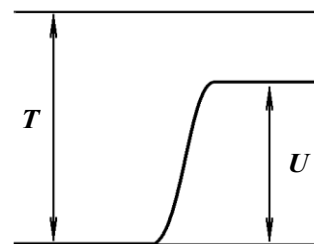


Вариант № 1

1. Максимальная длина волны спектральной водородной линии серии Лаймана равна 0,12 мкм. Предполагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определите максимальную длину волны серии Бальмера. [0,648 мкм]
2. Однократно ионизированный атом гелия находится в основном состоянии. Определите, сможет ли квант света, соответствующий резонансному переходу в двукратно ионизированном атоме лития, вырвать электрон из данного иона гелия. [Сможет]
3. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, оцените относительную неточность $\Delta p/p$ импульса этой частицы. [$\Delta p/p \approx 16\%$]
4. Найдите дебройлевскую длину волны протонов, если при попадании в поперечное магнитное поле с индукцией 0,10 Тл радиус кривизны их траектории равен 23 мм. [1,8 пм]
5. Частица в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L находится в низшем возбужденном состоянии. Определите вероятность нахождения частицы в крайней правой четверти ящика. [0,091]
6. Частица движется слева в однородном потенциальном поле (см. рис.). Левее барьера, высота которого $U = 15$ эВ, кинетическая энергия частицы $T = 20$ эВ. Как и во сколько раз изменится дебройлевская длина волны частицы при переходе через барьер?



[Увел. в $\sqrt{T/(T-U)} = 2$]

7. Докажите коммутационное соотношение $[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$.
8. Атом водорода находится в основном состоянии. Собственная функция, описывающая состояние электрона в атоме, имеет вид $\psi(r) = C \exp(-r/a)$, где C – некоторая постоянная. Найдите из условия нормировки постоянную C .

[$C = 1/\sqrt{\pi a^3}$]

9. Вычислите магнитный момент атома водорода в основном состоянии. [$\sqrt{3}\mu_B$]
10. Постройте схему возможных переходов в магнитном поле между следующими состояниями: $^1D \rightarrow ^1P$. Сколько компонент содержит спектральная линия, соответствующая этому переходу?

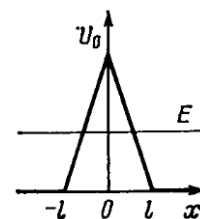
[Три компоненты]

Вариант № 2

1. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной серии Лаймана. Этот фотон вырвал фотоэлектрон из покоящегося атома водорода, который находился в основном состоянии. Найдите скорость фотоэлектрона. [3,1 Мм/с]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Лаймана. [$9,1 \cdot 10^{-8} \dots 1,2 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Оцените размытость энергетического уровня в атоме водорода: 1) для основного состояния; 2) для возбужденного состояния (время жизни τ равно 10^{-8} с). Принять, что $\Delta t = \tau$. [1) $\Delta t = \infty$, $\Delta E = 0$; 2) $\Delta E \approx 0,06$ мкэВ]
4. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны? [$T = (\sqrt{2} - 1)mc^2$]
5. Частица в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определите, в каких точках интервала ($0 < x < L$) плотность вероятности $|\psi(x)|^2$ нахождения частицы максимальна и минимальна. Постройте график. [Максимум – при x_1 и $x_3 = 3L/4$; минимум – при $x_2 = L/2$]
6. При каком отношении высоты ступенчатого потенциального барьера к энергии электрона, падающего на барьер, коэффициент отражения равен 0,5? [0,971]
7. Проверьте операторное равенство $x^2 \cdot \frac{d}{dx} \cdot \left(\frac{1}{x}\right) = x \cdot \frac{d}{dx} - 1$.
8. Зная, что нормированная собственная волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$, найдите среднее расстояние $\langle r \rangle$ электрона от ядра.
[$\langle r \rangle = 3a/2$]
9. Вычислите множитель Ланде для атомов с одним валентным электроном в состояниях S и D . [2; 4/5 и 6/5]
10. На сколько подуровней расщепится в слабом магнитном поле терм: а) 3P_0 ; б) $^2F_{5/2}$; в) $^4D_{1/2}$?
[а) Не расщепится; б) на шесть; в) не расщепится ($g = 0$)]

Вариант № 3

1. Возбужденный атом водорода при переходе в основное состояние испустил последовательно два кванта с длиной волны $40510 \text{ \AA}$ и $972,5 \text{ \AA}$. Определите энергию первоначального состояния данного атома и соответствующее ему квантовое число. $[-0,545 \text{ эВ}; 5]$
2. Квант света с энергией $\varepsilon = 15 \text{ эВ}$ выбивает электрон из атома водорода, находящегося в нормальном состоянии. С какой скоростью будет двигаться электрон вдали от ядра? $[v = \sqrt{2(\varepsilon - \hbar)} \quad 7 \cdot 10^5 \text{ м/с}]$
3. Принимая, что электрон находится внутри атома радиусом $r = 0,15 \text{ нм}$, оцените неопределенность энергии электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$; $\Delta p \approx p$. $[\Delta E \approx 0,42 \text{ эВ}]$
4. Определите, как изменится длина волны де Бройля электрона атома водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую. $[\lambda_4/\lambda_2 = 2]$
5. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной L с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 < x < L$). Найдите вероятность пребывания частицы в области $L/3 < x < 2L/3$. $[0,61]$
6. Электрон с энергией $4,9 \text{ эВ}$ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути треугольный барьер (см. рис) высотой 5 эВ . При какой полуширине основания барьера l вероятность прохождения электрона через него будет равна $0,2$? $[18,6 \text{ нм}]$
7. Докажите, что если операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ коммутируют, то $(\hat{A} + \hat{B})^2 = \hat{A}^2 + 2\hat{A}\hat{B} + \hat{B}^2$. Учесть, что $\hat{A}^2\psi = \hat{A}(\hat{A}\psi)$.
8. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите вероятность P того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$.



$$[P = 1 - 5/e^2 = 0,324]$$

9. Возбужденный атом имеет электронную конфигурацию $1s^2 2s^2 2p 3d$ и находится при этом в состоянии с максимально возможным моментом импульса. Найдите магнитный момент атома в этом состоянии.

