Домашнее задание по теме: «Матрицы и действия над ними»

1) Решить систему матричных уравнений: $\begin{cases} \mathbf{X}+\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ 2\mathbf{X}+3\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{cases}$

Ответ: $\mathbf{X}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2) Найти $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}$.

3) Найти $\begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{pmatrix}^k$.

Ответ: $\begin{pmatrix} a_1^k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2^k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n^k \end{pmatrix}$.

4) Найти $\begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}^5$, используя равенство $\begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 3197 & -1266 \\ 7385 & -2922 \end{pmatrix}$.

5) Найти $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^n$.

Ответ: $\begin{pmatrix} \cos n\alpha & -\sin n\alpha \\ \sin n\alpha & \cos n\alpha \end{pmatrix}$.