ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
"ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

В. Г. Спицын

РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ПРАВИЛ ВЫВОДА

Методические указания к лабораторным работам

Издательство ТПУ
Томск 2011

УДК 681.3.016
С 72

Спицын В.Г.

С 72 Разработка экспертных систем на основе нечетких правил вывода: методические указания к лабораторным работам. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 33 с.

В учебно-методическом пособии рассматриваются базовые понятия нечеткой логики – одного из современных подходов вычислительного интеллекта и мягких вычислений, применяемого для решения задач принятия решений в условиях неопределенности. В пособии содержатся методические указания и задания для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Представление знаний в информационных системах». Материал пособия полностью соответствует образовательной программе данной дисциплины. Пособие подготовлено на кафедре вычислительной техники, соответствует программе дисциплины и предназначено для магистрантов направления “Информатика и вычислительная техника” по магистерской программе “Компьютерный анализ и интерпретация данных”.

УДК 681.3.016

Рекомендовано к печати Редакционно-издательским Советом
Томского политехнического университета

Рецензент
Доктор технических наук, профессор, заведующий
кафедрой автоматизированных систем управления ТУСУРа
А.М. Кориков

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в интеллектуальных информационных системах широко применяются нестрогие рассуждения, принятие решений в условиях неопределенности и осуществляются попытки моделирования человеческих приемов мышления на основе здравого смысла. Одним из методов, позволяющим продвинуться вперед в решении данных проблем, является нечеткая логика, изложению основ которой и посвящены данные методические указания. В разделе 1 рассматривается история возникновения нечеткой логики. Раздел 2 посвящен основам нечеткой логики. Нечеткие множества анализируются в разделе 3. Описание мер нечеткости множеств содержится в разделе 4. Нечеткие правила вывода заключений представлены в разделе 5. Описание систем нечеткого вывода Мамдани-Заде содержится в разделе 6. В разделе 7 излагается фаззификатор, применямый для преобразования множества входных данных в нечеткое множество. Раздел 8 содержит описание дефаззификатора, применяемого для преобразования нечеткого множества в единственное точечное решение. Применение нечетких правил вывода в экспертных системах описывается в разделе 9. В разделе 10 содержатся задания на выполнение лабораторных работ.

1. Предпосылки возникновения нечеткой логики

Зачастую поиск оптимального решения практической задачи на основе классических методов математики затруднен. Причина заключается в проблеме осуществления корректного подбора приемлемого аналитического описания решаемой задачи. Даже в случае успешной реализации аналитического описания поставленной задачи для ее решения могут потребоваться непомерные временные и материальные затраты. Однако существует другой подход к решению проблемы.

Дело в том, что человек способен находить оптимальные решения, пользуясь лишь абстрактными сведениями и субъективными представлениями о задаче. В жизни нам постоянно приходится оперировать неточными знаниями и формально не определенными понятиями. Разумеется, что классическая математика в таких условиях не применима. Указанные обстоятельства и привели к возникновению новой математической дисциплины – нечеткой логики, позволяющей приблизить математику к реальному миру.

Нечеткая логика (fuzzy logic) является надмножеством классической булевой логики. Она расширяет возможности классической логики, позволяя применять концепцию неопределенности в логических выводах. Под термином “нечеткая логика” фактически понимается непрерывная логика, поскольку в данном случае вместе со значениями “ложь” и “истина” применяются значения между ними [1, 2].

Как новая область математики, нечеткая логика была представлена в 1960-х годах профессором Калифорнийского университета Лотфи Заде (Lotfi Zadeh). Первоначально нечеткая логика разрабатывалась как средство моделирования неопределенности человеческого языка.

Его основная идея состояла в том, что человеческий способ рассуждений, опирающийся на естественный язык, не может быть описан в рамках традиционных математических понятий. Этим понятиям присуща строгая однозначность интерпретации, а все, что связано с использованием естественного языка, имеет многозначную интерпретацию [3–6].

Лотфи Заде ввел понятие лингвистической переменной [1]. *Лингвистическая переменная – это переменная, значения которой определяются набором вербальных (то есть словесных) характеристик некоторого свойства.* Например, лингвистическая переменная “возраст” определяется через набор: *младенческий, детский, юношеский, молодой, зрелый, преклонный и старый.*

Обычные экспертные систем основаны на классической логике, а нечеткие экспертные системы на нечеткой логике**.** Нечеткие экспертные системы позволяют не только учитывать неопределенность, но и дают возможность моделировать *рассуждения на основе здравого смысла*, а эта задача с большим трудом поддается решению с помощью обычных систем. Важной проблемой при моделировании рассуждений на основе здравого смысла является необходимость воссоздания *онтологии информации*, которую люди используют в своих рассуждениях [6] Онтология – это явная формальная спецификация терминов проблемной области и отношений между ними. В экспертных системах онтология представляет собой метазнания, которые описывают все, что известно о предметной области [7].

Таким образом, основной целью введения нечеткой логики является создание аппарата, способного моделировать человеческие рассуждения и объяснять человеческие приемы принятия решений в ходе решения различных задач. В настоящее время нечеткая логика применяется при разработке систем, понимающих тексты на естественном языке, при создании планирующих систем, опирающихся на неполную информацию, для обработки зрительных сигналов, при управлении техническими, социальными и экономическими системами, в системах искусственного интеллекта и робототехнических системах.

Л. Заде было введено понятие нечетких множеств (англ.: *fuzzy sets)* как обобщение обычных (четких) множеств. Традиционный способ представления элемента множества *A* состоит в применении характеристической функции $\mu_A(x)$, которая равна 1, если этот элемент принадлежит к множеству *A,* или равна 0 в противном случае. В нечетких системах элемент может частично принадлежать к любому множеству. Степень принадлежности к множеству *A,* представляющая собой обобщение характеристической функции, называется функцией принадлежности $\mu_A(x)$, причем $\mu_A(x) \in [0,\ 1]$. Значения функции принадлежности являются рациональными числами из интервала [0, 1], где 0 означает отсутствие принадлежности к множеству, а 1 – полную принадлежность. Конкретное значение функции принадлежности называется *степенью или коэффициентом принадлежности.* Эта степень может быть определена явным образом в виде функциональной зависимости либо дискретно – путем задания конечной последовательности значений $x \in \{x_n\}$ в виде

$$A(x) = \{x_1 \mid \mu(x_1), x_2 \mid \mu(x_2), ..., x_N \mid \mu(x_N)\}.$$

Например, для последовательности дискретных значений переменной *x,* равных $x_1 = 7$, $x_2 = 8$, $x_3 = 9$, $x_4 = 10$, $x_5 = 11$, $x_6 = 12$, $x_7 = 13$, их коэффициент принадлежности к числам, близким 10, может быть определен в виде

$$A(x) = \{(7 \mid 0{,}1), (8 \mid 0{,}3), (9 \mid 0{,}8), (10 \mid 1{,}0), (11 \mid 0{,}8), (12 \mid 0{,}3), (13 \mid 0{,}1)\}.$$

В теории нечетких множеств, помимо переменных цифрового типа, существуют лингвистические переменные с приписываемыми им значениями. Пусть переменная *x* обозначает температуру (*x* = “температура”). Можно определить нечеткие множества “отрицательная”, “близкая к нулю”, “положительная”, характеризуемые функциями принадлежности $\mu_{отриц}(x), \mu_{близкнул}(x), \mu_{полож}(x)$. Также как обычная переменная может принимать различные значения, лингвистическая переменная “температура” может принимать различные лингвистические значения. В нашем примере это: “отрицательная”, “близкая к нулю” и “положительная”. Следовательно, лингвистическое выражение может иметь вид: “температура отрицательная”, “температура, близкая к нулю”, “температура положительная”.

