

**Домашнее задание по теме  
«Предел последовательности и предел функции»**

Найти пределы:

1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^4 + (n-1)^4};$

**Ответ:** 0.

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n}}{n+1};$

**Ответ:** 0.

3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 + 6n^5 + 2} - \sqrt[5]{n^7 + 3n^3 + 1}};$

**Ответ:** 1.

4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!};$

**Ответ:** 0.

5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)! - (n+1)!};$

**Ответ:** 1.

6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{2^n + 1};$

**Ответ:** 1.

7)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x);$

**Ответ:**  $\begin{cases} \frac{a+b}{2}, & x \rightarrow +\infty; \\ +\infty, & x \rightarrow -\infty. \end{cases}$

8)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$

**Ответ:**  $-\frac{2}{5}$ .

9)  $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$

**Ответ:** 6.

10)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4};$

**Ответ:** 4.

11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x};$

**Ответ:**  $\frac{2}{3}$ .

12)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{\sqrt[5]{x^4 + 1} - \sqrt[4]{x^4 + 1}};$

**Ответ:** -1.

13)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x};$

**Ответ:**  $\frac{1}{a}$ .

14)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x-2} \right)^x;$

**Ответ:**  $e^{10}$ .

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x};$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{2}}{8}$ .

16)  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e};$

**Ответ:**  $\frac{1}{e}$ .

## Домашнее задание по теме «Непрерывность функции»

Найти и классифицировать точки разрыва функции:

1)  $y = e^{x + \frac{1}{x}}$ ;

2)  $y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$ ;

3)  $y = \frac{1-x}{1-|x|}$ ;

4)  $y = \begin{cases} 2x+5, & x < -1; \\ \frac{1}{x}, & x \geq -1; \end{cases}$

5)  $y = \begin{cases} -2x-2, & x < -1; \\ \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 1; \\ 2x+2, & x > 1. \end{cases}$

- Ответы:**
- 1)  $x = 0$  – точка разрыва II рода;  $f(-0) = 0$ ,  $f(+0) = +\infty$ .
  - 2)  $x = 0$  – точка разрыва II рода,  $x = 1$  – I рода, точка скачка;  $f(-0) = +\infty$ ,  $f(+0) = -\infty$ ,  $f(1-0) = 0$ ,  $f(1+0) = 1$ .
  - 3)  $x = -1$  – точка разрыва II рода,  $x = 1$  – I рода, устранимый;  $f(-1-0) = -\infty$ ,  $f(-1+0) = +\infty$ ,  $f(1-0) = f(1+0) = 1$ .
  - 4)  $x = -1$  – разрыв I рода, точка скачка;  $x = 0$  – II рода;  $f(-1-0) = 3$ ,  $f(-1+0) = -1$ ,  $f(-0) = -\infty$ ,  $f(+0) = +\infty$ .
  - 5)  $x = -1$  – точка непрерывности,  $x = 1$  – I рода, точка скачка;  $f(-1-0) = f(-1+0) = f(-1) = 0$ ,  $f(1-0) = 0$ ,  $f(1+0) = 4$ .