

#### Тема 4. «Плоскость и прямая в пространстве»

1) Выяснить взаимное расположение прямой и плоскости:

а) 
$$\begin{cases} x = 3t - 2 \\ y = -4t + 1 \\ z = 4t + 5 \end{cases} \quad \text{и} \quad 4x - 3y - 6z - 5 = 0;$$

б) 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad 4x - 3y + 7z - 7 = 0.$$

**Ответ:** а) прямая параллельна плоскости

б) прямая лежит в плоскости ( $\bar{\ell} = \{5; 9; 1\}$ ,  $M_0(-2; -5; 0)$ )

2) При каких значениях  $A$  и  $B$  прямая 
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$
 перпендикулярна

плоскости  $Ax + By + 3z - 5 = 0$ .

**Ответ:**  $A = -3$ ,  $B = 4,5$ .

3) Доказать, что прямая  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$  и плоскость  $2x - 2y + z - 2 = 0$  пересекаются. Найти их точку пересечения и угол наклона прямой к плоскости.

**Ответ:**  $P(0; 0; 2)$  ( $t = 1$ ),  $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{6}}$ .

4) Записать уравнение плоскости, проходящей через прямую 
$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = 2t - 3 \end{cases}$$
 и

точку  $M_1(2; -2; 1)$ .

**Ответ:**  $4x + 6y + 5z - 1 = 0$ .

5) Доказать, что прямые

$$\ell_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2} \quad \text{и} \quad \ell_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$$

параллельны. Записать уравнение плоскости, в которой лежат эти прямые.

**Ответ:**  $\lambda: 6x - 20y - 11z + 1 = 0$ .

6) Доказать, что прямые  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$  и 
$$\begin{cases} x = 3t + 7 \\ y = 2t + 2 \\ z = -2t + 1 \end{cases}$$
 лежат в одной

плоскости. Записать ее уравнение.

**Ответ:**  $\lambda: -2x + 16y + 13z - 31 = 0$

- 7) Записать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки  $M_0(-1; -1; 1)$  на прямую  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{1}$ .

**Ответ:**  $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .  $P(0; -2; 2) \leftrightarrow t = -1; 2x + 3y + z + 4 = 0$ .

- 8) Найти точку  $N$ , симметричную точке  $M(4; 7; -2)$  относительно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Ответ:**  $N(6; 5; -4)$

(плоскость  $2x + 3y - z - 31 = 0$ ,  $P(5; 6; -3) \leftrightarrow t = 2$ ).

- 9) (Клетеник, 1083(2)) Найти расстояние между скрещивающимися (доказать) прямыми:

$$l_1: \begin{cases} x = 2t - 4 \\ y = -t + 4 \\ z = -2t - 1 \end{cases} \quad \text{и} \quad l_2: \begin{cases} x = 4t - 5 \\ y = -3t + 5 \\ z = -5t + 5 \end{cases}$$

**Ответ:** 3.

- 10) Найти уравнение проекции прямой  $\ell: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$  на плоскость

$\lambda: x + y + 2z - 5 = 0$ .

**Ответ:** плоскость, проходящая через  $\ell \perp \lambda: x + y - z = 0$

проекция:  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + y + 2z - 5 = 0 \end{cases}$