Два множества *A(x)* и *B(x)* равны между собой, когда $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ для каждого элемента обоих множеств. *Кардиналь-*

ное число нечеткого множества A равно сумме коэффициентов принадлежности всех элементов к этому множеству, $M(A) = \sum_i \mu_A(x_i)$. Это обобщение аналогичного понятия, относящегося к обычным множествам, для которых кардинальное число равно сумме элементов множества. Нечеткое множество является *нормальным,* если хотя бы один элемент этого множества имеет коэффициент принадлежности равный 1.

2. Нечеткая логика

Одно из базовых понятий в нечеткой логике это теория нечетких множеств. Эта теория занимается рассмотрением множеств, определяемых небинарными отношениями вхождения. В булевой логике существует только два варианта: либо элемент принадлежит множеству (степень вхождения равна 1), либо не принадлежит ему (степень вхождения равна 0). Основной недостаток двухзначной логики обусловлен тем, что люди живут в аналоговом, а не цифровом мире. Например, в действительности можно наблюдать множество оттенков серого, а не просто белое и черное. Реальный мир гораздо точнее представляют искусственные объекты в виде нейронных сетей и систем на основе нечеткой логики, которые созданы в результате развития аналоговых теорий вычисления [7].

В нечеткой логике принимается во внимание степень вхождения во множество данного элемента, которая может непрерывно изменяться в интервале от 0 до 1. Указанной степени вхождения элемента во множество соответствует понятие функции принадлежности элемента множеству.

Для комбинирования нецелочисленных значений истинности в нечеткой логике определяются эквиваленты операций $И, ИЛИ, НЕТ$ [3, 8]:

$$p_1 И p_2 = \min(p_1, p_2) \text{ (т.е. меньшее);}$$

$$p_1 ИЛИ p_2 = \max(p_1, p_2) \text{ (т.е. большее);}$$

$$НЕ p_1 = 1 - p_1 \text{ (т.е. обратное значение).}$$

Существенной в нечеткой логике является проблема взвешивания сведений. Предположим, что имеется следующий набор продукционных правил:

Правило 1:

$ЕСЛИ$ x программирует на ЭВМ
$И$ x получает новую информацию через Интернет,
$ТО$ x выберет специальность по информатике.

Правило 2:

$ЕСЛИ$ x не склонен к изучению гуманитарных наук
$И$ x не любит доказывать теоремы,
$ТО$ x выберет специальность по информатике.

Предположим, что мы видели, как x программировал задачу на компьютере (определенность равна 1), и вполне уверены (0,8), что x получает новую информацию через Интернет. Тогда условия, входящие в правило 1, имеют совместное значение степени истинности, равное 0.8, поскольку в случае логической функции $И$ мы используем операцию $\min$.

Для правила 2 мы знаем, что “x не склонен к изучению гуманитарных наук” (0.5) и “x не любит доказывать теоремы” (степень истинности 0.25), тогда степень истинности заключения “x выберет специальность по информатике” равна 0.25 (меньшему из значений).

Таким образом, возникает проблема определения результирующей степени истинности заключения на основании приведенных двух правил. Следует отметить, что исследование таких проблем относится в большей степени к теории свидетельств, чем к нечеткой логике.

Схема, использующая свидетельства, для получения степени уверенности была предложена Шортлиффом и применяется в ЭС MYCIN. Она основывается на коэффициентах уверенности, предназначенных для измерения степени доверия к заключению, которое является результатом полученных свидетельств. Коэффициент уверенности – это разность между двумя мерами:

$$КУ[h:e] = МД[h:e] - МНД[h:e],$$

где $КУ[h:e]$ – уверенность в гипотезе h с учетом свидетельства e; $МД[h:e]$ – мера доверия гипотезе h при заданном свидетельстве e; $МНД[h:e]$ – мера недоверия h при свидетельстве e.

Коэффициент $КУ$ может изменяться от –1 (абсолютная ложь) до 1 (абсолютная истина). Значения $МД$ и $МНД$ могут изменяться только от 0 до 1. Следует отметить, что $КУ$, $МД$ и $МНД$ не являются вероятностными мерами.

Шортлиффом была предложена формула уточнения, по которой новую информацию можно сочетать со старыми результатами. Она применяется к мерам доверия и недоверия, связанным с каждой гипотезой. Формула для меры доверия имеет следующий вид:

$$МД[h:e_1,e_2] = МД[h:e_1] + МД[h:e_2](1 - МД[h:e_1]),$$

где запятая между e_1 и e_2 означает, что e_2 следует за e_1. Аналогичным образом уточняются значения меры недоверия.

Смысл формулы состоит в том, что влияние второго свидетельства e_2 на гипотезу h при заданном свидетельстве e_1 сказывается в смещении меры доверия в сторону полной определенности на расстояние, зависящее от второго свидетельства. Эта формула имеет два важных свойства:

а) она симметрична относительно следования e_1 и e_2;

б) по мере накопления подкрепляющих свидетельств $МД$ (или $МНД$) движется в сторону полной определенности.

Рассмотрим пример, указывая в скобках значение $МД$ для свидетельств.

Правило 1:

ЕСЛИ x программирует на ЭВМ (0.75)
И x не любит теоретические дисциплины (0.6),
ТО x выберет специальность по информатике.

Правило 2:

ЕСЛИ x любит увлекаться точными науками (0.5)
ИЛИ x любит практику на ЭВМ (0.7),
ТО x выберет специальность по информатике.

Операция *И* в первом правиле определяет минимальное из значений 0.75 и 0.6 , т.е. 0.6. Операция *ИЛИ* во втором правиле требует взятия максимального из значений 0.5 и 0.7, т.е. 0.7.

Тогда гипотеза, что “x выбирает специальность по информатике” поддерживается на уровне 0.6 правилом 1 и на уровне 0.7 правилом 2. Применяя приведенную формулу, получаем

$$МД\ [\textit{информатика}: \textit{правило}\ 1, \textit{правило}\ 2] =$$

$$= МД\ [\textit{информатика}: \textit{правило}\ 1] + МД\ [\textit{информатика}: \textit{правило}\ 2]\times$$

$\times (1 - МД$ [*информатика*: *правило* 1]) = 0,88.

Таким образом, объединенная мера доверия оказывается выше, чем при учете каждого свидетельства, взятого отдельно. Это согласуется с ожидаемым нами результатом, поскольку несколько показывающих одно и то же направление свидетельств подкрепляют друг друга. Следует отметить, что если поменять порядок правил 1 и 2, то на результате это не отразится. Такой набор правил с успехом использовался в ЭС MYCIN, что привело к их широкому применению в последующих разработках.

3. Нечеткие множества

Пусть *A* есть некоторое подмножество универсального множества *E*. Принадлежность любого элемента *x* подмножеству *A* можно выразить с помощью *функции принадлежности* $\mu_A(x)$, значения которой указывают, является ли (да или нет) *x* элементом *A*:

$$\mu_A(x) = 1, \quad \text{если} \quad x \in A,$$
$$\mu_A(x) = 0, \quad \text{если} \quad x \notin A.$$

Предположим теперь, что характеристическая функция для элементов подмножества *A* может принимать не только значения 0 или 1, но и любое значение а$\in[0,1]$, т.е. $\mu_A(x) = a \in [0,1]$.

Математический объект, определяемый выражением $A = \{(x_1 | 0{,}2), (x_2 | 0{,}4), (x_3 | 1), (x_4 | 0)\}$, где x_i – элементы универсального множества *E*, а число после вертикальной черты – значение функции принадлежности для этого элемента, будем называть нечетким подмножеством множества *E*.

На рис. 1 приведено графическое представление нечеткого множества с помощью его функции принадлежности [3].

