}{x-1} = \frac{x}{x-1}. \quad 2) y'' = \sqrt{(1+y'^2)^3}.$$

$$3) y''^2 = y', \quad y(0) = 2/3, \quad y'(0) = 1. \quad 4) y''' = 1/x.$$

$$5) y'' - y' = \frac{e^x}{e^x + 1}. \quad 6) y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x.$$

$$7) y'' - 4y = (-24x - 10) e^{2x} \quad 8) y'' + 14y' + 49y = 144 \sin 7x.$$

$$9) y^{(4)} - y''' = 5(x+2)^2, \quad 10) y''' - y'' - y' + y = (3x+7)e^{2x}.$$

$$11) x^2 y'' - x y' + 2y = 0, \quad 12) x^2 y'' - 3x y' + 3y = 3 \ln^2 x.$$

$$13) \ddot{x} + x = t^3 - 4t^2 + 7t - 10, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 3.$$

$$14) \ddot{x} - 2\dot{x} + 37x = 36e^t \cos 6t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 6.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = -2x + 3y \\ \dot{y} = -x - 6y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y & x(0) = -2 \\ \dot{y} = -x + 4y & y(0) = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x + 7y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 9x - 8y - 2 \cos t \\ \dot{y} = 10x - 9y + 3 \sin t \end{cases}$$

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $x y y' = \frac{1 + x^2}{1 + y^2}$ .
- 2)  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$ .
- 3)  $x^2 + \frac{y^2}{2} + (xy - e^{2y}) y' = 0$ .
- 4)  $y^2 dx = (xy - x^2)dy$ .
- 5)  $xy' + y = \sin x$ .
- 6)  $e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $xy' = y - x e^{y/x}, \quad y(2) = 0$ .
- 2)  $y' \sqrt{1 + y^2} = \frac{x^2}{y}, \quad y(4) = \sqrt{3}$ .
- 3)  $y' - y = e^x, \quad y(0) = 1$ .
- 4)  $2(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 2$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y'' + yy'^3 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$ .
- 2)  $y y'' - y'^2 = y^4$ .
- 3)  $y'' = -\frac{x}{y'}$ .
- 4)  $y''' \cdot \sin^4 x = \sin 2x$ .
- 5)  $y'' + y = \operatorname{ctg} x$ .
- 6)  $y'' + 4y' + y = \frac{e^{-2x}}{x^3}$ .
- 7)  $y'' + 4y' = e^x(24 \cos 2x + 2 \sin 2x)$ .
- 8)  $y'' + 2y' + y = 9e^{2x} + x^2$ .
- 9)  $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$ .
- 10)  $y''' - 2y'' + y' = (2x + 5)e^{2x}$ .
- 11)  $x^2 y'' - x y' + y = 0$ .
- 12)  $x^2 y'' - 3x y' + 5y = 3x^2$ .
- 13)  $\ddot{x} + 6\dot{x} + 8x = 3t^2 + 2t + 1, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 0$ .
- 14)  $\ddot{x} + 16x = 2 \cos 4t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 5x + 2y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 9x + 8y \\ \dot{y} = -2x + 9y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 2y \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 5y + t^2 \\ \dot{y} = 10x - 7y - 3t \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $xy' + y = y^2 \ln x$ .
- 2)  $\frac{1+xy}{x^2y} dx + \frac{1-xy}{xy^2} dy = 0$ .
- 3)  $y' + 2y - y^2 = 0$ .
- 4)  $y' = \frac{y}{x+1} + x^2$ .
- 5)  $xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$ .
- 6)  $\sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2 \sin^2 y + 2x) dy$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $y' \cos x \ln y = y, \quad y(\pi) = e$ .
- 2)  $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y, \quad y(0) = 0$ .
- 3)  $x^2 y' = y(x+y), \quad y(1) = 1$ .
- 4)  $2y' + 3y \cos x = e^{2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}, \quad y(0) = 1$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y'' + 4y' = 2x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$ .
- 2)  $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ .
- 3)  $y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$ .
- 4)  $2yy'' = y'^2$ .
- 5)  $y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}$ .
- 6)  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$ .
- 7)  $y'' - 2y' + 5y = 5x^3 - 4x^2 + 2$ .
- 8)  $y'' + y = x \sin 2x$ .
- 9)  $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$ .
- 10)  $y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$ .
- 11)  $(4x - 1)^2 y'' - 2(4x - 1) y' + 8y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' + x y' + y = \sin(2 \ln x)$ .
- 13)  $\ddot{x} - x = (3t^2 + 8) e^t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 2$ .
- 14)  $\ddot{x} + x = e^t + \cos 4t, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = -4x - y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 8x + 4y \\ \dot{y} = -4x + 8y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = 9x + 3y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 10x - 9y + \cos t \\ \dot{y} = 11x - 10y - \sin t \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) (1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2.$$

$$2) xy' + xe^{y/x} - y = 0.$$

$$3) \ln \cos y dx + x \operatorname{tg} y dy = 0.$$

$$4) xy^2 y' = x^2 + y^3.$$

$$5) (x + \ln^2 y - \ln y) y' = y/2.$$

$$6) \frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) xy' + y = 3, \quad y(1) = 5.$$

$$2) (y^2 x + y^2) dy + x dx = 0 \quad y(1) = 2.$$

$$3) y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0.$$

$$4) 4y' + x^3 y = (x^3 + 8) e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) y'' + \frac{1}{x} y' = x^2. \quad 2) y'' = y' + (y')^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$3) (x^2 + 1)^2 \cdot y''' = 2x. \quad 4) y''' (x - 1) = y''.$$

$$5) y'' + 2y' + 2y = \frac{e^x}{\cos x}. \quad 6) y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^x}.$$

$$7) y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3). \quad 8) y'' - 2y' + y = 4 \sin x + 3x.$$

$$9) y^{(4)} - 2y''' + y'' = 2x(1 - x), \quad 10) y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x.$$

$$11) (x + 1)^2 y'' - 2(x + 1) y' + 2y = 0, \quad 12) x^2 y'' + 3x y' + y = 1/x.$$

$$13) \ddot{x} + 4x = \sin t, \quad x(0) = -2, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

$$14) \ddot{x} + 6\dot{x} + 13x = t^3 - t^2 - 2, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 9x - 2y \\ \dot{y} = -5x + 6y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = -5x - 8y \\ \dot{y} = 2x - 5y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = -1 \\ y(0) = 0. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = 4x - 9y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 12x - 11y + t \\ \dot{y} = 13x - 12y - t \end{cases}.$$



## 1. Найти общие решения уравнений

1)  $y' = 2^{x-5y}$ .

