

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ВВЕДЕНИЮ В АНАЛИЗ

1. Понятие числовой последовательности (запись числовых последовательностей, примеры). Ограниченные и неограниченные числовые последовательности, монотонные последовательности.
2. Предел последовательности: определение, сходящиеся и расходящиеся последовательности, геометрическая интерпретация, пример.
3. Определение сходящейся и бесконечно малой последовательности. Доказать лемму о роли б.м. последовательностей.
4. Определение сходящейся и бесконечно малой последовательности. Доказать лемму о двух милиционерах.
5. Бесконечно большие последовательности: определение, частные случаи. Свойства б.п. последовательностей (одно свойство с доказательством).
6. Сходящаяся последовательность. Единственность ее предела и ограниченность (свойство 2, 4). Доказать одно из свойств.
7. Свойства сходящихся последовательностей: формулировки 1) о единственности предела последовательности; 2) об ограниченности сходящейся последовательности 3) об произведении ограниченной последовательности на бесконечно малую; 4) о сумме двух сходящихся последовательностей, о произведении двух сходящихся последовательностей, о частном двух сходящихся последовательностей; 5) о предельном переходе в неравенствах.
8. Определения: верхней (нижней) границы множества, супремума и инфимума множества. Теорема существования точной верхней границы у множества, ограниченного сверху (снизу).
9. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса.
10. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие сложной и обратной функций. Классификация основных элементарных функций.
11. Основные характеристики поведения функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность функций; функции, ограниченные сверху (снизу).
12. Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного и композиции функций.
13. Теоремы о предельном переходе в неравенстве.
14. Бесконечно малые функции в точке и на бесконечности и их свойства.
15. Бесконечно большие функции в точке и на бесконечности и их свойства.
16. Первый замечательный предел и его следствия.
17. Второй замечательный предел и его следствия.
18. Сравнение бесконечно малых функций.
19. Эквивалентные бесконечно малых функций и их свойства. Таблица эквивалентных бесконечно малых с доказательствами. Теорема о применении эквивалентных бесконечно малых величин к вычислению пределов.
20. Эквивалентные бесконечно больших функций и их свойства. Теорема о применении эквивалентных бесконечно больших функций к вычислению пределов (с доказательством).

21. Односторонние пределы функции в точке: определения, обозначения. Необходимые и достаточные условия существования предела функции в точке.
22. Определения: функции, непрерывной в точке x_0 ; функции, непрерывной в точке x_0 слева (справа); функции, непрерывной на отрезке.
24. Точки разрыва и их классификация. Примеры.
25. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций в области определения.
23. Свойства функций, непрерывных на отрезке: формулировки, геометрическая иллюстрация.