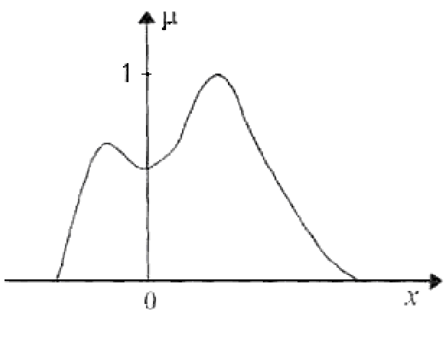

Рис. 1. Функция принадлежности

Строгое определение понятия нечеткого подмножества имеет следующий вид. Пусть E есть множество и x – элемент E. Тогда нечетким подмножеством A множества E называется множество упорядоченных пар

$$\{x \mid \mu_A(x)\}, \forall x \in E,$$

где $\mu_A(x)$ – степень принадлежности x к A. Если $\mu_A(x)$ принимает свои значения во множестве M значений функции принадлежности, то можно сказать, что x принимает значения в M посредством μ_A. Множество M называют множеством принадлежностей.

Таким образом, четкое множество представляет собой частный случай нечеткого множества с функцией принадлежности $\{0, 1\}$. Теория нечетких множеств имеет более широкий спектр применений, чем теория четких множеств, поскольку позволяет учитывать субъективные мнения.

Операции над нечеткими множествами. Рассмотрим различные операции теории обычных множеств применительно к нечетким множествам, а также введем новые операции для нечетких множеств. Пусть A и B – два нечетких множества.

Равенство множеств A и B. Нечеткие множества A и B равны между собой, когда для всех элементов x_i обоих множеств выполняется условие

$$\mu_A(x) = \mu_B(x).$$

Логическая сумма. Логическая сумма (объединение) двух нечетких подмножеств A и B, $A \cup B$, определим как наименьшее нечеткое подмножество, которое содержит как A, так и B:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \cup \mu_B(x) = Max[A(x), B(x)],$$

где знак $\cup$ обозначает оператор *Max*.

На рис. 2 графически представлено объединение двух нечетких подмножеств.

Например, пусть даны два нечетких множества A и B, определенные следующим образом:

$$A = \{(x_1 \mid 1{,}0), (x_2 \mid 0{,}7), (x_3 \mid 0{,}5), (x_4 \mid 0{,}1)\},$$
$$B = \{(x_1 \mid 0{,}2), (x_2 \mid 0{,}5), (x_3 \mid 0{,}6), (x_4 \mid 0{,}7)\}.$$

Логическая сумма этих множеств $C = A \cup B$ равна:

$$C = \{(x_1 \mid 1{,}0), (x_2 \mid 0{,}7), (x_3 \mid 0{,}6), (x_4 \mid 0{,}7)\}.$$

Логическое произведение. Логическое произведение (пересечение) двух нечетких подмножеств A и B, обозначаемое $A \cap B$, определяют как наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \cap \mu_B(x) = Min[A(x), B(x)],$$

где знак $\cap$ обозначает оператор *Min.*

В этом случае, используя данные для нечетких множеств A и B, приведенные в предыдущем примере, выражение для множества $C = A \cap B$ приобретает вид

$$C = \{(x_1 \mid 0{,}2), (x_2 \mid 0{,}5), (x_3 \mid 0{,}5), (x_4 \mid 0{,}1)\}.$$

На рис. 3 графически представлено пересечение двух нечетких подмножеств.

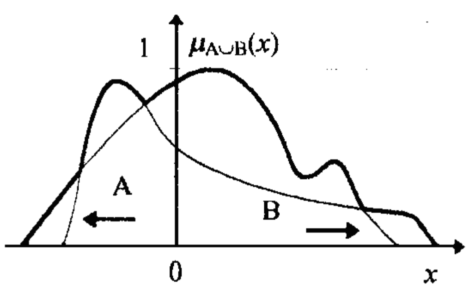

Рис. 2. Объединение двух нечетких подмножеств

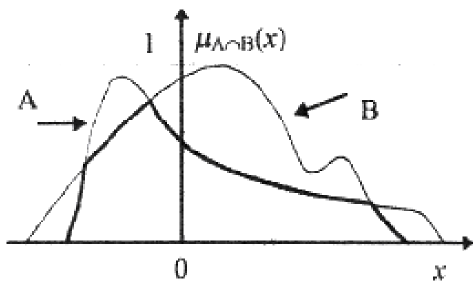

Рис. 3. Пересечение двух нечетких подмножеств

Отрицание множества $\overline{A}$. В этом случае соотношение для функций принадлежности элемента x к множествам A и $\overline{A}$ имеет вид

$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

Следует отметить, что в отличие от четких множеств, где отрицание элементов, принадлежащих к множеству, дает пустое множество, отрицание нечеткого множества определяет непустое множество, состоящее из элементов, функции принадлежности которых также определены на интервале [0, 1].

Нормализация множества. Операция нормализация множества *NORM(A)* осуществляется в соответствии со следующей формулой

$$\mu_{NORM}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\max\{\mu_A(x)\}}.$$

Концентрация. Операция концентрации *CON(A)* записывается в виде

$$\mu_{CON}(x) = [\mu_A(x)]^2.$$

Эта операция часто применяется при действиях с лингвистической переменной, в которых она отождествляется с интенсификатором “очень”.

Растяжение. Операция растяжения *DIL(A)* записывается в виде

$$\mu_{DIL}(x) = [\mu_A(x)]^{0,5}.$$

Лингвистическое значение этой операции формулируется как “примерно” или “приблизительно”.

Алгебраическое произведение. Выражение для функции принадлежности элемента x к алгебраическому произведению двух множеств $A * B$ имеет вид

$$\mu_{A*B}(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x).$$

Следует отметить, что множество A считается подмножеством множества B, что записывается как $A \subset B$, когда для всех элементов выполняется неравенство $\mu_A(x_i) \le \mu_B(x_i)$. Например, если $A = \{x_1 \mid 0.5, x_2 \mid 0.3, x_3 \mid 0.1\}$ и $B = \{x_1 \mid 0.6, x_2 \mid 0.5, x_3 \mid 0.4\}$, то $A \subset B$.

Определенные на нечетких множествах операции обладают свойствами ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности, причем эти свойства понимаются следующим образом:

- ассоциативность: $(A * B) * C = A * (B * C)$;
- коммутативность: $A * B = B * A$;
- дистрибутивность: $A * (B \circ C) = (A * B) \circ (A * C)$,

где операторы $*$ и $\circ$ обозначают любую определенную выше операцию на нечетких множествах [9].

4. Меры нечеткости множеств

Для определения степени нечеткости множества введем понятие меры нечеткости, сводящейся к измерению уровня различия между множеством A и его отрицанием B [9].