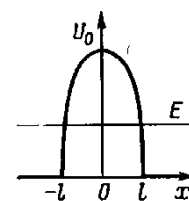
$$[\frac{5}{2} \sqrt{5} \mu_B]$$

10. Определите максимальные проекции магнитных моментов атомов ванадия (4F), марганца (6S) и железа (5D), если известно, что пучки атомов при прохождении через сильно неоднородное магнитное поле по методу Штерна и Герлаха расщепляются на 4, 6 и 9 составляющих. (В скобках указаны состояния, в которых находятся атомы.)

$$[0,6\mu_B; 5\mu_B; 6\mu_B]$$

Вариант № 4

1. В инфракрасной области излучения водорода обнаружено четыре серии – Пашена, Брэкета, Пфунда и Хэмфри. Запишите сериальные формулы для них и определите самую длинноволновую линию: 1) в серии Пашена; 2) в серии Хэмфри. [1) 1,87 мкм; 2) 12,3 мкм]
2. Квант света, возникающий при резонансном переходе в однократно ионизированном атоме гелия, вырывает фотоэлектрон из атома водорода, который находится в основном состоянии. Найдите скорость этого электрона вдали от ядра атома. [$v = 2\sqrt{\hbar}$, 1 Мм/с]
3. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке радиусом $r = 0,5$ мкм. Оцените относительную неточность $\Delta v/v$, с которой может быть определена скорость электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$. [$\Delta v/v \approx 10^{-4}$]
4. Определите длину волны де Бройля электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите. [1 нм]
5. В одномерном бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L находится электрон. Вычислите вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне во второй левой четверти ящика. [0,409]
6. Электрон с энергией 4,0 эВ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути потенциальный барьер вида $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$ (см. рис), причем $U_0 = 10$ эВ, а $l = 0,1$ нм. Определите коэффициент отражения от потенциального барьера.



[0,953]

7. Проверьте следующее равенство для коммутатора: $[\hat{y}, \hat{p}_x] = 0$, где $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$.
8. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите отношение вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a , к вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$.

$$[\delta = \frac{5/e^2}{1 - 5/e^2} = 2,09]$$

9. Найдите магнитный момент атома натрия, валентный электрон которого имеет главное квантовое число $n = 3$. Полный момент импульса атома максимален.

$$[3\sqrt{\frac{7}{5}} \mu_B]$$

10. Атом находится в магнитном поле с индукцией 0,25 Тл. Найдите полную величину расщепления терма 1D . [58 мкэВ]

Вариант № 5

1. Определите максимальную и минимальную энергию фотона в серии Пашена спектра излучения водорода. [10,2 эВ; 13,6 эВ]
2. Определите частоту ν света, излучаемого водородоподобным ионом при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом n , если радиус орбиты изменился в k раз.

$$[\nu = (1 - k) R c Z^2 / n^2]$$

3. Покажите, что для частицы, неопределенность местоположения которой $\Delta x = \lambda / (2\pi)$, где λ – ее дебройлевская длина волны, неопределенность скорости равна скорости частицы.
4. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы L . Оцените с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки этой ямы при минимально возможной энергии. [$F \approx \hbar^2 / (mL^3)$]
5. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике шириной L . Найдите вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ($n = 2$), будет обнаружен в средней трети ящика. [0,195]
6. Кинетическая энергия электрона в два раза превышает высоту потенциального барьера. Определите коэффициент отражения и коэффициент прохождения электронов на границе барьера. [0,0295; 0,97]

7. Проверьте операторное равенство $\left(x + \frac{d}{dx}\right)^2 = 1 + x^2 + 2x \cdot \frac{d}{dx} + \frac{d^2}{dx^2}$. Учтите, что $\hat{A}^2 \psi = \hat{A}(\hat{A}\psi)$.

8. Атом водорода находится в основном состоянии. Найдите отношение вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a , к вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a .

Волновую функцию считать известной: $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$. [$\delta = \frac{e^2}{5} - 1 = 0,478$]

9. Найдите фактор Ланде терма 3F_4 и полную величину расщепления этого терма в слабом магнитном поле с индукцией 0,5 Тл.

$$[5/4; 290 \text{ мкЭВ}]$$

10. Найдите с помощью правил Хунда: 1) терм основного состояния атома, незамкнутая подболочка которого заполнена ровно наполовину пятью электронами; 2) магнитный момент атома.

$$[{}^6S_{5/2}; p_J = \mu_B \sqrt{35}]$$

Вариант № 6

1. Вычислите постоянную Ридберга R , если известно, что для ионов He^+ разность длин волн $\Delta\lambda$ между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 133,4 нм? [$R = 176\pi c / (15Z^2\Delta\lambda) = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$]
2. С какой минимальной кинетической энергией должен двигаться атом водорода, чтобы при неупругом соударении с другим, покоящимся атомом водорода один из них оказался способным испустить фотон? Предполагается, что до соударения оба атома находятся в основном состоянии. [$T_{\min} = (3/2)\hbar R = 20,5 \text{ эВ}$]
3. Ширина l следа электрона, обладающего кинетической энергией 1,5 кэВ, на фотопластинке, полученной с помощью камеры Вильсона, равна 1 мкм. Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики. Принять, что $\Delta r \approx l$. [$\Delta p/p \ll 1$, нет]
4. Определите длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 150 В. [0,1 нм]
5. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике. Найдите отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n+1,n}$ к энергии E_n для $n = 3$. [0,78]
6. Коэффициент прохождения электронов через низкий потенциальный барьер равен коэффициенту отражения. Определите, во сколько раз кинетическая энергия электронов больше высоты потенциального барьера. [1,03]
7. Докажите, что если операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ коммутируют, то $[(\hat{A} + \hat{B}), (\hat{A} - \hat{B})] = 0$.
8. Зависящая от угла φ угловая функция имеет вид: $\Phi(\varphi) = C \exp(im\varphi)$. Используя условие нормировки, найдите постоянную C . [$C = 1/\sqrt{2\pi}$]
9. Найдите фактор Ланде терма $^2F_{5/2}$ и полную величину расщепления этого терма в слабом магнитном поле с индукцией 1 Тл.
[6/7; 248 мкэВ]
10. Узкий пучок атомов пропускают по методу Штерна и Герлаха через поперечное резко неоднородное магнитное поле. Найдите максимальные значения проекций магнитных моментов атомов в состояниях 4F , 6S и 5D , если известно, что пучок расщепляется, соответственно, на 4, 6 и 9 компонент. [0,6 μ_B ; 5 μ_B ; 6 μ_B]

