

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ТЕМЕ

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Понятие производной функции в точке: определение, обозначения. Вывод формул производных функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \ln x$, $y = e^x$, $y = x^2$.
2. Односторонние производные функции в точке (формулировка). Необходимое и достаточное условие существования производной (формулировка).
3. Связь производной функции в точке с ее непрерывностью в этой точке: формулировка теоремы, доказательство.
4. Определение касательной и секущей. Геометрический и физический смысл производной функции.
5. Уравнение касательной и нормали (определения, вывод формул).
6. Правила дифференцирования. Производная суммы (вывод), разности, произведения (вывод) и частного функций. Производная обратной функции (вывод). Производная сложной функции (формулировка теоремы).
7. Понятие дифференцируемой функции в точке. Понятие дифференциала функции в точке.
8. Критерий дифференцируемости функции в точке (формулировка теоремы, доказать теорему о связи дифференцируемости функции с существованием производной).
9. Геометрический смысл дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала (вывод).
11. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.
12. Теорема Ролля: формулировка, доказательство, геометрический смысл.
13. Теорема Лагранжа: формулировка, доказательство, геометрический смысл.
14. Теорема Коши: формулировка, доказательство, геометрический смысл.
15. Правило Лопиталя для неопределенности вида $(0/0)$, (∞/∞) : формулировка, доказательство для неопределенности вида $(0/0)$.
16. Понятие убывающей и невозрастающей функции, возрастающей и неубывающей функции. Необходимое условие возрастания (убывания) функции: формулировка теоремы, доказательство.
17. Понятие убывающей и невозрастающей функции, возрастающей и неубывающей функции. Достаточное условие возрастания (убывания) функции: формулировка теоремы, доказательство.
18. Понятие точки максимума и минимума функции. Понятие минимума и максимума функции. Необходимый признак экстремума дифференцируемой функции (формулировка теоремы Ферма, доказательство).
19. Понятие стационарных и критических точек. Первый достаточный признак экстремума: формулировка, доказательство.
20. Понятие стационарных и критических точек. Второй достаточный признак экстремума: формулировка, доказательство.
21. Понятие выпуклого и вогнутого графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости графика функции: формулировка.

22. Понятие точки перегиба. Необходимое условие точки перегиба: формулировка. Достаточное условие точки перегиба: формулировка, доказательство.
23. Понятие асимптоты. Вертикальная и наклонная асимптота. Критерий существования наклонной асимптоты: формулировка, доказательство.
24. Формула Тейлора: вывод. Понятие остаточного члена формулы Тейлора. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа.
25. Формула Маклорена (разложение для элементарных функций – получить).