2)  $y' - y - e^x = 0$ .

3)  $y' + 2xy = 2xy^3$ .

4)  $y' = 1 + 4\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ .

5)  $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$ .

6)  $(2y + x \operatorname{tg} y - y^2 \operatorname{tg} y) dy = dx$ .

## 2. Найти частные решения уравнений

1)  $x^2 \cdot y' + (1 - 2x) \cdot y = x^2$ ,  $y(1) = 0$ .

2)  $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - 1$ ,  $y(2) = 0$ .

3)  $xy' + y = 2y^2 \ln x$ ,  $y(1) = 1/2$ .

4)  $2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x) e^{2x} y^{-1}$ ,  $y(0) = 2$ .

## 3. Найти решения уравнений высшего порядка

1)  $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$ .

2)  $y'' = 2 - y$ ,  $y(0) = 2$ ,  
 $y'(0) = 2$ .

3)  $y y'' = y'^2$ .

4)  $x \cdot y'' = 1$ .

5)  $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ .

6)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ .

7)  $y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$ .

8)  $y'' - 6y' = x \cos 6x$ .

9)  $y^{(4)} + 2y''' + y'' = x^2 + x - 1$ ,

10)  $y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^x$ .

11)  $x^2 y'' - 4x y' + 6y = 0$ ,

12)  $x^2 y'' - 3x y' + y = x^3/2$ .

13)  $\ddot{x} + 9x = 9t^4 + 12t^2 - 27$ ,  $x(0) = 3$ ,  $\dot{x}(0) = 2$ .

14)  $\ddot{x} - 6\dot{x} + 9x = -e^{3t} t^2$ ,  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .

## 4. Найти решения линейных систем

1)  $\begin{cases} \dot{x} = -5x + 5y \\ \dot{y} = 2x - 8y \end{cases}$ .

2)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y \\ \dot{y} = -x - 3y \end{cases}$ ,  $x(0) = 0$ ,  
 $y(0) = -1$ .

3)  $\begin{cases} \dot{x} = 10x - 4y \\ \dot{y} = x + 6y \end{cases}$ .

4)  $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 4e^{2t} \\ \dot{y} = -y + 6e^{-t} \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений

$$1) \quad y' + \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}.$$

$$2) \quad xy' \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}.$$

$$3) \quad y' + 2y = y^2 e^x.$$

$$4) \quad (2x - y + 1)dx + (2y - x - 1)dy = 0.$$

$$5) \quad (2 \ln y - \ln^2 y) dy = y dx - x dy.$$

$$6) \quad (1 + 4y^2)dx - 8\sqrt{x} dy = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) \quad (y + \sqrt{xy})dx = xdy, \quad y(2) = 2.$$

$$2) \quad xy' + y = 2 \ln x + 1, \quad y(1) = 1.$$

$$3) \quad y' \sin x = y \ln y, \quad y(\pi/2) = e.$$

$$4) \quad xy' + y = -(2/3) y^4 \sin x, \quad y(0) = 1.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) \quad y'' x \ln x = y'. \quad 2) \quad y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2, \quad \begin{matrix} y(0) = 2, \\ y'(0) = 3 \end{matrix}.$$

$$3) \quad y'' = \sqrt{1 - y'^2}. \quad 4) \quad y''' = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^5}}.$$

$$5) \quad y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x. \quad 6) \quad y'' - y = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}.$$

$$7) \quad y'' + 7y' = (10 - 6x) e^{-7x}. \quad 8) \quad y'' - 6y' + 10y = \cos x.$$

$$9) \quad 3y^{(4)} + y''' = 6x - 1, \quad 10) \quad y''' + 2y'' + y' = (18x + 1)e^{2x}.$$

$$11) \quad x^2 y'' - 9x y' + 21y = 0, \quad 12) \quad x^2 y'' - 2x y' + 2y = x^2.$$

$$13) \quad \ddot{x} + \dot{x} - 6x = 6t^2 + t - 1, \quad x(0) = 3, \quad \dot{x}(0) = -2.$$

$$14) \quad \ddot{x} + x = t \sin 2t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \quad \begin{cases} \dot{x} = 6x - 2y \\ \dot{y} = -5x + 3y \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 2y & x(0) = 0 \\ \dot{y} = 2x + y & y(0) = 3 \end{cases}.$$

$$3) \quad \begin{cases} \dot{x} = 5x + 4y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases} \quad 4) \quad \begin{cases} \dot{x} = 11x - 10y + t^2 \\ \dot{y} = 12x - 11y - t^2 \end{cases}.$$

## 1. Найти общие решения уравнений

- 1)  $(\cos y - \sin y + 1)y' = \sin x + \cos x - 1.$
- 2)  $xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^2.$
- 3)  $xy' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg}(y/x)}.$
- 4)  $(y + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}})dx + (x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}})dy = 0.$
- 5)  $(13y^3 - x)y' = 4y.$
- 6)  $xy' - y = x^3.$

## 2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $y' = \frac{x}{y}e^{2x} + y, \quad y(0) = 2.$
- 2)  $(1 + e^{3y})x dx = e^{3y}dy, \quad y(2) = 0.$
- 3)  $(x + 2y) dx - x dy = 0, \quad y(-1) = 3.$
- 4)  $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$