Вариант № 7

1. На атом водорода падает фотон и выбивает из атома электрон с кинетической энергией 4 эВ. Вычислите энергию падающего фотона, если атом находился в возбужденном состоянии с квантовым числом $n=2$. [7,39 эВ]
2. Длина волны головной линии серии Лаймана атома водорода равна 0,122 мкм. Найдите длину волны той же линии для иона He^+ . [0,0135 мкм]
3. Какую энергию ΔE необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась в n раз?

$$[\Delta E = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}(n^2 - 1)]$$

4. Частица массой m движется в одномерном потенциальном поле $U = kx^2/2$ (гармонический осциллятор), где k – константа. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы в таком поле [$E_{\min} \approx \hbar \sqrt{\frac{k}{2m}}$]
5. Частица находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы в средней трети ящика? [0,609]
6. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину 0,1 нм. Разность между высотой потенциального барьера и энергией движущегося в положительном направлении оси x электрона $(U - E) = 5$ эВ. Определите, во сколько раз изменится коэффициент τ прозрачности потенциального барьера, если разность $(U - E)$ возрастет в 4 раза ($n = 4$). [Уменьшится в $e^{\sqrt{n}} \approx 10$ раз]
7. Найдите результат действия оператора $\frac{d^2}{dx^2} \cdot x^2$ на функцию $\cos x$.

$$[(2 - x^2)\cos x - 4x\sin x]$$

8. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a^3}}(2 - \rho)\exp(-\frac{\rho}{2})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Определите расстояние ρ от ядра, на котором вероятность обнаружить электрон имеет максимум. [$\rho = 0,76$ и $5,24$]
9. Определите возможные значения орбитального магнитного момента электрона в возбужденном атоме водорода, если энергия возбуждения равна 12,09 эВ. [0 ; $1,31 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл; $2,27 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл]
10. Найдите фактор Ланде терма $^2D_{5/2}$ и полную величину расщепления этого терма в слабом магнитном поле с индукцией 0,25 Тл.

$$[6/5; 86,9 \text{ мкЭВ}]$$

Вариант № 8

1. Определите длины волн, соответствующие: 1) границе серии Лаймана; 2) границе серии Бальмера; 3) границе серии Пашена. Проанализируйте результаты. [91 нм (УФ); 364 нм (вблизи УФ); 820 нм (ИК)]
2. Электрон в атоме водорода может находиться на круговых орбитах радиусом $0,5 \cdot 10^{-8}$ м и $4,5 \cdot 10^{-8}$ м. Во сколько раз различаются угловые скорости электрона на этих орбитах? [9,54]
3. Время излучения атомом фотона 10^{-8} с. С какой неопределенностью Δx может быть локализован фотон в направлении своего движения?

$$[\Delta x \approx c\tau = 3 \text{ м}]$$

4. На грань кристалла никеля падает параллельный пучок электронов. Кристалл поворачивают так, что угол скольжения изменяется. Когда этот угол становится равным 64° , наблюдается максимальное отражение электронов, соответствующее дифракционному максимуму первого порядка. Принимая расстояние между атомными плоскостями кристалла равным 200 пм, определите для электронов длину волны де Бройля и их скорость. [360 пм; 2 Мм/с]
5. Частица находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы в левой крайней трети ящика? [0,195]
6. Одномерный прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину 0,2 нм. Определите в электронвольтах разность энергий $U - E$, при которой вероятность прохождения электрона через барьер составит 0,3. [0,56 эВ]
7. Найдите результат действия оператора $\frac{d^2}{dx^2} x^2$ на функцию e^x .

$$[(2 + 4x + x^2) e^x]$$

8. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a^3}(2 - \rho)\exp\left(-\frac{\rho}{2}\right)$, где ρ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах ($\rho = r/a$, где a – первый борковский радиус). Определите расстояние ρ от ядра, на котором вероятность обнаружить электрон равна нулю.

$$[\rho = 0,2 \text{ и } \infty]$$

9. На сколько подуровней расщепится в слабом магнитном поле терм: а) 3D_0 ; б) $^2P_{5/2}$; в) $^4D_{1/2}$? [а) Не расщепится; б) на шесть; в) не расщепится ($g = 0$)]
10. Определите максимально возможный магнитный момент атома в состоянии, мультиплетность которого равна пяти и кратность вырождения по J – семи. Напишите спектральное обозначение соответствующего терма. [$\frac{4}{\sqrt{3}}\mu_B$; 5H_3]

Вариант № 9

- Какой длины волны спектральные линии появятся при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией 12,5 эВ? [$1,214 \cdot 10^{-7}$ м; $1,024 \cdot 10^{-7}$ м; $6,556 \cdot 10^{-7}$ м]
- Энергия связи электрона E_0 в атоме He ($Z = 2$) равна 24,6 эВ. Найдите энергию, необходимую для удаления обоих электронов из этого атома.

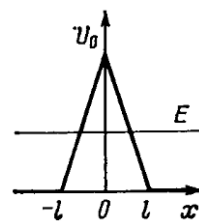
$$[E = E_0 + \hbar R Z^2 = 79 \text{ эВ}]$$

- Ширина l следа электрона на фотографии, полученного с помощью камеры Вильсона, равна 10^{-3} м. Оцените неопределенность Δv его скорости. Принять $\Delta r \approx l$. [$\Delta v \approx 0,116$ м/с]
- Параллельный пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 25$ В, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми $d = 50$ мкм. Определите расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии $L = 100$ см от щелей.

$$[\Delta x = 2\pi\hbar \sqrt{neU}] = 4,9 \text{ мкм}]$$

- Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L . Определите среднее значение координаты $\langle x \rangle$ электрона ($0 < x < L$). [$\langle x \rangle = L/2$]
- Найти вероятность прохождения электрона с энергией $E = 1$ эВ через треугольный потенциальный барьер (см. рис), если $U_0 = 2$ эВ, $l = 1$ Å.

