

Вопросы к экзамену по «ТФКП»

1. Различные формы записи комплексного числа: алгебраическая, тригонометрическая и показательные формы. Модуль, аргумент и главное значение аргумента комплексного числа: формулы и нахождение.
2. Вывод формулы Эйлера. Переход от алгебраической формы записи комплексного числа в тригонометрическую и показательную формы записи. Умножение и деление двух комплексных чисел в показательной форме (с выводом формул.).
3. Определение корня n -ой степени из комплексного числа. Вывод формулы.
4. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Умножение и деление двух комплексных чисел, заданных в алгебраической форме (вывод формул).
5. Определение однозначной и многозначной функции комплексного переменного. Примеры. Запись функции комплексного переменного, действительная и мнимая части. Пример.
6. Определение ε -окрестности точки z_0 и $z = \infty$. Определение предела функции комплексного переменного в точке и условия его существования. Свойства пределов.
7. Определение производной функции в точке. Определение дифференцируемой функции в точке. Теорема о связи дифференцируемости с существованием производной.
8. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции (условия Коши-Римана): формулировка и доказательство.
9. Определение аналитической функции в точке (в области). Сформулировать условие аналитичности функции в области.
10. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного: вывод формул и их смысл.
11. Интегрирование функции комплексного переменного: определение интегральной суммы (как ее получаем), определение интеграла и его обозначение.
12. Теорема (существование интеграла): формулировка и доказательство.
13. Теорема (об интегрируемости функции, заданной параметрически): формулировка и доказательство.
14. Определение и геометрическая иллюстрация односвязной (многосвязной) области. Теорема Коши для односвязной области: формулировка и доказательство.
15. Определение и геометрическая иллюстрация $(n + 1)$ -связной области. Сформулировать теорему Коши для многосвязной области.
16. Определение первообразной функции, неопределенного интеграла. Теорема о существовании первообразной: формулировка. Теорема о количестве первообразных: формулировка и доказательство.
17. Теорема (интегральные формулы Коши): формулировка и доказательство.
18. Определение комплексного числового ряда, частичной суммы ряда, суммы ряда. Определение сходящегося, абсолютно (условно) сходящегося и расходящегося комплексного числового ряда.

- 19.** Определение степенного ряда, частный случай при $z = 0$. Теорема Абеля: формулировка. Радиус сходимости: определение, нахождение. Свойства степенных рядов.
- 20.** Определение разложимой функции в ряд. Определение ряда Тейлора функции. Теорема о разложении функции комплексного переменного в ряд: формулировка и доказательство.
- 21.** Определение ряда Лорана для функции комплексного переменного, правильная и главная часть. Сформулировать теорему о разложении функции в ряд Лорана. Область сходимости главной и правильной части ряда Лорана.
- 22.** Разложение функции в ряд Лорана в точке $z = \infty$ (замена, вывод формулы, правильная и главная часть).
- 23.** Определения нуля функции, простого нуля и нуля кратности m . Способы нахождения нуля функции: формулировки теорем (2 способа) и разложение в ряд Тейлора.
- 24.** Определения правильной, особой и изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек и их определение через предел функции. Сформулировать теоремы, позволяющие определить тип изолированных особых точек (без док.).
- 25.** Определение устранимой особой точки. В какой ряд в этом случае можно разложить функцию? Чему равен предел функции, разложенной в ряд при $z \rightarrow z_0$, если z_0 – устранимая особая точка? (показать). Как можно устранить такую особую точку?
- 26.** Три способа определения полюса z_0 функции: 1) показать, как можно определить полюс, разложив функцию в ряд Лорана; 2) сформулировать необходимое и достаточное условие, когда точка z_0 является полюсом порядка m ; записать формулу определения полюса; 3) сформулировать теорему для обратной функции и показать, как с помощью теоремы можно определить полюс и его порядок.
- 27.** Определение бесконечно удаленной точки. Определение особой изолированной точки $z = \infty$. Классификация особых изолированных бесконечно удаленных точек.
- 28.** Записать ряд Лорана для $z = \infty$. Как определить с помощью ряда Лорана тип особой изолированной особой точки $z = \infty$?
- 29.** Определение и обозначение вычета функции в изолированной особой точке. Теорема, позволяющая найти вычет функции: формулировка и доказательство.
- 30.** Способы вычисления вычетов в точке $z = z_0$ (с выводом формул): для устранимой особой точки, для простого полюса (2 способа); для полюса порядка m ; для существенно особой точки.
- 31.** Способы вычисления вычетов в точке $z = \infty$: для устранимой особой точки, для простого полюса; для полюса порядка m ; для существенно особой точки.
- 32.** Основная теорема о вычетах и ее следствие: формулировка.