## 3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $(x^2 + 9)y'' = x.$
- 2)  $(1 - x^2)y'' - xy' = 2.$
- 3)  $y''(1 + y) = 5(y')^2.$
- 4)  $y'' = \frac{y'}{\sqrt{y}}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$
- 5)  $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}.$
- 6)  $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}.$
- 7)  $y'' - 4y' = 8 - 16x.$
- 8)  $y'' + 36y = 24 \sin 6x - 12 \cos 6x.$
- 9)  $y''' + y'' = 5x^2 - 1,$
- 10)  $y''' + 2y'' + y' = (8x + 4)e^x.$
- 11)  $(x + 2)^2 y'' + 3(x + 2)y' - 3y = 0,$
- 12)  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = 4x.$
- 13)  $\ddot{x} + \dot{x} - 2x = 9t \cos t, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$
- 14)  $\ddot{x} - 4\dot{x} + 4x = t^2 e^{2t}, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 3.$

## 4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = x + 4y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 2 \\ y(0) = 0. \end{matrix}$
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y \\ \dot{y} = 4x + 7y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 3x + 4y - e^{-3t} \\ \dot{y} = 4x - 3y - e^{4t} \end{cases}.$

## 1. Найти общие решения уравнений

1)  $(y + y \ln x)dx + (x - xy) dy = 0.$

2)  $y = x (y' - \sqrt{xey}).$

3)  $y' + y = \frac{x}{y^2}.$

4)  $x dy + y dx + \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2} = 0.$

5)  $xy' - y = x^3 \cdot \operatorname{arctg} x.$

6)  $2y\sqrt{y} dx - (6x\sqrt{y} + 7) dy = 0.$

## 2. Найти частные решения уравнений

1)  $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = 3/2.$

2)  $x(y' - y) = e^x, \quad y(1) = e.$

3)  $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1.$

4)  $x^2 \cdot e^{3y} dy = (x^3 + 1)dx, \quad y(2) = 1.$

## 3. Найти решения уравнений высшего порядка

1)  $2(y')^2 = (y-1)y'', \quad \begin{matrix} y(0) = 2, \\ y'(0) = 2 \end{matrix} . \quad 2) y'' = \frac{1}{y^3}.$

3)  $xy'' = y' \ln(y'/x). \quad 4) y'' = x \cos^2 x.$

5)  $y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x}. \quad 6) y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}.$

7)  $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x. \quad 8) y''' + y'' = 49 - 24x^2.$

9)  $y^{(5)} - y^{(4)} = 2x + 3, \quad 10) y''' - 3y'' - 2y = -4x e^x.$

11)  $x^2 y'' + 5x y' = 0, \quad 12) x^2 y'' - 4x y' + 6y = x^5.$

13)  $\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = -t e^{-2t}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2.$

14)  $\ddot{x} + 6\dot{x} + 13x = e^{-3t} \cos 8t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -4.$

## 4. Найти решения линейных систем

1)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases} . \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 3x - y & x(0) = 5 \\ \dot{y} = 5x + y & y(0) = 0 \end{cases} .$

3)  $\begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = 9x + 4y \end{cases} . \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 6x - 5y + 3e^{2t} \\ \dot{y} = 7x - 6y - 3e^{-2t} \end{cases} .$

1. Найти общие решения уравнений

$$1) \quad xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$$

$$2) \quad 2x^2 \cdot y \cdot y' + y^2 = 2.$$

$$3) \quad xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0.$$

$$4) \quad \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} - 1 \right) dx - \frac{y dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} = 0.$$

$$5) \quad (x \cos^2 y - y^2) y' = y \cos^2 y.$$

$$6) \quad xy' + y = x^2 \sin x.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) \quad y' \cdot \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x, \quad y(0) = 0.$$

$$2) \quad 3x^2 + y dy + x dx = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$3) \quad 3x y' - 3y = -(5x^2 + 3) y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}.$$

$$4) \quad (x^2 - 2xy)y' = xy - y^2, \quad y(1) = 1.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) \quad 2y \cdot y'' - (y')^2 = 0.$$

$$2) \quad x y'' = \ln x.$$

$$3) \quad (1 + x^2) y'' = 2x y', \quad \begin{matrix} y(0) = 4, \\ y'(0) = 1 \end{matrix}.$$

$$4) \quad y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

$$5) \quad y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}.$$

$$6) \quad y'' - y' = e^{2x} \sin(e^x).$$

$$7) \quad y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^{-3x}.$$

$$8) \quad y'' + 9y = x \sin x.$$

$$9) \quad y^{(4)} + 2y''' + y'' = 4x^2,$$

$$10) \quad y''' - 3y'' + 2y = (4x + 9) e^{2x}.$$

$$11) \quad (x - 3)^2 y'' + 3(x - 3) y' - 3y = 0, \quad 12) \quad x^2 y'' - 3x y' + 4y = x^3/2.$$

$$13) \quad \ddot{x} + 2\dot{x} - 24x = 6 \cos 3t - 33 \sin 3t, \quad x(0) = 3, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

$$14) \quad \ddot{x} + \dot{x} - x = t^3 + 4t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \quad \begin{cases} \dot{x} = 6x - 8y \\ \dot{y} = -x + 4y \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y & x(0) = 0 \\ \dot{y} = 5x + 2y & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 4y \\ \dot{y} = 4x - 7y \end{cases} \quad 4) \quad \begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + 3t - 1 \\ \dot{y} = 3x - 4y + e^{-t} \end{cases}.$$

1. Найти общие решения уравнений

$$1) \quad xy' + y + xe^{-x^2} = 0.$$

$$2) \quad 3e^x \sin y \cdot dx + (1 - e^x) \cos y \cdot dy = 0.$$

$$3) \quad (x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0.$$

$$4) \quad x(x - 1) \cdot y' + y^3 = xy.$$

$$5) \quad \left( \frac{\sin 2x}{y} + x \right) + \left( y - \frac{\sin^2 x}{y^2} \right) y' = 0.$$

$$6) \quad 2(x + y^4) y' = y.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) \quad y' = \cos(y - x), \quad y(\pi/2) = \pi.$$

$$2) \quad xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1.$$

$$3) \quad xy' = y \cdot \ln(y/x), \quad y(1) = e^\pi.$$

$$4) \quad x y' + 2y = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi^2}.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) \quad y^3 \cdot y'' - 3 = 0. \quad 2) \quad y \cdot y'' - (y')^2 = y^2 \ln y, \quad \begin{matrix} y(0) = 1, \\ y'(0) = 1 \end{matrix}.$$

