Контрольная работа по векторной алгебре

ОБРАЗЕЦ

1. Векторы $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$ взаимно перпендикулярны и $|\bar{\mathbf{a}}| = 3$, $|\bar{\mathbf{b}}| = 5$. Найти $|\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}}|$ и $|\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}}|$.

2. Доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}}$, $\bar{\mathbf{c}} - \bar{\mathbf{a}}$ – компланарны.

3. Доказать, что векторы

$$\bar{\mathbf{p}} = \{2; -1; 3\}, \quad \bar{\mathbf{q}} = \{0; 1; -1\}, \quad \bar{\mathbf{r}} = \{1; 0; -2\}$$

образуют базис и найти координаты вектора $\bar{\mathbf{a}} = \{5; -5; 7\}$ в этом базисе.

4. Найти координаты точек A и B, если известно, что точки $C(-15; 12)$ и $D(-11; 10)$ делят отрезок AB в отношении 3 : 2 : 3.

5. Вершины пирамиды $ABCD$ имеют следующие координаты: $A(3; 1; 4)$, $B(-1; 6; 1)$, $C(-1; 1; 6)$, $D(0; 4; -1)$.

   Найти: 1) Угол между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{BD}$.
   2) Высоту треугольника BCD, опущенную из вершины C.
   3) Объем пирамиды $ABCD$.

6. Найти вектор $\bar{\mathbf{x}}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\bar{\mathbf{a}} = \{-1; 2; 1\}$, $\bar{\mathbf{b}} = \{2; 1; -1\}$ и удовлетворяющий условию $\bar{\mathbf{x}} \cdot (2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}) = 1$.