

ОБРАЗЕЦ

1. Найти точку Q , симметричную точке $P(3; -4)$ относительно прямой, проходящей через две точки $M_1(2; 1)$ и $M_2(-1; 3)$.

Ответ: $M_1M_2: 2x + 3y - 7 = 0,$
 $\ell: 3x - 2y - 17 = 0$ ($\ell \perp M_1M_2, P \in \ell$),
 $K(5; -1)$ ($K = \ell \cap M_1M_2$), $Q(7; 2)$.

2. Записать уравнение плоскости, проходящей через две пересекающиеся (доказать) прямые

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x-z+2=0 \\ y-2z-1=0 \end{cases}$$

Ответ: $\ell_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}, \quad x+2y-5z=0.$

3. Записать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; -2; -2)$, $M_2(1; 3; 1)$, $M_3(0; 1; -1)$ Доказать, что она будет параллельна плоскости $4x + 3y - 5z + 12 = 0$ и найти расстояние между ними.

Ответ: $\pi: -4x - 3y + 5z + 8 = 0, \quad d = 2\sqrt{2}.$

4. Доказать, что прямая проходящая через точку $M_0(0; 1; -1)$ параллельно вектору $\vec{l} = \{2; 1; 2\}$ и плоскость $-x + 2y - 2z - 12 = 0$ пересекаются. Найти точку пересечения и угол между ними.

Ответ: $(\vec{l}, \vec{N}) = -4, \quad Q(-4; -1; -5)$ ($Q \leftrightarrow t = -2$)
 $\sin \varphi = 4/9.$

5. Доказать, что прямые

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = t \\ y = 3t - 1 \\ z = 4t + 2 \end{cases}$$

скрещиваются. Найти расстояние между ними.

Ответ: $(\overline{M_1M_2}, \bar{\ell}_1, \bar{\ell}_2) = 2$,

$$\pi: x + y - z + 3 = 0 \quad (\ell_2 \subset \pi, \ell_1 \parallel \pi),$$

$$d = 1/\sqrt{3}$$

6. Определить, какую кривую определяет уравнение $9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0$.

Построить кривую.

Ответ: $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$.