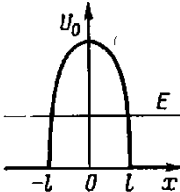
$$[D = \exp\left(-\frac{8}{3}l\frac{\sqrt{2m}}{\hbar U_0}(U_0 - E)^{\frac{3}{2}}\right) \approx 0,505]$$



- Проверьте равенство для коммутаторов: $[\hat{x}, \hat{p}_y] = 0$, где $\hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}$.
- Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a^3}}(2 - \rho)\exp\left(-\frac{\rho}{2}\right)$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости $|\psi_{200}(\rho)|^2$ от ρ и $\rho^2 |\psi_{200}(\rho)|^2$ от ρ .
- Определите спиновый момент импульса атома в состоянии D_2 , если максимальное значение проекции магнитного момента в этом состоянии равно четырем магнетонам Бора. [$2\sqrt{3}\hbar$]
- Узкий пучок атомарного водорода пропускается в опыте Штерна и Герлаха через поперечное неоднородное ($\partial B / \partial z = 4$ кТл/м) магнитное поле протяженностью $a = 8$ см. Скорость v атомов водорода равна 4 км/с. Определите расстояние δ между компонентами расщепленного пучка атомов по выходе его из магнитного поля. Все атомы водорода в пучке находятся в основном состоянии.

$$[\delta = \frac{\mu_B N_A}{\mu_H} \cdot \left(\frac{\partial B}{\partial z}\right) \left(\frac{a}{v}\right)^2 = 8,92 \text{ мм}]$$

Вариант № 10

1. Какие спектральные линии появятся в видимой области спектра при возбуждении атомов водорода электронами с энергией 12,8 эВ?
[656,3 нм; 486,1 нм]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Бальмера. [$3,67 \cdot 10^{-8} \dots 6,56 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Оцените неопределенность скорости Δv электрона в атоме водорода, полагая, что размер атома $r = 0,10$ нм. Принять $\Delta r \approx r$. Сравните полученную величину со скоростью v_1 электрона на первой боровской орбите. [$\Delta v \approx 1,15 \cdot 10^6$ м/с; $v_1 = 2,2 \cdot 10^6$ м/с]
4. В опыте Дэвиссона и Джермера, обнаруживших дифракционную картину при отражении пучка электронов от естественной дифракционной решетки-монокристалла никеля, оказалось, что в направлении, составляющем угол $\alpha = 55^\circ$ с направлением падающих электронов, наблюдается максимум отражения четвертого порядка ($k = 4$) при кинетической энергии электронов $T = 180$ эВ. Определите расстояние между кристаллографическими плоскостями никеля.
$$[d = \frac{kh}{2\sqrt{2mT} \cos(\alpha/2)} = 0,206 \text{ нм}]$$
5. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике. Найдите отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n+1, n}$ к энергии E_n для $n = 3$. [0,78]
6. Найти вероятность прохождения электрона с энергией $E = 0,75$ эВ через потенциальный барьер в форме параболы $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$ (см. рис), если $U_0 = 1$ эВ, $l = 1$ Å.
$$[D = \exp\left(-\frac{\pi l}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{U_0}} (U_0 - E)\right) \approx 0,67]$$

7. Найдите результат действия оператора $\left(\frac{d}{dx} \cdot x\right)^3$ на функцию e^x .
[$1 + 7x + 6x^2 + x^3$]
8. Угловая функция $\Phi(\varphi)$ удовлетворяет уравнению $\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m\Phi = 0$. Найдите решение уравнения и укажите значения параметра m , при которых уравнение имеет решение.
$$[\Phi(\varphi) = C_1 e^{im\varphi} + C_2 e^{-im\varphi}; m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots]$$
9. На сколько составляющих расщепляется в опыте Штерна и Герлаха пучок атомов, находящихся в состоянии: 1) $^2P_{3/2}$; 2) 1D_2 ; 3) 5F_1 ?
[1) 4; 2) 5; 3) не расщепляется, так как $g = 0$]
10. Постройте схему возможных переходов в слабом магнитном поле между состояниями, определяемыми следующими термами: $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S$. Сколько компонент содержит спектральная линия, соответствующая этому переходу? [Четыре компоненты]

Вариант № 11

1. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие границам серии Пашена. [$8,2 \cdot 10^{-8} \dots 1,87 \cdot 10^{-6}$ м]
2. Атом мюония состоит из неподвижного протона и отрицательно заряженного мюона, масса которого в 206 раз больше массы электрона, и зарядом, равным заряду электрона. Для ближайшей к протону орбиты мюона выполняется условие квантования $\pi r p = h/2$, где r – радиус орбиты, p – импульс мюона. Определите кинетическую энергию T мюона на этой орбите.

$$[T = \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar} = 2,79 \text{ кэВ}]$$

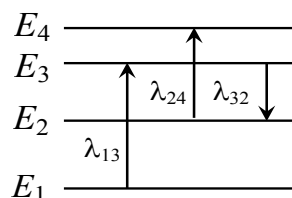
3. Оцените минимальную кинетическую энергию электрона, локализованного в области размером $r = 0,20$ нм. Принять, что $\Delta r \approx r$; $\Delta p \approx p$.
[$T_{\text{мин}} \approx 1$ эВ]
4. Электрон движется по окружности радиусом 0,5 см в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл. Определите длину волны де Бройля. [0,1 нм]
5. Электрон в одномерной потенциальной яме шириной L с бесконечно высокими потенциальными стенками находится в возбужденном состоянии ($n = 4$). Определите вероятность обнаружения электрона в первой четверти «ямы». [0,25]
6. Электрон с энергией $E = 100$ эВ попадает на потенциальный барьер высотой $U = 64$ эВ. Определите вероятность ρ отражения электрона от барьера.