В соответствии с мерой Егера степень нечеткости множества A в метрике p, обозначаемая $FUZ_p(A)$, определяется выражением

$$FUZ_p(A) = 1 - \frac{D_p(A, \overline{A})}{n^{1/p}},$$

где $D_p(A, \overline{A})$ - это мера расстояния между множествами A и $\overline{A}$, содержащими n элементов. Значение $p = 1$ соответствует метрике Хемминга, в которой

$$D_1(A, \overline{A}) = \sum_{i=1}^{n} \left| 2\mu_A(x_i) - 1 \right|,$$

а значение $p = 2$ соответствует метрике Евклида, в которой

$$D_2(A, \overline{A}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(2\mu_A(x_i) - 1 \right)^2}.$$

Предположим, что нечеткое множество определяется дискретным способом в виде

$$A = \{(x_1 \mid 0{,}1), (x_2 \mid 0{,}5), (x_3 \mid 0{,}8), (x_4 \mid 1{,}0), (x_5 \mid 0{,}8), (x_6 \mid 0{,}5), (x_7 \mid 0{,}1)\},$$

то, принимая во внимание, что

$$\overline{A} = \{(x_1 \mid 0{,}9), (x_2 \mid 0{,}5), (x_3 \mid 0{,}2), (x_4 \mid 0), (x_5 \mid 0{,}2), (x_6 \mid 0{,}5), (x_7 \mid 0{,}9)\}$$

в соответствии с мерой Егера получаем

$$FUZ_1(A) = 1 - \frac{1}{7}(0{,}8 + 0 + 0{,}6 + 1 + 0{,}6 + 0 + 0{,}8) = 0{,}457.$$

$$FUZ_2(A) = 1 - \frac{1}{\sqrt{7}}(0{,}64 + 0 + 0{,}36 + 1 + 0{,}36 + 0 + 0{,}64) = 0{,}347.$$

Энтропийная мера нечеткости предложена Б. Коско [9]. Она основана на понятии кардинального числа множества. В соответствии с этой мерой

$$FUZ(A) = \frac{M(A \cap \overline{A})}{M(A \cup \overline{A})}.$$

где *M (F)* обозначает кардинальное число множества *F*. Для множества *A* из приведенного примера получаем меру Коско, равную

$$FUZ(A) = \frac{0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}2 + 0 + 0{,}2 + 0{,}5 + 0{,}1}{0{,}9 + 0{,}5 + 0{,}8 + 1 + 0{,}8 + 0{,}5 + 0{,}9} = \frac{1{,}6}{5{,}4} = 0{,}296.$$

Следует отметить, что обе меры – Егера и Коско – для четких множеств дают нулевой результат.

5. Нечеткие правила вывода

Базовое правило вывода типа “если – то” (*if – then rule)* называется также *нечеткой импликацией,* принимающей форму

если x это A, то y это B,

где A и B - это лингвистические значения, идентифицированные нечетким способом через соответствующие функции принадлежности для переменных x и y [9]. Часть “x это A” называется *условием (предпосылкой),* а “y это B” - следствием (заключением). Данную импликацию можно записать в сокращенном виде $A \to B$.

Нечеткое рассуждение – это процедура, которая позволяет определить заключение, вытекающее из множества правил “если – то”. Такое множество при N переменных x_i может принять вид

если x_1 *это* A_1, x_2 *это* A_2 *и… и* x_N *это* A_N, *то* y *это* B.   (5.1)

Переменные $x_1, x_2, \ldots, x_N$ образуют N-мерный входной вектор x, составляющий аргумент условия, в котором $A_1, A_2, \ldots, A_N$ и B обозначают величины соответствующего коэффициента принадлежности $\mu_A(x_i)$ и $\mu_B(y)$. Необходимо обратить внимание, что здесь присутствуют индивидуальные функции принадлежности для каждой переменной x_i, и отдельно для y. Случайное значение функции принадлежности $\mu_A(x)$, где x - это вектор $x = [x_1, x_2, \ldots, x_N]$, относящееся к условию импликации (уровень активации правила), должно в последующем интерпретироваться с использованием введенных ранее нечетких операций. Возможна интерпретация в форме логического произведения множеств либо в форме алгебраического произведения:

• интерпретация в форме логического произведения

$$\mu_A(x) = \min_{i=1,\ldots,N}(\mu_A(x_i)),$$

• интерпретация в форме алгебраического произведения

$$\mu_A(x) = \prod_{i=1}^{N}\mu_A(x_i).$$

Приписывание единственного значения функции принадлежности, описывающей многомерное условие, будем называть *агрегированием предпосылки.* Каждой импликации $A \to B$, определенной выражением (5.1), можно приписать также единственное значение функции принадлежности $\mu_{A \to B}(x, y)$. Зачастую интерпретации этой функции также имеют форму логического или алгебраического произведения:

• форма логического произведения

$$\mu_{A \to B} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\},$$

• форма алгебраического произведения

$$\mu_{A \to B} = \mu_A(x)\mu_B(y).$$

Приписывание единственного значения функции принадлежности всей импликации называется процедурой агрегирования на уровне импликации.

6. Системы нечеткого вывода Мамдани-Заде

Элементы теории нечетких множеств, правила импликации и нечетких рассуждений образуют систему нечеткого вывода. В ней можно выделить множество используемых в системе нечетких правил, базу данных, содержащую описания функций принадлежности, а также механизм вывода и агрегирования, который формируется применяемыми правилами импликации [9].

Следует отметить, что в случае технической реализации в качестве входных и выходных сигналов выступают измеряемые величины, однозначно сопоставляющие входным значениям соответствующие выходные значения. Для обеспечения взаимодействия множеств этих двух видов вводится нечеткая система с так называемыми *фаззификатором* (преобразователем множества входных данных в нечеткое множество) на входе и *дефаззификатором* (преобразователем нечетких множеств в конкретное значение выходной переменной) на выходе [9]. Структура такой системы представлена на рис. 4.

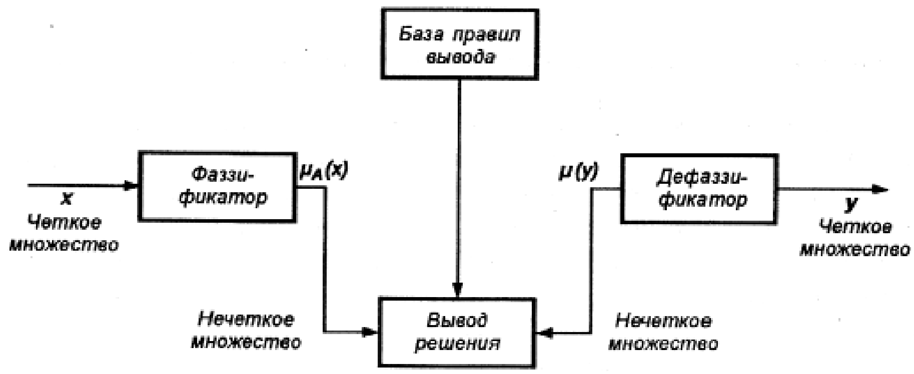

Рис. 4. Структура нечеткой системы с фаззификатором и дефаззификатором

Фаззификатор преобразует точное множество входных данных в нечеткое множество, определяемое с помощью значений функций принадлежности, тогда как дефаззификатор решает обратную задачу - он формирует однозначное решение относительно значения выходной переменной на основании многих нечетких выводов, вырабатываемых исполнительным модулем нечеткой системы. Выходной сигнал этого модуля может иметь вид M нечетких множеств, определяющих диапазон изменения выходной переменной. Дефаззификатор преобразует этот диапазон в одно конкретное значение, принимаемое в качестве выходного сигнал всей системы.

Обобщенная функциональная структура системы, приведенная на рис. 4, может быть представлена в расширенной форме, которая в явном виде демонстрирует правила нечеткого вывода так, как это изображено на рис. 5. Поскольку допускается применение множества нечетких правил, в ней также предусмотрен блок агрегирования, чаще всего реализуемый в виде логического сумматора (оператор Max). Описываемая система вывода называется системой Мамдани-Заде. Она очень популярна в обычных (неадаптивных) нечетких системах. Как правило, в модели Мамдани-Заде присутствуют следующие операторы:

• оператор логического или арифметического произведения для определения результирующего уровня активации, в котором учитываются все компоненты вектора x условия;

• оператор логического или арифметического произведения для определения значения функции принадлежности для всей импликации $A \to B$;

• оператор логической суммы как агрегатор равнозначных результатов импликации многих правил;

• оператор дефаззификации, трансформирующий нечеткий результат $\mu(y)$ в четкое значение выходной переменной y.