$$3) \quad 2xy'y'' = (y')^2 + 1. \quad 4) \quad \sqrt{4 - x^2} y'' = 1.$$

$$5) \quad y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^3}. \quad 6) \quad y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}.$$

$$7) \quad y'' - 2y' = (4x + 4)e^{2x}. \quad 8) \quad y'' + 4y = x \sin 2x.$$

$$9) \quad y^{(4)} + 4y''' + 4y'' = x - x^2, \quad 10) \quad y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16) e^x.$$

$$11) \quad x^2 y'' - 3x y' + 4y = 0, \quad 12) \quad x^2 y'' - x y' = -x + 3/x.$$

$$13) \quad \ddot{x} - 8\dot{x} + 20x = 16(\sin 2t - \cos 2t), \quad x(0) = -2, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$14) \quad \ddot{x} - 8\dot{x} + 16x = t^3, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y \\ \dot{y} = -2x + y \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = -4x - 2y & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} \dot{x} = 7x - y \\ \dot{y} = 4x + 3y \end{cases} \quad 4) \quad \begin{cases} \dot{x} = x + 2y + t^2 + t - 2 \\ \dot{y} = 4x - y - 2t^2 \end{cases}.$$

1. Найти общие решения уравнений

- 1)  $3y^2 - x^2 = \frac{y y'}{x}$ .
- 2)  $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$ .
- 3)  $y' - \frac{y^2}{x^2} = 2$ .
- 4)  $2y' - \frac{y}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$ .
- 5)  $xy' + y = \ln x + 1$ .
- 6)  $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x) dy$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(1 + y^2) dx - (y + yx^2) dy = 0$ ,  $y(1) = 0$ .
- 2)  $y = (y' - x \cos x) \cdot x$ ,  $y(\pi/2) = 0$ .
- 3)  $(2x - y) dx + (x + y) dy = 0$ ,  $y(1) = 1$ .
- 4)  $2xy' - 3y = -(20x^3 + 12) y^3$ ,  $y(1) = 1/2\sqrt{2}$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $x^2 y'' = (y')^2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .
- 2)  $y'' = y' + x$ .
- 3)  $2(y')^2 = (y - 1) y''$ .
- 4)  $y'' = \cos^3 x$ .
- 5)  $y'' + y = \operatorname{tg}^2 x$ .
- 6)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$ .
- 7)  $y'' + 8y' + 16y = (16x^2 - 16x + 66) e^{-4x}$ .
- 8)  $y'' - 16y = 3 \cos 4x$ .
- 9)  $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11) e^{-x}$ ,
- 10)  $7y''' - y'' = 12x$ .
- 11)  $(3x + 2)^2 y'' - 3(3x + 2) y' + 2y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - x y' + y = 6x \ln x$ .
- 13)  $\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = 52 \sin 2t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = -2$ .
- 14)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 5x = t^3 - 4t + 3$ ,  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = 2x + 4y \end{cases}$  .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x - y \\ \dot{y} = 5x + y \end{cases}$  ,  $x(0) = 4$ ,  $y(0) = 0$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$  .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y + 5 \cos 3t \\ \dot{y} = -5x - 3y - 2 \sin 3t \end{cases}$  .

1. Найти общие решения уравнений

$$1) \operatorname{arctg} x \cdot (1 + y^2) dx = y \cdot (1 + x^2) dy.$$

$$2) y' = 2xy + x^4 \cdot e^{x^2}.$$

$$3) y' - y \cdot \operatorname{tg} x = -\frac{2}{3} \cdot y^4 \cdot \sin x.$$

$$4) \left( xe^x + \frac{y}{x^2} \right) dx - \frac{1}{x} dy = 0.$$

$$5) 2(y^3 - y + xy) dy = dx.$$

$$6) (x^2 + y^2) dx = (y^2 + 2xy) dy.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) y(y - xy') = \sqrt{x^4 + y^4}, \quad y(2) = 1.$$

$$2) \sqrt{4 - x^2} \cdot y' + xy^2 + x = 0, \quad y(0) = \pi/4.$$

$$3) y' - \frac{y}{x} = -\frac{2 \ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

$$4) (x^2 - 1)(y' - x\sqrt{y}) = xy, \quad y(\sqrt{2}) = 1/3.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) y'' \cdot \operatorname{tg} y = 2(y')^2, \quad \begin{matrix} y(1) = \pi/2, \\ y'(1) = 2 \end{matrix}. \quad 2) x y'' - y' = 2x^2 e^x.$$

$$3) y'' \sin^2 x = 3. \quad 4) y^3 y'' = 6.$$

$$5) y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

$$6) y'' - y = 4\sqrt{x} + \frac{1}{x\sqrt{x}}.$$

$$7) 3y'' - 5y' + 2y = 6 \cos 2x + 38 \sin 2x. \quad 8) 9y'' + y = x^2 e^{3x} + 3x.$$

$$9) y^{(4)} - 3y' + 3y'' - y' = x - 3, \quad 10) y''' + y'' - 2y' = (6x + 5) e^x.$$

$$11) (x + 2)^2 y'' - 9(x + 2) y' + 21y = 0, \quad 12) x^2 y'' - x y' + y = 8x^3.$$

$$13) \ddot{x} + 4\dot{x} = 5t^2 - 32t, \quad x(0) = -1, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

$$14) \ddot{x} + 4\dot{x} + 5x = t \sin t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 2y \\ \dot{y} = 2x + 9y \end{cases}. \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y & x(0) = 1 \\ \dot{y} = 4x - 2y & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = -7x - 4y \\ \dot{y} = 4x + y \end{cases}. \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 5x + 3y - 6t + 7 \\ \dot{y} = -3x - 5y - e^t \end{cases}.$$



## 1. Найти общие решения уравнений

- 1)  $2y' + \cos x = \frac{1}{y} \cos x(1 + \sin x)$ .
- 2)  $3e^x \cdot \operatorname{tg} y \, dx + (1 - e^x) \cdot \cos^{-2} y \, dy = 0$ .
- 3)  $xy^2 dx + y(x^2 + y^2) dy = 0$ .
- 4)  $2y^2 dx + (x + e^{1/y}) dy = 0$ .
- 5)  $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0$ .
- 6)  $y' - \sin 2x = -y \cdot \cos x$ .