$$[\rho = \left(\frac{\sqrt{E} - \sqrt{E - U_0}}{\sqrt{E} + \sqrt{E - U_0}} \right)^2 = 0,0625]$$

7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции ψ_A , если $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}$, $\psi_A = \sin 2x$. [$A = 4$]
8. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом $2a$. [$P = 1 - 15e^{-4} = 0,726$]
9. Найдите моменты импульса атомов в состояниях 5F и 7H , если известно, что в этих состояниях магнитные моменты атомов равны нулю. [$\hbar$ $\hbar$]
10. Спектральная линия, обусловленная переходом ${}^3D_1 \rightarrow {}^3P_0$, испытывают расщепление в слабом магнитном поле. При наблюдении перпендикулярно направлению магнитного поля интервал между соседними компонентами зеемановской структуры составляет: $\Delta\omega = 1,32 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Найдите индукцию магнитного поля в месте нахождения источника. [$B = \frac{\hbar}{g\mu_B} = 0,5 \text{ Тл}$]

Вариант № 12

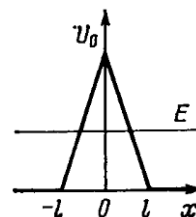
1. На рис. изображены несколько энергетических уровней атома и указаны длины волн для фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах с одного уровня на другой. Минимальная длина световой волны для фотонов, излучаемых при переходах между этими уровнями, равна 200 нм. Какова величина λ_{23} , если $\lambda_{13} = 250$ нм, $\lambda_{24} = 400$ нм? [667 нм]



2. Сколько спектральных линий N будет испускать атомарный водород, который возбуждают на n -й энергетический уровень? [$N = n(n - 1)/2$]
3. Применяя соотношение неопределенностей, покажите, что для движущейся частицы, неопределенность координаты которой равна длине волны де Бройля, неопределенность скорости равна скорости частицы.
4. На пути электрона с дебройлевской длиной волны 0,1 нм находится потенциальный барьер высотой 120 эВ. Определите длину волны де Бройля после прохождения барьера. [218 пм]

5. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L . Вычислите вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ($n = 2$), обнаружен в средней трети ящика. [0,195]
6. Найти вероятность отражения электрона с энергией $E = 1$ эВ через треугольный потенциальный барьер (см. рис), если $U_0 = 2$ эВ, $l = 1$ Å.

$$[R = 1 - \exp\left(-\frac{8}{3}l \frac{\sqrt{2m}}{\hbar U_0} (U_0 - E)^{\frac{3}{2}}\right) \approx 0,495]$$



7. Докажите следующее правило коммутации: $[\hat{L}_x, \hat{p}_y] = i\hbar \hat{p}_z$.
8. Вычислите среднее значение кинетической энергии для $1s$ -электрона в атоме водорода. [$\langle T \rangle = me^4/(2\hbar^2)$]
9. Определите спиновый момент импульса атома в состоянии D_2 , если максимальное значение проекции магнитного момента в этом состоянии равно четырем магнетонам Бора. [$2\sqrt{3}\hbar$]
10. Постройте схему возможных переходов в слабом магнитном поле между состояниями, определяемыми следующими термами: ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$. Сколько компонент содержит спектральная линия, соответствующая этому переходу? [Шесть компонент]

Вариант № 13

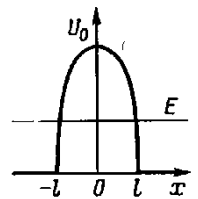
1. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Брэкета. [$1,46 \cdot 10^{-6} \dots 4,047 \cdot 10^{-6}$ м]
2. Вычислите постоянную Ридберга R , если известно, что для ионов He^+ ($Z = 2$) разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана $\Delta\lambda = 133,7$ нм. [$R = 176\pi c / (15Z^2\Delta\lambda) = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$]
3. Моноэнергетический пучок нейтронов, получаемый в результате ядерной реакции, падает на кристалл с периодом $d = 0,15$ нм. Определите скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения $\vartheta = 45^\circ$.

$$[v = h / (2md \sin \vartheta) = 1,87 \cdot 10^3 \text{ м/с}]$$

4. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью шириной $b = 1,0$ мкм. Определите скорость этих электронов, если на экране, отстоящем от щели на расстоянии $l = 50$ см, ширина Δx центрального дифракционного максимума равна $0,36$ мм.

$$[v = 4\pi\hbar / (m\Delta x) = 1,97 \cdot 10^6 \text{ м/с}]$$

5. Частица в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной L находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определите, в каких точках интервала $(0 < x < L)$ плотность вероятности $|\psi(x)|^2$ нахождения частицы максимальна и минимальна. [$3L/4$; $L/2$]
6. Найти полуширину l основания потенциального барьера в форме параболы $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$ (см. рис), если вероятность отражения от барьера электрона с энергией $E = 0,5$ эВ равна $0,95$; а высота барьера $U_0 = 1$ эВ.



$$[0,373 \text{ нм}]$$

7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции

$$\psi_A, \text{ если } \hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}, \psi_A = \sin 5x. [A = 25]$$

8. Вычислите для $1s$ -электрона среднюю величину r^2 . [$\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$]
9. Атом в состоянии с квантовыми числами $L = 2$ и $S = 1$ находится во внешнем магнитном поле. Найдите его магнитный момент, если известно, что наименьший возможный угол между магнитным моментом и направлением поля равен 30° .

$$[\frac{3}{\sqrt{3}} \mu_B]$$

10. Найдите фактор Ланде терма $^2P_{3/2}$ и полную величину расщепления этого терма в слабом магнитном поле с индукцией $0,5$ Тл.