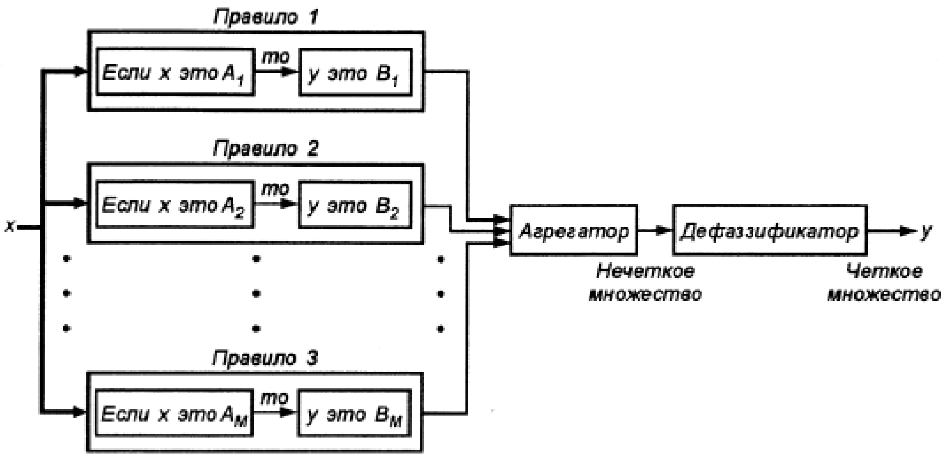

Рис. 5. Организация вывода в нечеткой системе при наличии M правил вывода

На рис. 6 представлен способ агрегирования двух правил нечеткого вывода при существовании двух значений переменных x_1 и x_2. Логическое произведение (оператор *Min*) используется как для агрегирования нечетких правил относительно конкретных переменных x_i (i = 1, 2), образующих вектор x, так и на уровне импликации $A \to B$ для одиночных правил вывода. Агрегирование импликаций, касающихся правил 1 и 2, проводится с использованием логической суммы (оператор *Max*). В правой нижней части рисунка представлен нечеткий результат в виде функции принадлежности переменной y. Получение четкого значения y, соответствующего также четким значениям входных переменных x_1 и x_2, требовало бы в этом случае применения процедуры дефаззификации.

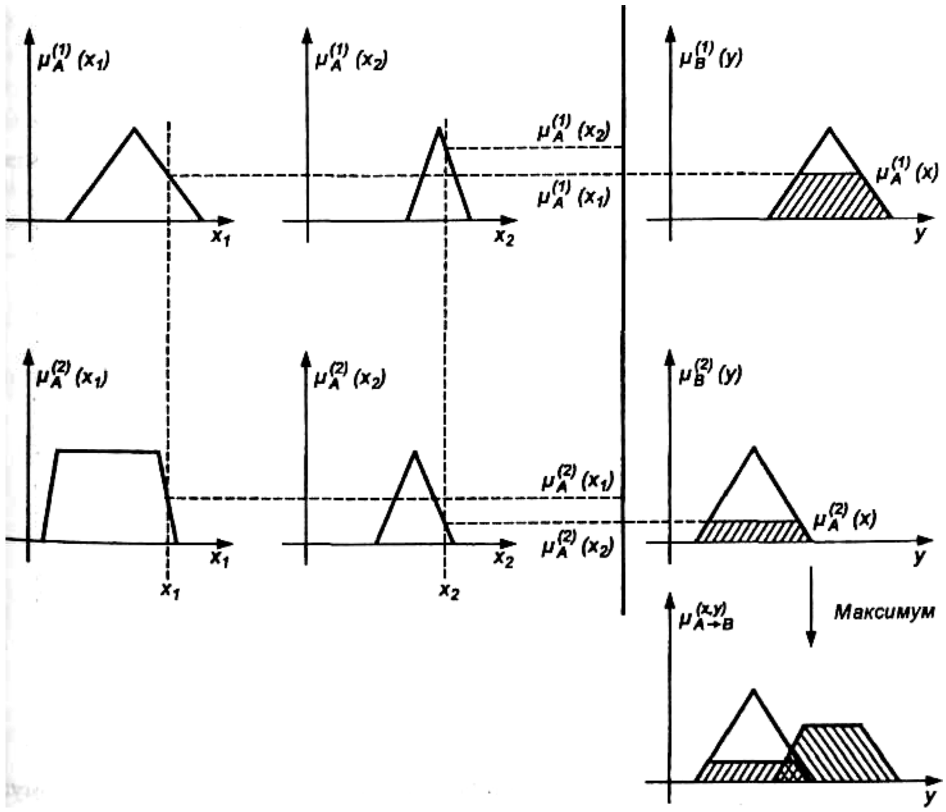

Рис. 6. Иллюстрация примера системы вывода Мамдани-Заде [9]

7. Фаззификатор

Фаззификатор преобразует N-мерный входной вектор $x = [x_1, x_2, \ldots, x_N]$ в нечеткое множество A, характеризуемое функцией принадлежности $\mu_A(x)$ с четкими переменными. Несмотря на то, что нечеткие системы могут иметь функции принадлежности произвольной структуры, с практической точки зрения наибольшей популярностью пользуются функции гауссовского типа, а также треугольные и трапецеидальные функции.

Общая форма гауссовской функции для переменной x с центром c и вариацией σ для множества F имеет вид

$$\mu_A(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right].$$

На рис. 7 представлена форма типовых гауссовских функций в случае фиксированного положения центра нечеткого множества c при различных значениях параметра σ. Параметр σ определяет форму функции принадлежности. Чем меньше его значение, тем больше крутизна функции. Следует отметить, что при соответствующем смещении центра гауссовская функция может реализовать и сигмоидальную функцию.

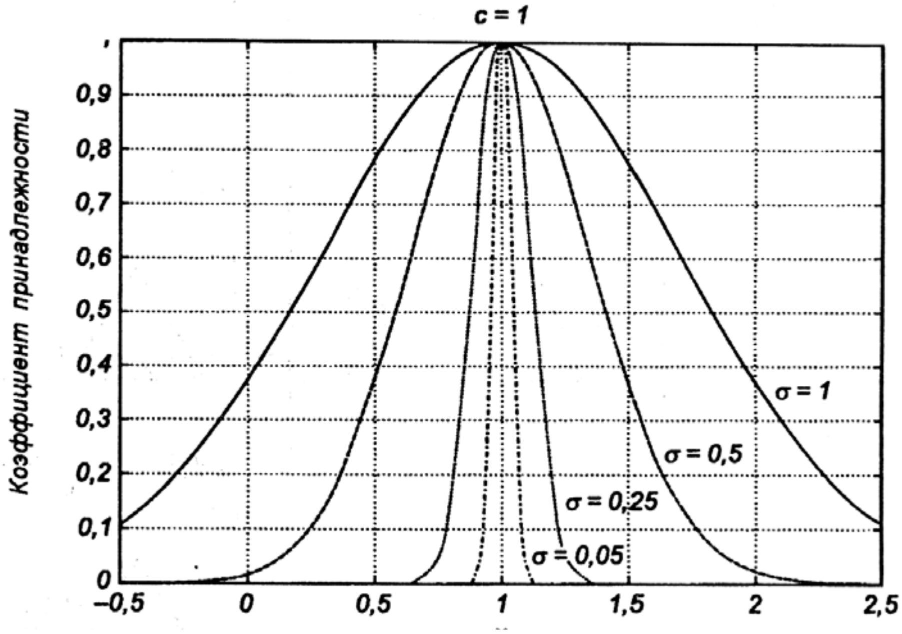

Рис. 7. Влияние значения параметра σ на форму гауссовской функции

В нечетких системах также применяется обобщенная гауссовская функция, которая определяется формулой

$$\mu_A(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^{2b}\right]. \qquad (7.1)$$

Она оперирует тремя параметрами: c, σ и b. Значение параметра b существенным образом влияет на форму кривой, что демонстрируется на рис. 8.