## 2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1$ .
- 2)  $(5x^4 y^4 + 28x^6) dx + 4x^5 y^3 dy = 0, \quad y(1/2) = 2$ .
- 3)  $y'(1 - x^2) - \cos^2 y = 0, \quad y(\pi/2) = \pi/4$ .
- 4)  $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \operatorname{ctg} x, \quad y(\pi/4) = \pi/4$ .

## 3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y'' = 2 - y$ .
- 2)  $(y'')^2 = 4(y' - 1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$ .
- 3)  $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$ .
- 4)  $y'' = (2x + 5) e^{3x}$ .
- 5)  $y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .
- 6)  $y'' + y = \frac{1}{\sin 2x \sqrt{\sin 2x}}$ .
- 7)  $y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^3$ .
- 8)  $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$ .
- 9)  $y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x$ .
- 10)  $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15) e^x$ .
- 11)  $(1 - x)^2 y'' - 4(1 - x) y' + 6y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = 2x^3 - x$ .
- 13)  $\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = (34 - 12t) e^{-t}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$ .
- 14)  $\ddot{x} - \dot{x} = 2 \cos t - 3 \sin t, \quad x(0) = -2, \quad \dot{x}(0) = 2$ .

## 4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = 4x - 6y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y \\ \dot{y} = 5x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = -2, \quad y(0) = 0$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = -x + 5y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + 5t + 8 \\ \dot{y} = 3x - 2y + \cos t \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений

$$1) \quad y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}.$$

$$2) \quad y' + y \cos x = \cos x.$$

$$3) \quad y' + y = x\sqrt{y}.$$

$$4) \quad \frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0.$$

$$5) \quad (3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0.$$

$$6) \quad (y^4 e^y + 2x) y' = y.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) \quad (x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

$$2) \quad (x + 2y)dx + xdy = 0, \quad y(3) = 1.$$

$$3) \quad \frac{y'}{7^{y-x}} = 3, \quad y(-1) = -1.$$

$$4) \quad xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 1/4.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) \quad y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x. \quad 2) \quad y'' + 2y (y')^3 = 0, \quad \begin{matrix} y(0) = 2, \\ y'(0) = 1/3 \end{matrix}.$$

$$3) \quad x y'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}. \quad 4) \quad y''' = (\sqrt{x} - 5)^2.$$

$$5) \quad y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}. \quad 6) \quad y'' - y' = \frac{1-x}{x^2} \cdot e^x.$$

$$7) \quad y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x. \quad 8) \quad y'' - 2y' - 8y = x^2 e^{2x}.$$

$$9) \quad y^{(4)} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x, \quad 10) \quad y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x) e^x.$$

$$11) \quad x^2 y'' + 7x y' - 7y = 0, \quad 12) \quad (x - 2)^2 y'' - 3(x - 2)y' + 4y = x.$$

$$13) \quad \ddot{x} - 6\dot{x} + 9x = t^2 - t + 3, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

$$14) \quad 25\ddot{x} + 9x = t \sin 3t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \quad \begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = x + 4y \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 2 \\ y(0) = 0. \end{matrix}$$

$$3) \quad \begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y \\ \dot{y} = -x + 10y \end{cases} \quad 4) \quad \begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t \\ \dot{y} = x + t^2 \end{cases}.$$

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $(x^2 + y) dx + (x - 2y) dy = 0.$
- 2)  $e^y (1 + x^2) dy - 2x (1 + e^y) dx = 0.$
- 3)  $2 \sin x \cdot y' + y \cos x = y^3 (x \cos x - \sin x).$
- 4)  $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}.$
- 5)  $x y' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x.$
- 6)  $(2x e^{x^2+y^2} + 2) dx + (2y e^{x^2+y^2} - 3) dy = 0.$

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(x^2 + y^2) dx = 2x y dy, \quad y(4) = 0.$
- 2)  $y \ln y dx + x dy = 0, \quad y(1) = e.$
- 3)  $y' - 3x^2 y = x^2 + x^5, \quad y(0) = 1.$
- 4)  $y' y^2 + y^3 = x, \quad y(0) = 0.$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $x^2 y'' + x y' = 1.$
- 2)  $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
- 3)  $2y'' y^2 = 1.$
- 4)  $xy''' = 1.$
- 5)  $y'' + 2y' + y = x e^x + \frac{1}{x e^x}.$
- 6)  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}.$
- 7)  $y'' + 9y' = 2 \cos 9x.$
- 8)  $9y'' - 6y' + y = x e^{x/3}.$
- 9)  $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 2 - 3x^2,$
- 10)  $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x) e^x.$
- 11)  $x^2 y'' + x y' - 9y = 0,$
- 12)  $x^2 y'' - x y' + y = \cos(\ln x).$
- 13)  $\ddot{x} - 4\dot{x} + 5x = (24 \sin t + 8 \cos t) \cdot e^{-2t}, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 2.$
- 14)  $\ddot{x} + 5x = 2e^{-5t}, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -1.$

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - y \\ \dot{y} = -3x + 6y \end{cases}.$
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = -8x + 3y \\ \dot{y} = -3x - 2y \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}.$
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = y - 5 \cos t \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}.$