$$[4/3; 115,8 \text{ мкЭВ}]$$

Вариант № 14

1. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Пфунда. [$2,27 \cdot 10^{-6} \dots 7,45 \cdot 10^{-6}$ м]
2. Определите скорость, которую приобрел покоившийся атом водорода в результате излучения фотона при переходе из первого возбужденного состояния в основное. На сколько процентов отличается энергия испущенного фотона от энергии данного перехода? [$v \approx 3\hbar R/(4Mc) = 3,25$ м/с; $\Delta\varepsilon/\varepsilon \approx 3\hbar R/(8Mc^2) = 5,5 \cdot 10^{-7}$ %, где M – масса атома]
3. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите радиусом $r_1 = 0,528$ Å. Принимая, что допускаемая неточность импульса составляет 10 % от его числового значения, оцените неопределенность координаты электрона. Принять $\Delta r \approx r_1$. Применимо ли в данном случае для электрона понятие «траектория»?

$$[\Delta r = 5,28 \text{ Å} \gg r_1 = 0,528 \text{ Å}, \text{ нет}]$$

4. Какую энергию ΔE необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась в n раз?

$$[\Delta E = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m\lambda^2} (n^2 - 1)]$$

5. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной L с бесконечно высокими стенками находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определите вероятность обнаружения частицы в области $3L/8 \leq x \leq 5L/8$. [0,091]
6. Электрон с энергией 100 эВ падает на потенциальный барьер высотой 64 эВ. Определите вероятность того, что электрон отразится от барьера. [0,03]
7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции ψ_A , если $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2}$, $\psi_A = \sin 8x$. [$A = 64$]

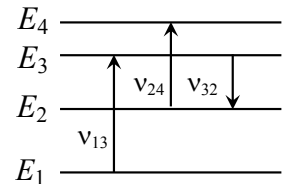
8. Атом водорода находится в основном состоянии. Волновую функцию считать известной $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$. Привести собственную нормированную волновую функцию к безразмерному виду. Найдите, используя разложение функции $e^{-2\rho}$ в ряд Маклорена, вероятность P пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом $0,05a$.

$$[P \approx 4\rho^3/3 - 2\rho^4 = 1,6 \cdot 10^{-4}]$$

9. Запишите спектральное обозначение терма, для которого известны следующие величины: $g = 4/3$; $S = 1$; $L = 2$. [3D_3]
10. Постройте схему возможных переходов в слабом магнитном поле между состояниями, определяемыми следующими термами: $^2D_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$. Сколько компонент содержит спектральная линия, соответствующая этому переходу? [Шесть компонент]

Вариант № 15

1. На рис. изображены несколько энергетических уровней атома. Максимальная длина световой волны, испускаемой или поглощаемой атомом при всех возможных переходах между этими уровнями, равна 800 нм. Известно, что частоты переходов относятся друг к другу как $\nu_{13} : \nu_{24} : \nu_{32} = 9 : 7 : 4$. Какова длина волны фотона с частотой ν_{13} ? [267 нм]



2. Определите потенциальную U , кинетическую T и полную E энергию электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

$$[U = -2R\hbar = -27,2 \text{ эВ}; T = R\hbar = 13,6 \text{ эВ}; E = -R\hbar = -13,6 \text{ эВ}]$$

3. Какую дополнительную энергию необходимо сообщить электрону с импульсом 15 кэВ/с (c – скорость света), чтобы его длина волны стала равной 50 пм? [0,38 кэВ]

4. Частица массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной L с бесконечно высокими стенками. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы. Принять, что $\Delta x \approx L$; $\Delta p_x \approx p$. [$E_{\min} \approx \hbar^2 / (8mL^2)$]

5. Вычислите отношение вероятностей P_1/P_2 нахождения электронов на первом и втором энергетических уровнях в интервале $L/4$, равноудаленном от стенок одномерной потенциальной ямы шириной L с бесконечно высокими стенками. [5,22]

6. Моноэнергетический поток электронов с энергией 100 эВ падает на низкий потенциальный барьер бесконечной ширины. Определите высоту потенциального барьера, если известно, что 4 % падающих на барьер электронов отражается. [55,6 эВ]

7. Докажите следующее правило коммутации: $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$.

8. Электрон в атоме водорода находится в стационарном состоянии, описываемом сферически-симметричной волновой функцией $\psi(r) = A(1 + ar)e^{-ar}$, где A , α , a – некоторые постоянные. Найдите с помощью уравнения Шредингера постоянные α , a .

$$[a = \alpha = -me^2/(2\hbar^2)]$$

9. Атом находится в состоянии 1F . Найдите соответствующий магнитный момент p_J и возможные значения его проекции p_{Jz} на направление внешнего магнитного поля.

$$[p_J = 2\sqrt{3}\mu_B; p_{Jz} = 0, \pm 3\mu_B; \pm 2\mu_B; \pm 1\mu_B]$$

10. Вычислите полное расщепление $\Delta\omega$ спектральной линии $^3D_3 \rightarrow ^3P_2$ в слабом магнитном поле с индукцией $B = 0,34$ Тл.

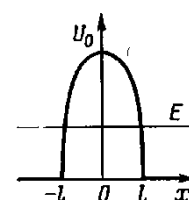
$$[\omega = 2(m_1g_1 - m_2g_2)_{\max}\mu_B B/\hbar = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}]$$

Вариант № 16

1. Определите плотность тока, соответствующего движению электрона по n -й орбите атома водорода. Радиус орбиты r . [$j = en\hbar/(mr)$]
2. Частица массой m движется по круговой орбите в центрально-симметричном поле, где ее потенциальная энергия зависит от расстояния r от центра поля как $U = kr^2/2$, где k – постоянная. Найдите с помощью боровского условия квантования возможные радиусы орбит и значения полной энергии частицы в этом поле.

$$[r_n = \sqrt{n\hbar}; E_n = n\hbar\omega, \text{ где } n = 1, 2, \dots, \omega = \sqrt{k/m}]$$

3. Оцените наименьшие ошибки, с которыми можно определить скорость электрона, протона и шарика массой 1 мг, если координаты частиц и центра шарика установлены с неопределенностью 1 мкм. [$\approx 10^2$; ≈ 10 и $\approx 10^{-20}$ см/с]
4. Выведите зависимость между длиной волны де Бройля релятивистского электрона и ускоряющим потенциалом. [$\lambda = hc/eU(2m_0c^2 + eU)$]
5. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите ширину ямы, если разность энергии между уровнями с $n_1 = 2$ и $n_2 = 3$ равна 0,3 эВ. [2,5 нм]
6. Найти высоту U_0 потенциального барьера в форме параболы $U(x) = U_0(1 - x^2/l^2)$ (см. рис), если вероятность прохождения через барьер электрона с энергией $E = 1$ эВ равна 0,3; а ширина барьера $l = 1 \text{ \AA}$.