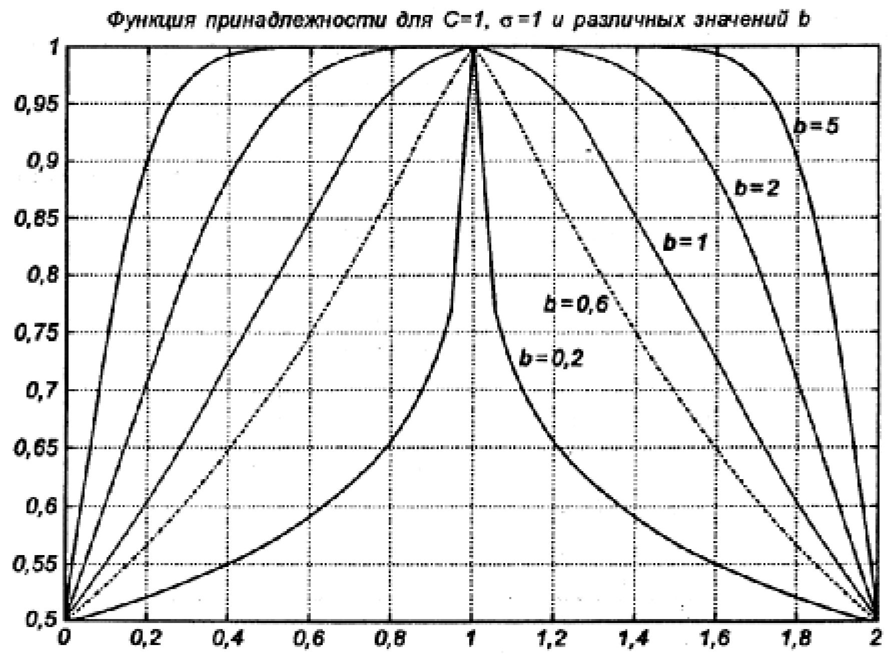

Рис. 8. Влияние значения параметра σ на форму гауссовской функции при $c = 1$.

На нем видно, что при соответствующем подборе показателя степени b (зависимость (7.1)) она может определять как функцию Гаусса, так и треугольную или трапецеидальную функцию. Значение $b = 1$ соответствует стандартной гауссовской функции. Обобщенная функция также может быть представлена в рациональной форме

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{x - c}{\sigma}\right)^{2b}},$$

которая аналогична описываемой выражением (7.1).

На практике часто применяется симметричная треугольная функция принадлежности, которую можно записать в виде

$$\mu_A(x) = 1 - \frac{|x - c|}{d}, \qquad x \in [c - d, c + d],$$
$$\mu_A(x) = 0, \qquad x \notin [c - d, c + d]\ .$$

Интерпретация центральной точки c и ширины d для треугольной функции представлена на рис. 9. Эта функция является нормированной и принимает единичное значение в центральной точке c.

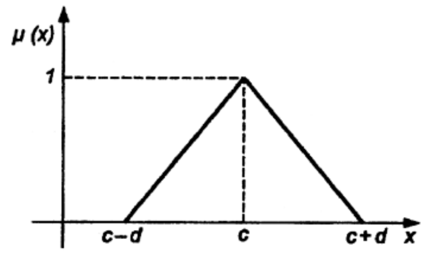

Рис. 9. Треугольная форма функции принадлежности

Обобщением треугольной функции является трапецеидальная функция принадлежности, форма и обозначения которой показаны на рис. 10.

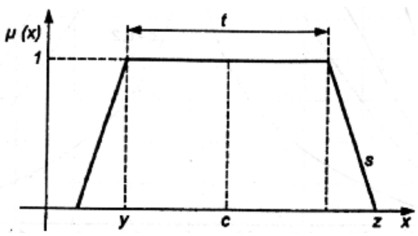

Рис. 10. Трапецеидальная форма функции принадлежности

Если определить $y = c - \frac{t}{2} - \frac{1}{x}$, $z = c + \frac{t}{2} + \frac{1}{s}$, где s обозначает угол наклона, то трапецеидальная функция описывается зависимостью

$$\mu_A(x) = 0, \qquad x > z \quad or \quad x < y,$$

$$\mu_A(x) = 1, \qquad c - \frac{t}{2} \le x \le c + \frac{t}{2},$$

$$\mu_A(x) = s(z - x), \qquad c + \frac{t}{2} \le x \le z,$$

$$\mu_A(x) = s(z - y), \qquad y \le x \le c - \frac{t}{2}.$$

Выбор значения $t = 0$ сводит трапецеидальную функцию к треугольной форме.

8. Дефаззификатор

Дефаззификатор трансформирует нечеткое множество в полностью детерминированное точечное решение y. Нечеткое множество представляет зависимость $\mu(y) = \mu_{A \to B}(y)$ как функцию от выходной переменной y. Преобразование этого множества в единственное точечное решение возможно многими способами. Наиболее известны среди них:

• дефаззификация относительно центра области (англ.: *Center of Area)*

$$y_c = \frac{\int_y \mu(y) y dy}{\int_y \mu(y) dy},$$

либо в дискретной форме

$$y_c = \frac{\sum_i \mu(y_i) y_i}{\sum_i \mu(y_i)};$$

• дефаззификация относительно среднего центра (англ.: *Center Average)*

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^{M} \mu(y_{ci}) y_{ci}}{\sum_{i=1}^{M} \mu(y_{ci})}.$$

где y_{ci} обозначает центр i-го нечеткого правила, а $\mu(y_{ci})$ - значение функции принадлежности, соответствующей этому правилу;

• дефаззификация относительно среднего максимума (англ.: *Mean of Maxima)*

$$y_M = \frac{\sum_{i=1}^{m} y_i}{m},$$

где m обозначает количество точек переменной y, в которых $\mu(y_{ci})$ достигает максимального значения. Если функция $\mu(y)$ имеет максимальное значение только в одной точке $y_{\max}$, то $y_M = y_{\max}$. Если $\mu(y)$ достигает своих максимальных значений между y_t и y_p, то $y_M = (y_t + y_p)/2$;

• дефаззификация в форме выбора минимального из максимальных значений y

y_s - *наименьшее значение y, для которого* $\{\mu(y) = \max\}$;

• дефаззификация в форме выбора максимального из максимальных значений y

y_l - наибольшее значение y, для которого $\{\mu(y) = \max\}$.

На практике чаще всего применяется дефаззификация относительно среднего центра.

В качестве примера на рис. 11 представлен нечеткий сигнал, полученный после агрегирования двух правил вывода из предыдущего примера (рис. 9).

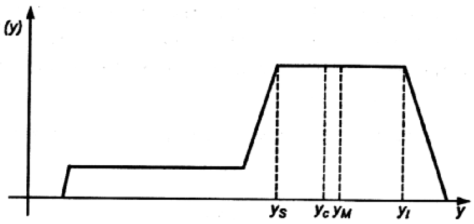

Рис. 11. Иллюстрация влияния различных способов дефаззификации на итоговое решение

Применение перечисленных выше способов дефаззификации приводит к получению результатов, соответствующих точкам y_c, y_m, y_s и y_l на этом рисунке.

9. Применение нечетких правил вывода в экспертных системах

Нечеткое правило логического вывода представляет собой упорядоченную пару (*A, B*), где *A* – нечеткое подмножество пространства входных значений ***X***, а *B* – нечеткое подмножество пространства выходных значений ***Y***.

