

## Вопросы к экзамену по разделу «Числовые и функциональные ряды»

1. Определение числового ряда. Какой ряд называется знакопостоянным, знакоположительным, знакопеременным, знакочередующимся? Примеры.
2. Определение частичных сумм ряда. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Свойства числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости: формулировка, доказательств и его следствие.
4. Достаточные признаки сравнения: формулировки. Одно из них с доказательством.
5. Эталонные ряды. Доказать сходимость (или расходимость) эталонных рядов.
6. Определение знакочередующегося ряда. Пример. Признак Лейбница: формулировка, доказательство.
7. Определение абсолютно сходящегося и условно сходящегося ряда. Чем отличается абсолютная сходимость от условной? Признак абсолютной сходимости: формулировка. Пример.
8. Свойства сходящихся рядов: формулировки.
9. Определение функционального ряда. Что называется точкой сходимости функционального ряда? Что называется областью сходимости функционального ряда? Определение суммы функционального ряда.
10. Частичная сумма функционального ряда: определение, обозначение. Определение равномерной сходимости функционального ряда. Геометрический смысл. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
11. Свойства равномерно сходящихся рядов: формулировки (5 свойств).
12. Определение степенного ряда. Теорема Абеля: формулировка, доказательство.
13. Какой вид имеет область сходимости степенного ряда? Что называется радиусом сходимости степенного ряда? Формулы для нахождения радиуса сходимости. Какую область сходимости имеет степенной ряд, если его радиус сходимости равен нулю? Какую область сходимости имеет степенной ряд, если его радиус сходимости равен бесконечности?
14. Свойства степенных рядов: формулировки (5 свойств).
15. Какая функция разложима в ряд на промежутке? Что такое ряд Тейлора в точке? Чем ряд Тейлора отличается от ряда Маклорена?
16. Что такое многочлен Тейлора функции по степеням  $(x - x_0)$ ? Что такое остаточный член ряда Тейлора? Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора: формулировка, доказательство.
17. Стандартные разложения функций в ряд Маклорена (записать, одно с выводом формулы).
18. Определение системы тригонометрических функций. Как вводится скалярное произведение двух непрерывных функций на отрезке? Какая система функций называется ортогональной?
19. Определение тригонометрического ряда Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$ . Теорема о разложении функции в тригонометрический ряд Фурье: формулировка, вывод формул для вычисления коэффициентов Фурье.
20. Сформулировать условия Дирихле. Теорема Дирихле: формулировка. Пример.
21. Разложение в периодический ряд Фурье четных и нечетных функций на  $[-\pi; \pi]$  (вывод формул для вычисления коэффициентов Фурье).
22. Разложение периодической функции в ряд Фурье на  $[-l; l]$ : условия, замена, запись формул.
23. Определение тригонометрического ряда Фурье на отрезке  $[-l; l]$ . Какие условия должны выполняться для функции, чтобы функция сходилась к своему ряду Фурье?