[2,08 эВ]

7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции ψ_A , если $\hat{A} = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{d}{dx}$; $\psi_A = a^{5x}$. [$A = 5$]
8. Уравнение для радиальной функции $\chi(r)$ может быть преобразовано к виду $\frac{d^2\chi(r)}{dr^2} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi(r) = 0$, где $\alpha = \frac{2mE}{\hbar^2}$; $\beta = \frac{Ze^2m}{4\pi\epsilon_0\hbar^2}$; l – целое число. Найдите асимптотические решения уравнения при больших числах r . [$\chi(r) = C_1 e^{-r\sqrt{\alpha}}$]
9. Возбужденный атом имеет электронную конфигурацию $1s^2 2s^2 2p 3d$ и находится при этом в состоянии с максимально возможным моментом импульса. Найдите магнитный момент атома в этом состоянии.

$$[\frac{5}{2}\sqrt{5}\mu_B]$$

10. Пучок атомов натрия вылетает из печи, температура которой $T = 350 \text{ К}$. Пучок расщепляется в неоднородном магнитном поле с градиентом $\partial B/\partial z = 1,0 \text{ кТл/м}$ на пути $l = 6,5 \text{ см}$. Найдите расстояние δ между атомами на выходе из магнитного поля.

$$[\delta = \frac{2l^2\mu_B}{3kT} \cdot \frac{\partial B}{\partial z} = 10,8 \text{ мм}]$$

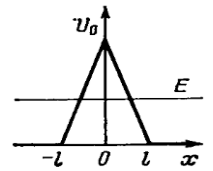
Вариант № 17

1. Определите энергию фотона, соответствующего второй спектральной линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода. [0,97 эВ]
2. Атом позитрония образован электроном и позитроном (e^-/e^+), которые вращаются относительно общего центра масс. Найдите: а) расстояние r между частицами в основном состоянии; б) постоянную Ридберга R и длину волны λ резонансной линии (обусловлена переходом из первого возбужденного состояния в основное).

$$[a) \ r = \frac{8\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \text{ б) } R = \frac{me^4}{64\pi^2\epsilon_0^2\hbar} = 1,03 \cdot 10^{16} \text{ рад/с};$$

$$[\lambda = \frac{312\pi^3\epsilon_0^2\hbar^2}{3me^4} = 0,443 \text{ мкм}]$$

3. Диаметр пузырька в жидко-водородной пузырьковой камере составляет величину порядка 10^{-7} м. Оцените неопределенность определения скоростей электрона и α -частицы в такой камере, если неопределенность в определении координаты принять равной диаметру пузырька. [$\Delta v_e \approx 1,16 \cdot 10^3$ м/с; $\Delta v_\alpha \approx 0,16$ м/с]
4. Какую энергию ΔE необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась в 3 раза? [$\Delta E = \frac{16\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}$]
5. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной L с бесконечно высокими стенками. Определите вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ($n = 3$). [1/3]
6. Найти высоту U_0 треугольного потенциального барьера (см. рис), если вероятность прохождения через барьер электрона с энергией $E = 1$ эВ равна 0,3; а ширина барьера $l = 1$ Å.



$$[2,85 \text{ эВ}]$$

7. Проверьте правило коммутации для гамильтониана $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x)$ в потенциальном поле $U(x)$: $[\hat{H}, \hat{p}_x] = i\hbar \frac{\partial U}{\partial x}$.
8. Уравнение для радиальной функции $\chi(r)$ может быть преобразовано к виду $\frac{d^2\chi(r)}{dr^2} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \chi(r) = 0$, где $\alpha = \frac{2mE}{\hbar^2}$; $\beta = \frac{Ze^2m}{4\pi\epsilon_0\hbar^2}$; l – целое число. Найдите асимптотические решения уравнения при малых r . Считать члены α и $2\beta/r$ малыми по сравнению с $l(l+1)/r^2$. Применить подстановку $\chi(r) = r^\gamma$. [$\chi(r) = r^{l+1}$]
9. Найдите полный момент импульса атома в состоянии с $S = 3/2$ и $L = 2$, если известно, что в этом состоянии магнитный момент атома равен нулю. [$\hbar \frac{\sqrt{3}}{2}$]
10. На сколько подуровней расщепится в слабом магнитном поле терм: а) 3P_0 ; б) $^2F_{5/2}$; в) $^4D_{1/2}$? [а) Не расщепится; б) на шесть; в) не расщепится ($g = 0$)]