Например:

если *цена* **велика** и *спрос* **низкий**, то **оборот мал**,

где *цена* и *спрос* – входные переменные; **оборот** – выходное значение; **велика, низкий** и **мал** – функции принадлежности (нечеткие множества), определенные на множествах значений *цены*, *спроса* и *оборота,* соответственно [2].

Нечеткие правила вывода образуют базу правил. В нечеткой экспертной системе все правила работают одновременно, причем степень их влияния на выход может быть различной.

Процесс обработки нечетких правил вывода в экспертной системе состоит из 4 этапов:

1. Вычисление степени истинности левых частей правил (между "если" и "то") – определение степени принадлежности входных значений нечетким подмножествам, указанным в левой части правил вывода.

2. Модификация нечетких подмножеств, указанных в правой части правил вывода (после "то"), в соответствии со значениями истинности, полученными на первом этапе.

3. Объединение (суперпозиция) модифицированных подмножеств.

4. Скаляризация результата суперпозиции – переход от нечетких подмножеств к скалярным значениям.

Для определения степени истинности левой части каждого правила нечеткая экспертная система вычисляет значения функций принадлежности нечетких подмножеств от соответствующих значений входных переменных. Например, для правила (1) определяется степень вхождения конкретного значения переменной *цена* в нечеткое подмножество **велика**. Указанной степени вхождения переменной в подмножество можно поставить в соответствие истинность предиката "цена велика". К вычисленным значениям истинности могут применяться логические операции.

Выходы всех правил вычисляются нечеткой экспертной системой отдельно. При этом в правой части некоторых правил может быть указана одна и та же нечеткая переменная. Для определения обобщенного результата необходимо учитывать все правила. С этой целью система производит суперпозицию нечетких множеств, связанных с каждой из таких переменных. Эта операция называется нечетким объединением правил вывода. Например, правая часть правил

если цена мала, то ***спрос*** *велик,*
если цена велика, то ***спрос*** *мал*

содержит одну и ту же переменную – *спрос*. Два нечетких подмножества, получаемые при выполнении этих правил, должны быть объединены экспертной системой [2].

Применение нечетких множеств при распознавании образов

В качестве примера использования операций с нечеткими множествами представляет интерес *проблема распознавания образов*. Важными задачами распознавания образов являются диагностика состояния организма по медицинским снимкам, анализ сейсмических данных, полученных при проведении разведки запасов минерального сырья и нефти, и распознавание лиц.

В табл. 1 приведены данные, определяющие степень принадлежности к нечетким множествам ракеты, истребителя и авиалайнера, которые представлены на изображениях. Эти изображения могут быть получены, например, от радиолокационных систем. Интерпретация данных изображений связана с неопределенностью, обусловленной направлением движения и ориентацией объекта, а также наличием шумовой компоненты принимаемого сигнала [7].

Таблица 1. Данные о степени принадлежности для изображений

Изображение	Степень принадлежности		
	Ракета	Истребитель	Авиалайнер
1	1.0	0.0	0.0
2	0.9	0.0	0.1
3	0.4	0.3	0.2
4	0.2	0.3	0.5
5	0.1	0.2	0.7
6	0.1	0.6	0.4
7	0.0	0.7	0.2
8	0.0	0.0	1.0
9	0.0	0.8	0.2
10	0.0	1.0	0.0

Объединение нечетких множеств, относящихся к каждому изображению, может характеризовать общую неопределенность в идентификации объекта. На рис. 12 показаны объединения нечетких множеств для десяти изображений объектов, приведенных в табл. 1. В действительности могут обнаруживаться другие изображения, отличающиеся от приведенных на рис. 12. Неопределенность вносят нечеткие множества, относящиеся к ракете, истребителю и авиалайнеру, поскольку данные о степенях принадлежности назначаются субъективно, на основе знаний о физических конфигурациях типичной ракеты, истребителя и авиалайнера. В реальной ситуации может обнаруживаться много типов для каждого из таких множеств, в зависимости от условий экспериментов.

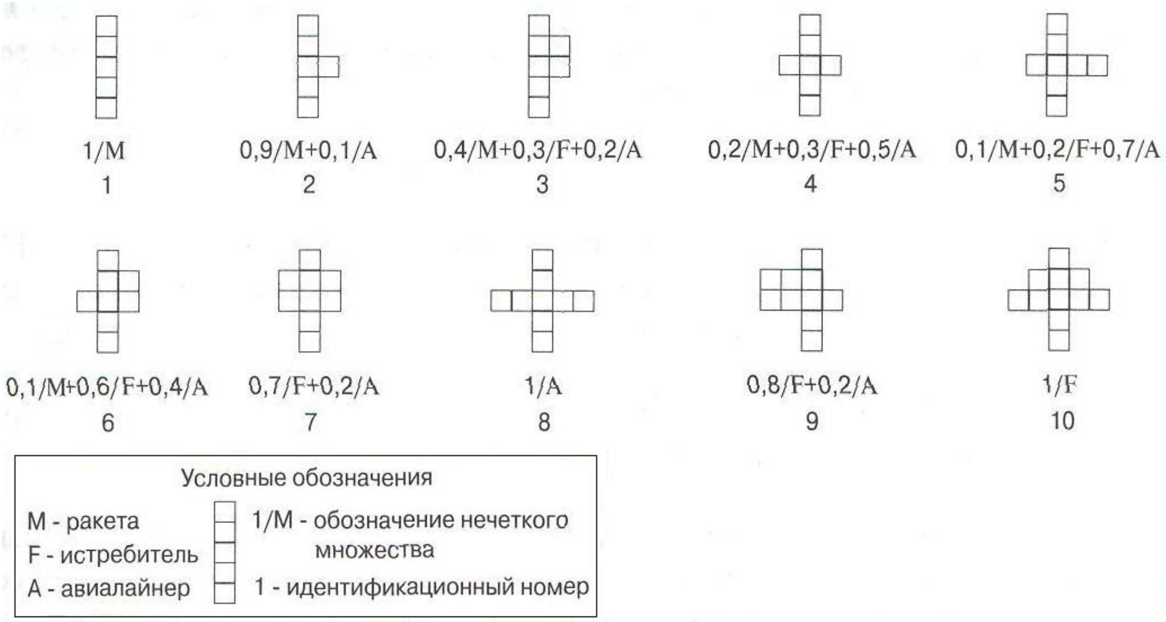

Рис. 12. Нечеткие множества, применяемые для распознавания объектов в воздушном пространстве [7]

Объединения нечетких множеств, показанные на рис. 12, могут рассматриваться как способы представления правила IF *E* THEN *H*, в котором *E* – наблюдаемое изображение, а *H* – объединение нечетких множеств.

Например, может быть дано следующее правило, в котором выражение в круглых скобках представляет собой объединение нечетких множеств, соответствующих объекту:

IF *IMAGE4* THEN *TARGET (.2/M + .3/F + .5/A)*

Предположим, что имеется дополнительное время для получения данных еще одного наблюдения за объектом и наблюдается изображение IMAGE6. Такое предположение соответствует следующему правилу:

IF *IMAGE7* THEN *TARGET7* В этом правиле применяется обозначение:

TARGET7 =.7/F +.2/A

Общее количество элементов, для которых получены результаты измерения, относящиеся к объекту, определяется с помощью следующей формулы, в которой знак + обозначает объединение множеств:

TARGET = TARGET4 + TARGET7

Таким образом, получаем следующее определение нечеткого множества TARGET, в котором сохранены только максимальные значения степени принадлежности для каждого элемента:

$$TARGET = .2/M + .3/F + .5/A +.7/F +.2/A$$

$$TARGET = .2/M + .7/F + .5/A$$

Если в качестве наиболее вероятного объекта рассматривается элемент с максимальной степенью принадлежности, то, скорее всего, объект представляет собой истребитель, поскольку именно истребитель имеет самое высокое значение степени принадлежности, равное 0.7.