## Дифференциальные уравнения и системы

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $y' + \frac{y}{x+1} = \frac{1}{2} x^3 y^3$ .
- 2)  $2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0$ .
- 3)  $x \cdot \sqrt{1+y^2} + y y' \cdot \sqrt{1+x^2} = 0$ .
- 4)  $x \cdot y' = \sqrt{y^2 - x^2}$ .
- 5)  $dx + (2x + \sin 2y - 2 \cos^2 y) dy = 0$ .
- 6)  $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(2x + y e^{xy}) dx + (1 + x e^{xy}) dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 2)  $y' + 2y = x^2 + 2x$ ,  $y(0) = 0$ .
- 3)  $y y' = y^2 + x e^{2x}$ ,  $y(0) = 1$ .
- 4)  $4x - 3y + y' \cdot (2y - 3x) = 0$ ,  $y(1) = 2$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y'' = x \sin x$ .
- 2)  $y'' (e^x + 1) + y' = 0$ .
- 3)  $y y'' = (y')^2 - (y')^3$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .
- 4)  $2y y'' - 3y'^2 = 4y^2$ .
- 5)  $y'' - 2y' + y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^3}$ .
- 6)  $y'' + 2y' + 2y = \frac{1}{e^x \sin^2 x}$ .
- 7)  $y'' + 9y' = 9x^3 + 12x^2 - 27$ .
- 8)  $y'' + 9y = x \cos 2x$ .
- 9)  $y^{(4)} + y''' = x$ ,
- 10)  $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x) e^{-x}$ .
- 11)  $x^2 y'' + x y' + 9y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' + x y' - y = \cos(\ln x)$ .
- 13)  $\ddot{x} + \dot{x} - 2x = t^2 e^{4t}$ ,  $x(0) = 2$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .
- 14)  $\ddot{x} + x = \sin t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = -1$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = -6x - 4y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 5x + 2y & x(0) = 3 \\ \dot{y} = 4x + 3y & y(0) = 0. \end{cases}$
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y \\ \dot{y} = 4x - y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $xy' + y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ .
- 2)  $(x + \sin y) dx + (x \cos y + \sin y) dy = 0$ .
- 3)  $y - x y' = 1 + x^2 y'$ .
- 4)  $8x y' - y = -\frac{1}{y^3 \cdot \sqrt{x+1}}$ .
- 5)  $8(4y^3 + xy - y) y' = 1$ .
- 6)  $y y' = 2y - x$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(2x y e^{x^2} + \ln y) dx + (e^{x^2} + \frac{x}{y}) dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 2)  $(x^2 - 3y^2) dx + 2x y dy = 0$ ,  $y(2) = 1$ .
- 3)  $y' x^3 \sin y = x y' - 2y$ ,  $y(0) = \pi/2$ .
- 4)  $(1 + e^x) y y' = e^y$ ,  $y(0) = 0$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y(1 - \ln y) y'' + (1 + \ln y) (y')^2 = 0$ .
- 2)  $(1 + x^2) y'' + (y')^2 + 1 = 0$ .
- 3)  $y y'' + (y')^2 = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  
 $y'(0) = 1$ .
- 4)  $y'' \cdot (x + 2)^3 = 1$ .
- 5)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$ .
- 6)  $y'' - y = \frac{1}{e^x - 1}$ .
- 7)  $y'' - 4y = (-24x - 10) e^{2x}$ .
- 8)  $2y'' + 7y' + 3y = 222 \sin 3x$ .
- 9)  $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x) e^{-x}$ ,
- 10)  $y''' - 4y'' = 32 - 384x^2$ .
- 11)  $x^2 y'' + x y' + 16y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - 3x y' + 4y = x^2 + x$ .
- 13)  $\ddot{x} - 14\dot{x} + 49x = 4 \sin 7t$ ,  $x(0) = 2$ ,  $\dot{x}(0) = 4$ .
- 14)  $\ddot{x} + 4\dot{x} = t^3 - t$ ,  $x(0) = -2$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 8x + 4y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = -10x + 9y \\ \dot{y} = -x - 4y \end{cases}$ ,  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 4$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 4x - 3y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $y x^{y-1} dx + x^y \ln x dy = 0.$
- 2)  $(y^2 + x y^2) y' + x^2 - y x^2 = 0.$
- 3)  $x dy - \left(y - x \operatorname{tg} \frac{y}{x}\right) dx = 0.$
- 4)  $3x y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}.$
- 5)  $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x) y' = \sin 2y.$
- 6)  $y' - 2x y = 2x e^{x^2}.$

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(x y' - 1) \ln x = 2y,$   $y(e) = 0.$
- 2)  $x \sin x dx - \cos^3 x dy = 0,$   $y(0) = 0.$
- 3)  $xy' - y = -y^2 (\ln x + 2) \ln x,$   $y(1) = 1.$
- 4)  $(x + e^{x/y}) dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0,$   $y(0) = 2.$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $x y'' = y' (\ln y' - \ln x).$
- 2)  $x y'' = y' + y^2,$   $y(1) = 1,$   
 $y'(1) = 2.$
- 3)  $y y'' - (y')^2 = y^2 y'.$
- 4)  $y'' = x \cdot 3^{-4x}.$
- 5)  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x.$
- 6)  $y'' + 25y = \frac{1}{\sin 5x}.$
- 7)  $y'' + 2y' + y = (18x + 8) e^{-x}.$
- 8)  $y'' + y = e^x \sin x.$
- 9)  $y^{(4)} - 6y''' + 9y'' = 3x - 1,$
- 10)  $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32) e^{-x}.$
- 11)  $(4x + 3)^2 y'' + (4x + 3) y' - 16y = 0,$
- 12)  $x^2 y'' - 3x y' + 3y = -\ln x.$
- 13)  $\ddot{x} - 2\dot{x} + 10x = 18 \cos 5t + 60 \sin 5t,$   $x(0) = 2,$   $\dot{x}(0) = 0.$
- 14)  $\ddot{x} - 6\dot{x} + 34x = t^2 - 8t - 6,$   $x(0) = -4,$   $\dot{x}(0) = 1.$

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}.$
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2y \\ \dot{y} = x + 3y \end{cases},$   $x(0) = 5,$   
 $y(0) = 0.$
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y \\ \dot{y} = -3x + 7y \end{cases}.$
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + \sin t \\ \dot{y} = 2x - y - 2 \cos t \end{cases}.$