Вариант № 18

1. У какого водородоподобного иона разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана $\Delta\lambda = 59,3$ нм? [Li^{2+}]
2. Будет ли атом водорода поглощать излучение с волновым числом $1/\lambda = 3R$? [Такое поглощение происходит]
3. Оцените неопределенность Δv скорости электрона атома водорода, находящегося на второй боровской орбите. Принять $\Delta r \approx r$.
[$\Delta v \approx 5 \cdot 10^5$ м/с]
4. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией 15 мТл по окружности радиусом 1,4 м. Определите длину волны де Бройля протона. [0,197 пм]
5. Параллельный поток моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью шириной $b = 2,0$ мкм. Определите скорость этих электронов, если на экране, отстоящем от щели на расстояние $l = 50$ см, ширина центрального дифракционного максимума равна 0,72 мм.
[$v = 4\pi\hbar l / (mb\Delta x) = 2,0 \cdot 10^6$ м/с]
6. Электрон в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной L с бесконечно высокими стенками находится в возбужденном состоянии ($n = 4$). Определите вероятность обнаружения электрона в первой четверти ямы. [0,25]
7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции ψ_A , если $\hat{A} = -\frac{d^2}{dx^2} + x^2$; $\psi_A = e^{-x^2/2}$. [$A = 1$]
8. Уравнение для радиальной функции $R(r)$ может быть записано в виде $\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dR}{dr} + \left[\alpha + \frac{2\beta}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R(r) = 0$, где $\alpha = \frac{2mE}{\hbar^2}$; $\beta = \frac{Ze^2 m}{4\pi\epsilon\hbar^2}$; l – целое число. Найдите решение уравнения для $l = 0$ и определите энергию E_1 электрона в этом состоянии. Применить подстановку: $R(r) = \exp(-\gamma r)$.
[$\chi(r) = C_1 e^{-r\sqrt{|\alpha|}}$; $E_1 = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}$]
9. Определите спиновый момент импульса атома в состоянии D_2 , если максимальное значение проекции магнитного момента в этом состоянии равно четырем магнетонам Бора. [$2\sqrt{3}\hbar$]
10. Некоторая спектральная линия, обусловленная переходом в $^2S_{1/2}$ -состояние, расщепилась в слабом магнитном поле на шесть компонент. Напишите спектральный символ исходного терма. [$^2P_{3/2}$]

Вариант № 19

1. Определите первый потенциал возбуждения атома водорода. [10,2 В]
2. Найдите длину волны головной линии той спектральной серии ионов He^+ , у которой интервал частот между крайними линиями $\Delta\omega = 5,18 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

$$[\lambda = (2\pi c / \Delta\omega) (Z\sqrt{R\Delta\omega} - 1) / (2Z(\sqrt{R\Delta\omega} - 1))] = 0,47 \text{ мкм}]$$

3. Оцените относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона атома водорода, находящегося на третьей боровской орбите. Принять $\Delta r \approx r$. [$\Delta v/v \approx 33 \%$]
4. Определите длину волны де Бройля электрона, находящегося в атоме водорода на второй боровской орбите. [0,665 нм]
5. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы L . Оцените с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки этой ямы при минимально возможной его энергии.

$$[F \approx \hbar^2 / (mL^3)]$$

6. Электрон с энергией 50 эВ движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой 20 эВ. Определите вероятность отражения электрона от этого барьера. [0,016]

7. Найдите собственное значение оператора $\hat{A}$, принадлежащее собственной функции ψ_A , если $\hat{A} = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{d}{dx}$; $\psi_A = a^{3x}$. [$A = 3$]

8. Частица находится в сферически-симметричном потенциальном поле в стационарном состоянии $\psi = (1/\sqrt{2\pi a}) e^{-r/a} / r$, где r – расстояние от центра ядра. Найдите среднее значение r . [$\langle r \rangle = a/2$]

9. Убедиться, что магнитные моменты атомов в состояниях $^4D_{1/2}$ и $^6G_{3/2}$ равны нулю.
10. Узкий пучок атомарного водорода пропускается в опыте Штерна и Герлаха через поперечное неоднородное ($\partial B / \partial z = 2 \text{ кТл/м}$) магнитное поле протяженностью $a = 8 \text{ см}$. Скорость v атомов водорода равна 4 км/с. Определите расстояние δ между компонентами расщепленного пучка атомов по выходе его из магнитного поля. Атомы водорода в пучке находятся в основном состоянии.

$$[\delta = \frac{\mu_B N_A}{M_H} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right) \cdot \left(\frac{a}{v} \right)^2 = 4,46 \text{ мм}]$$

Вариант № 20

1. Определите длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода с шестой боровской орбиты на вторую. К какой серии относится эта линия?

[0,41 мкм; 4-я линия в серии Бальмера]

2. Покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Найдите: а) скорость отдачи, которую получил атом массой m_0 ; б) отношение кинетической энергии T атома отдачи к энергии испущенного фотона $\hbar\omega$. [$v \approx 3\hbar R/(4m_0c) = 3,27$ м/с; $T/\hbar\omega = v/(2c) = 5,5 \cdot 10^{-9}$]
3. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке радиусом $r = 0,5$ мкм. Оцените относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$, $\Delta p \approx p$. [$\Delta v/v \approx 4 \cdot 10^{-4}$]
4. Найдите дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре. [128 пм]
5. Постройте график зависимости плотности вероятности от координаты для электрона, находящегося в бесконечно глубокой потенциальной яме шириной L при $n = 7$.
6. Частица массой 10^{-19} кг со скоростью 20 м/с движется в положительном направлении оси x , встречая на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой 100 эВ. Определите вероятность отражения волн де Бройля от этого барьера.

[0,146]

7. Найдите коммутатор оператора $\hat{x}$ и оператора Лапласа $\hat{\nabla}^2$. [$-2 \frac{\partial}{\partial x}$]
8. Волновая функция частицы массой m для основного состояния в одномерном потенциальном поле $U(x) = A \exp(-\alpha x^2)$, где A и α – некоторые постоянные. Найдите с помощью уравнения Шредингера постоянную α и энергию E частицы в этом состоянии.

$$[\alpha = \frac{m\omega}{2\hbar}; E = \frac{\hbar}{2}, \text{ где } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}]$$

9. Определите максимальные проекции магнитных моментов атомов ванадия (4F), марганца (6S) и железа (5D), если известно, что пучки атомов при прохождении через сильно неоднородное магнитное поле по методу Штерна и Герлаха расщепляются на 4, 6 и 9 составляющих. (В скобках указаны состояния, в которых находятся атомы.)

[0,6μ_Б; 5μ_Б; 6μ_Б]

10. Какой эффект Зеемана (простой, сложный) обнаруживают в слабом магнитном поле спектральные линии, обусловленные следующими переходами: 1) $^1P \rightarrow ^1S$; 2) $^2D_{5/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$; 3) $^3D_1 \rightarrow ^3P_0$; 4) $^5I_5 \rightarrow ^5H_4$?

[1) Простой; 2) сложный; 3) простой; 4) простой]