

Занятие 3. «Предел функции. Первый и второй замечательные пределы»

Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x \sin x)}{\operatorname{tg} x^2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 - 4x)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[6]{1 + x^2} - 1}{x^2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}^2(x - 3)}{x^2 - 4x + 3};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin 3x}{\sin 2x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{\sin 5x - \sin 3x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\arcsin x^3};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctgx};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} x(a^{1/x} - 1);$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right);$$

$$14) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot [\ln(x+a) - \ln x];$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2 + 2} \right)^{x-1};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+4} \right)^{\frac{x^2+1}{4}};$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}};$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}.$$

Определить порядок бесконечно малых при $x \rightarrow 0$ относительно x :

а) $\sin(x \cdot \sin \sqrt[3]{x})$

б) $2^{\sqrt{x}} - 1$

в) $\sqrt{1 + \sqrt[3]{x^2}} - 1$

г) $\cos x - \cos 2x$

д) $\sqrt[3]{x^2} - x$

е) $2 \sin^4 x - x^5$

ж) $\operatorname{tg} x - \sin x$

Найти пределы:

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \arcsin^2 x - \operatorname{arctg}^2 x}{3x + x^2};$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - x^2 + x^3}{\operatorname{tg} x + 2 \sin^2 x + 5x^4}.$$