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) \left( \sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left( x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0.$$

$$2) y' - \frac{1+2x}{x+x^2} y = \frac{1+2x}{x+x^2}.$$

$$3) 2y' + y = \frac{x}{y}.$$

$$4) 2x y' (x^2 + y^2) = y (y^2 + 2x^2).$$

$$5) y^3 (y-1) dx + 3xy^2 (y-1) dy = (y+2) dy.$$

$$6) x dy - (1 - \sqrt{x})^3 dx = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) y' + \frac{3}{x} y = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$$

$$2) x \cdot \sqrt{1-y^2} dx + y \cdot \sqrt{1-x^2} dy = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$3) y' + 4xy = 4(x^3 + 1) e^{-4x} y^2, \quad y(0) = 1.$$

$$4) (x^2 + y^2 + y) dx + (2xy + x + e^y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) y'' = (y'^2 + 1)^{3/2}.$$

$$2) y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x.$$

$$3) y'' = x - \frac{1}{x}.$$

$$4) y'' (2y + 3) = 2y'^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

$$5) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$6) y'' + y = \frac{1}{\sqrt{\cos 2x}}.$$

$$7) y'' - 12y' + 40y = x^3 e^{6x}.$$

$$8) y'' - 3y' = e^{3x} + \sin 3x.$$

$$9) y^{(4)} + y''' = 12x + 6,$$

$$10) y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12) e^x.$$

$$11) (2-x)^2 y'' - 4(2-x) y' + 6y = 0, \quad 12) x^2 y'' + x y' + y = \cos(2 \ln x).$$

$$13) \ddot{x} + 25x = \cos 5t, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

$$14) \ddot{x} + 10\dot{x} + 25x = t^3 + 5t - 10, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 3.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = x - 7y \\ \dot{y} = -3x + 5y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 5x + y \\ \dot{y} = -10x + 7y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 2. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = -5x - 3y \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}.$$

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) (12x^2 + 5y - 9 \ln x) dx + (5x + 2y^5 - 4 \cos y) dy = 0.$$

$$2) 2x y' - y = 3x^2.$$

$$3) y' = x \sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}.$$

$$4) \cos \sqrt{x} dx - \sqrt{x} dy = 0.$$

$$5) (\cos 2y \cdot \cos^2 y - x) y' = \sin y \cdot \cos y.$$

$$6) x y' + y \left( \ln \frac{y}{x} - 1 \right) = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) (1 - x^2) y' = x y^2, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

$$2) (x + y) dx + (x - y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

$$3) y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$$

$$4) 2y \cdot \sqrt{by - y^2} dx - (b^2 - x^2) dy = 0, \quad y(0) = b.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) (x + 1) y'' - (x + 2) y' + x + 2 = 0. \quad 2) y''' = x \ln x.$$

$$3) y y'' - (y')^2 = 0, \quad \begin{matrix} y(0) = 1, \\ y'(0) = 2 \end{matrix} \quad 4) 2y'(y'' + 2) = x (y'')^2.$$

$$5) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1 + x^2}. \quad 6) y'' + 9y = \operatorname{ctg} 3x.$$

$$7) y'' + 4y' + 20y = 4 \cos 4x - 52 \sin 4x. \quad 8) y'' - 2y' = \sin 3x + e^{2x}.$$

$$9) y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5, \quad 10) y''' - 6y'' + 9y' = 4x e^x.$$

$$11) (3 + 2x)^2 y'' - 2(3 + 2x) y' + 2y = 0, \quad 12) x^2 y'' + x y' + 4y = 12x^2 - 3x.$$

$$13) \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 4t^3 + 24t^2 + 22t - 4, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -2.$$

$$14) \ddot{x} + x = (3t + 6) e^{-t}, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 7x - 2y \\ \dot{y} = -x + 3y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -2x + 4y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = -1 \\ y(0) = 0 \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = x + 9y \\ \dot{y} = x - 5y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = x + 2e^t \end{cases}$$



1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $x^2 y' + 2x^3 y = y^2 (x^3 + x^5)$ .
- 2)  $(\ln y - 2x) dx + \left(\frac{x}{y} - 2y\right) dy = 0$ .
- 3)  $(1 + y^2) (e^{2x} dx - e^y dy) = (1 + y) dy$ .
- 4)  $2y dx + (y^2 - 6x) dy = 0$ .
- 5)  $xy' - y + 2 \ln x = 0$ .
- 6)  $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(x y^2 + x) \cdot dx + (x^2 y - y) \cdot dy = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
- 2)  $y' + y \cos x = \cos x \cdot \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .
- 3)  $\cos \frac{y}{x} (y - x y') = x$ ,  $y(2/\pi) = 1$ .
- 4)  $8xy' - 12y = -(5x^3 + 3) y^3$ ,  $y(1) = \sqrt{2}$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $y'' = -\frac{x}{y'}$ .
- 2)  $y^4 - y^3 y'' = 1$ .
- 3)  $y'' = -\frac{1}{2y^3}$ ,  $y(0) = 1/2$ ,  $y'(0) = \sqrt{2}$ .
- 4)  $y'' = \sqrt{x} \ln x$ .
- 5)  $y'' - 3y' = \frac{9 e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}$ .
- 6)  $y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x}{\sin^2 x}$ .
- 7)  $4y'' + 3y' - y = 11 \cos x - 7 \sin x$ .
- 8)  $16y'' + y = 2 \cos(x/4)$ .
- 9)  $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x) e^x$ ,
- 10)  $y''' - 13y'' + 12y' = 18x^2 - 39$ .
- 11)  $(4 - x)^2 y'' + 3(4 - x) y' + y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - 3x y' + 5y = -4 \ln x$ .
- 13)  $\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = (12t^2 + 6t - 4) e^{-t}$ ,  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = -1$ .
- 14)  $\ddot{x} - 6\dot{x} = 13x = e^{-3t} \cos 2t$ ,  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 2$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y \\ \dot{y} = -2x + 7y \end{cases}$ .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = -5x + 3y \end{cases}$ ,  $x(0) = -2$ ,  $y(0) = 0$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 4y \\ \dot{y} = -4x - 5y \end{cases}$ .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = -5x + 2y + 40e^t \\ \dot{y} = x - 6y + 9e^{-t} \end{cases}$ .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) [\sin(xy) + xy \cos(xy)] dx + x^2 \cos(xy) dy = 0.$$