Вообще говоря, если даны N наблюдений и правил, как в следующем множестве правил, где все частные гипотезы H_i опираются на некоторую общую гипотезу H, то степень принадлежности для гипотезы H определяется объединением гипотез:

IF E_1 THEN H_1

IF E_2 THEN H_2

.

.

.

IF E_N THEN H_N

Таким образом, справедлива следующая формула:

$$\mu_H = \max(\mu_{H_1}, \mu_{H_2}, ..., \mu_{H_N}).$$

Значение μ_H гипотезы H называется *истинностным значением* гипотезы H.

Кроме того, является приемлемым допущение, что истинностное значение гипотезы не может быть больше истинностного значения свидетельств. В терминах правил это предположение соответствует тому, что истинность консеквента не может быть больше истинности его антецедентов. (Посылки в правилах называют антецедентами, а заключения – консеквентами.)

Таким образом, с учетом того, что каждое значение E_i представляет собой нечеткое выражение, можно записать следующие соотношения

$$\mu_H = \max(\mu_{H_1}, \mu_{H_2}, ..., \mu_{H_N}),$$

$$\mu_{H_i} = \min(\mu_{E_i}),$$

$$\mu_H = \max[\min(\mu_{E_i}), \min(\mu_{E_2}), ..., \min(\mu_{E_N})].$$

Например, свидетельство E_1 может быть определено следующим образом:

$$E_1 = E_A \text{ AND } (E_B \text{ OR NOT } E_C).$$

Поэтому справедливо следующее выражение:

$$\mu_{E_1} = \min(\mu_{E_A}, \max(\mu_{E_B}, 1 - \mu_{E_C})).$$

Такое комбинированное значение степени принадлежности антецедента называется *истинностным значением антецедента*. Это значение аналогично частичным свидетельствам, определяемым антецедентами, в правилах системы PROSPECTOR. Свидетельства в антецедентах системы PROSPECTOR комбинировались с использованием нечеткой логики на произвольной основе. В данном случае применение такого способа комбинирования обосновано правилом композиции операции логического вывода теории нечетких множеств [7].

Композиция max-min

Приведенное выше уравнение для гипотезы H представляет собой *правило композиции max-min операций логического вывода,* применяемого в нечеткой логике. В следующих примерах имеются по два элемента свидетельств в расчете на каждое правило

IF E_{11} AND E_{12} THEN H_1

IF E_{21} AND E_{22} THEN H_2

⋮

IF E_{N1} AND E_{N2} THEN H_N

поэтому правило композиции max-min операций логического вывода принимает вид:

$$\mu_H = \max[\min(\mu E_{11}, \mu E_{12}), \min(\mu E_{21}, \mu E_{22}), ..., \min(\mu E_{N1}, \mu E_{N2})].$$

Для решения задачи перехода от *нечеткого* представления *к четкому* (defuzzification problem), кроме метода максимума и метода моментов, применяются и другие подходы, которые сводятся к преобразованию значения степени принадлежности в четкое управляющее значение. В общем случае задача описания множества значений (нечеткого множества) с помощью одного числа или одного словесного выражения является довольно сложной [7].

В экспертных системах, действующих на основе приближенных рассуждений, может использоваться целый ряд различных методов, таких как ограничение истинностных значений и композиционный логический вывод. В обзоре одиннадцати нечетких экспертных систем, подготовленном Вейленом, показано, что почти во всех этих системах используется композиционный логический вывод [7]. Обычно трудно предсказать заранее, какой метод окажется наиболее приемлемым, поэтому для определения метода, в наибольшей степени подходящего для обработки имеющихся данных, применяется эмпирическое моделирование. Если выбранный метод не подходит, то предпринимается попытка применения более сложной модели. Эти попытки осуществляются до тех пор, пока отклонения не станут приемлемыми.

10. Задания для разработки экспертных систем

Целью лабораторной работы является создание студентом экспертной системы. Для реализации ЭС рекомендуется использование языков и сред программирования: Турбо-Пролога, C ++, Delphi.

Ниже излагаются варианты тем для разработки экспертных систем. Выбор варианта производится в соответствии с желанием студента, на основании его знаний о предметной области.

Варианты заданий

1. ЭС, рекомендующая распределение времени при подготовке к экзаменам.
2. ЭС по выбору темы для бакалаврской работы.
3. ЭС по диагностике состояния здоровья пациента.
4. ЭС по выбору вуза и специальности для абитуриента.
5. ЭС, определяющая тип темперамента человека.
6. ЭС по выбору маршрута и способа передвижения из одного населенного пункта в другой.
7. ЭС по принятию финансовых решений в области малого предпринимательства.
8. ЭС по выбору места работы после окончания ТПУ.
9. ЭС, определяющая неисправность автомобиля и дающая рекомендации по ее устранению.
10. ЭС по выбору автомобиля.
11. ЭС для принятия решения о приеме на работу в компьютерную фирму нового сотрудника.
12. ЭС поиска неисправностей в компьютере.
13. ЭС по выбору стиральной машины.
14. ЭС, рекомендующая конфигурацию персонального компьютера.
15. ЭС по выбору сотового телефона.
16. ЭС, прогнозирующая исход футбольного матча.
17. ЭС по выбору системы защиты информации.

18. ЭС оценки качества программного обеспечения.
19. ЭС, принимающая решения о формировании бюджета семьи.
20. ЭС по определению оптимального маршрута движения автомобиля “Скорой помощи” по вызовам.
21. ЭС по определению типа геологической породы.
22. ЭС, рекомендующая конфигурацию сервера локальной вычислительной сети.
23. ЭС по выбору инструментальных средств при создании web-сайтов.
24. ЭС по выбору банка для получения кредита.
25. ЭС, рекомендующая приемлемый вариант при покупке недвижимости.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- цель работы;
- постановку задачи;
- метод решения задачи;
- структурную схему алгоритма;
- листинг программы;
- результаты работы экспертной системы;
- выводы;
- список использованной литературы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилова Т.А. , Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. – Санкт-Петербург: Питер, 2000. – 382 с.
2. Корнеев В.В., Гареев А.Ф., Васютин С.В., Райх В.В. Базы данных. Интеллектуальная обработка информации. – М.: Нолидж, 2000. – 352 с.
3. Змитрович А.И. Интеллектуальные информационные системы. – Минск: Тетра Системс, 1997. – 367 с.
4. Люгер Д.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 864 с.
5. Спицын В.Г. Базы знаний и экспертные системы. – Томск: Изд. ТПУ, 2001. – 88 с.
6. Джексон П. Введение в экспертные системы / пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. – 624 с.
7. Джарратано Д., Райли Г. Экспертные системы: принципы разработки и программирования / пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2007. – 1152 с.
8. Экспертные системы. Принцип работы и примеры / под ред. Р. Форсайда; пер.с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 221 с.
9. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. Предпосылки возникновения нечеткой логики 3

2. Нечеткая логика 6

3. Нечеткие множества 9

4. Меры нечеткости множеств 12

5. Нечеткие правила вывода 14

6. Системы нечеткого вывода Мамдани-Заде 15

7. Фаззификатор 18

8. Дефаззификатор 21

9. Применение нечетких правил вывода в экспертных системах 23

10. Задания для разработки экспертных систем 29

ЛИТЕРАТУРА 31

Владимир Григорьевич Спицын

РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ПРАВИЛ ВЫВОДА

Методические указания к лабораторным работам

Редактор
О.Н. Свинцова

Подписано к печати
Формат 60х84/16. Бумага офсетная.
Печать RISO. Усл. печ. л. 3,12. Уч.-изд. л. 2,98.
Тираж 120 экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.