$$2) xy' - y = y \ln \frac{x+y}{x}.$$

$$3) (1+x^2)y' = xy + x^2y^2.$$

$$4) (1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy.$$

$$5) (xy' - 1) \ln x = 2y.$$

$$6) \cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1). \quad xy' - 2\sqrt{x^3y} = y, \quad y(1) = 4.$$

$$2). \quad xy' = x - y, \quad y(0) = 0.$$

$$3). \quad \left( \frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx - \frac{x dy}{x^2 + y^2} = 0, \quad y(1) = 2.$$

$$4). \quad (x^2y - y)^2 \cdot y' = x^2y - y + x^2 - 1, \quad y(0) = 0.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) y'' = y' + (y')^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad 2) y'' - xy''' + (y''')^3 = 0.$$

$$3) x(y'' + 1) + y' = 0. \quad 4) x^3 y^{(4)} = 4.$$

$$5) y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}. \quad 6) y'' + y = \frac{2}{\sin^2 x}.$$

$$7) y'' + 2y' - 15y = x \sin 5x. \quad 8) y'' - 8y' + 17y = 10e^{2x}.$$

$$9) y''' - 5y'' + 6y' = (x-1)^2, \quad 10) y''' + 4y'' + 3y' = 4(1-x)e^{-x}.$$

$$11) x^2 y'' + 7x y' + 9y = 0, \quad 12) x^2 y'' - 3x y' = x^2 - 4x.$$

$$13) \ddot{x} - 9x = (2t^2 - 5t)e^{3t}, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 1.$$

$$14) \ddot{x} - 4\dot{x} + 4x = 2t^4 + t, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y \\ \dot{y} = x + 5y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1. \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = -5x + 4y \\ \dot{y} = -4x + 3y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \dot{x} = 4x - y - 5t + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + t - 1 \end{cases}.$$

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1)  $y' + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{y}{x}$ .
- 2)  $(3x^2 - 2x - y) dx + (2y - x + 3y^2) dy = 0$ .
- 3)  $(2x^2 y \ln y - x) y' = y$ .
- 4)  $(x^2 - 1) y' - x y = x^3 - x$ .
- 5)  $y' + 2xy = x e^{x^2}$ .
- 6)  $\cos y dx = 2\sqrt{1+x^2} dy + \cos y \sqrt{1+x^2} dy$ .

2. Найти частные решения уравнений

- 1)  $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y) y' = 1, \quad y(0) = \frac{\pi}{2}$ .
- 2)  $y^2 \ln x dx - (y - 1) x dy = 0, \quad y(1) = 1$ .
- 3)  $(2x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 0$ .
- 4)  $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0, \quad y(1) = 1/2\sqrt{e}$ .

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1)  $x y'' + y' = \ln x$ .
- 2)  $2x y' y'' = (y')^2 - 1$ .
- 3)  $y''' = (y'')^2$ .
- 4)  $y'' = x \sin 2x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$ .
- 5)  $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$ .
- 6)  $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ .
- 7)  $y'' + 169y = \cos 13x$ .
- 8)  $y'' + 49y' = x^3 + 4x$ .
- 9)  $y''' + 3y'' + 2y' = (x + 1)^2$ ,
- 10)  $y''' + y'' - 6y' = (20x + 14) e^{2x}$ .
- 11)  $x^2 y'' - 9x y' + 25y = 0$ ,
- 12)  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = \sin \ln x$ .
- 13)  $4\ddot{x} + 7\dot{x} - 2x = (t - 1) \cos 2t, \quad x(0) = -4, \quad \dot{x}(0) = 2$ .
- 14)  $\ddot{x} - 2\dot{x} + 5x = e^{-4t} (t^2 - t + 1), \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 2$ .

4. Найти решения линейных систем

- 1)  $\begin{cases} \dot{x} = 7x - 4y \\ \dot{y} = x + 4y \end{cases}$  .
- 2)  $\begin{cases} \dot{x} = 6x - 2y \\ \dot{y} = 8x + 6y \end{cases}$  ,  $x(0) = -2$   
 $y(0) = 0$ .
- 3)  $\begin{cases} \dot{x} = 9x - 4y \\ \dot{y} = 4x + y \end{cases}$  .
- 4)  $\begin{cases} \dot{x} = y - \cos 2t \\ \dot{y} = -x + \sin 2t \end{cases}$  .

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

$$1) (1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2.$$

$$2) xy' + xe^{y/x} - y = 0.$$

$$3) \ln \cos y dx + x \operatorname{tg} y dy = 0.$$

$$4) xy^2 y' = x^2 + y^3.$$

$$5) (x + \ln^2 y - \ln y) y' = y/2.$$

$$6) \frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений

$$1) y' = \frac{x}{y} e^{2x} + y, \quad y(0) = 2.$$

$$2) (1 + e^{3y})x dx = e^{3y} dy, \quad y(2) = 0.$$

$$3) (x + 2y) dx - x dy = 0, \quad y(-1) = 3.$$

$$4) y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$$

3. Найти решения уравнений высшего порядка

$$1) x^2 y'' = (y')^2, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 2. \quad 2) y'' = y' + x.$$

$$3) 2(y')^2 = (y - 1) y''. \quad 4) y'' = \cos^3 x.$$

$$5) y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}. \quad 6) y'' - y' = \frac{2-x}{x} \cdot e^x.$$

$$7) y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x. \quad 8) y'' - 2y' - 8y = x^2 e^{2x}.$$

$$9) y''' + y'' = 49 - 24x^2, \quad 10) y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4) e^x.$$

$$11) x^2 y'' + x y' + 25y = 0, \quad 12) x^2 y'' - 8x y' + 14y = 5x^2.$$

$$13) \ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = -8e^{-t} \sin 2t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 6.$$

$$14) \ddot{x} + x = t^3 - 4t^2 + 7t - 10, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 3.$$

4. Найти решения линейных систем

$$1) \begin{cases} \dot{x} = x - 7y \\ \dot{y} = -3x + 5y \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \dot{x} = 5x + y & x(0) = 0 \\ \dot{y} = -10x + 7y & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 7y \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 9x - 8y - 2 \cos t \\ \frac{dy}{dt} = 10x - 9y + 3 \sin t \end{cases}.$$