

Глава 6. Взаимодействие э/м волн с веществом

6.1. Дисперсия

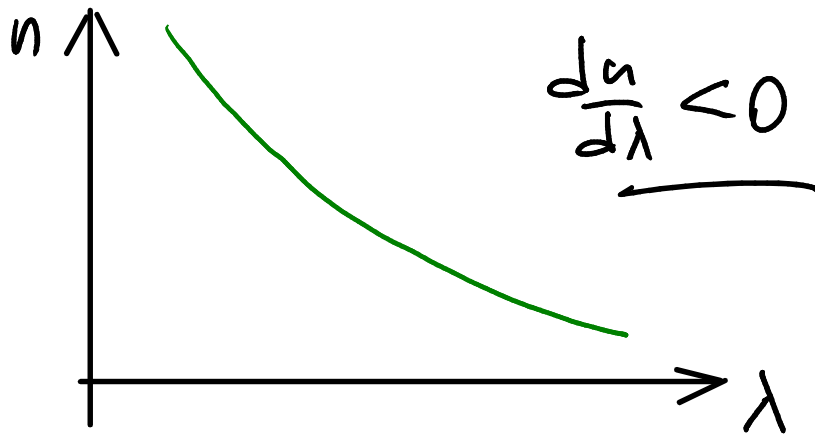
Дисперсия света — совокупность явлений, обусл.

зависимостью показателя преломления n от
длины волны (частоты) света

$\frac{dn}{d\lambda}$ — Дисперсия
в-ва

$$n = n(\lambda)$$

Для прозрач. бесуб. в-в
в видимой части спектра:

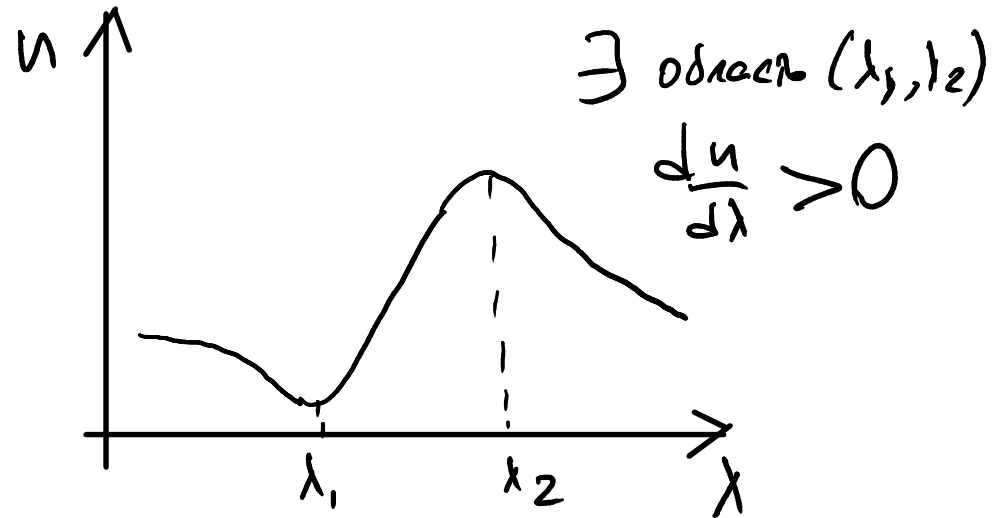


Нормальная Дисперсия

Область (λ_1, λ_2) где $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ — область норм. дисп.

∃ кривн. ф-ле $n = a + b/\lambda^2$

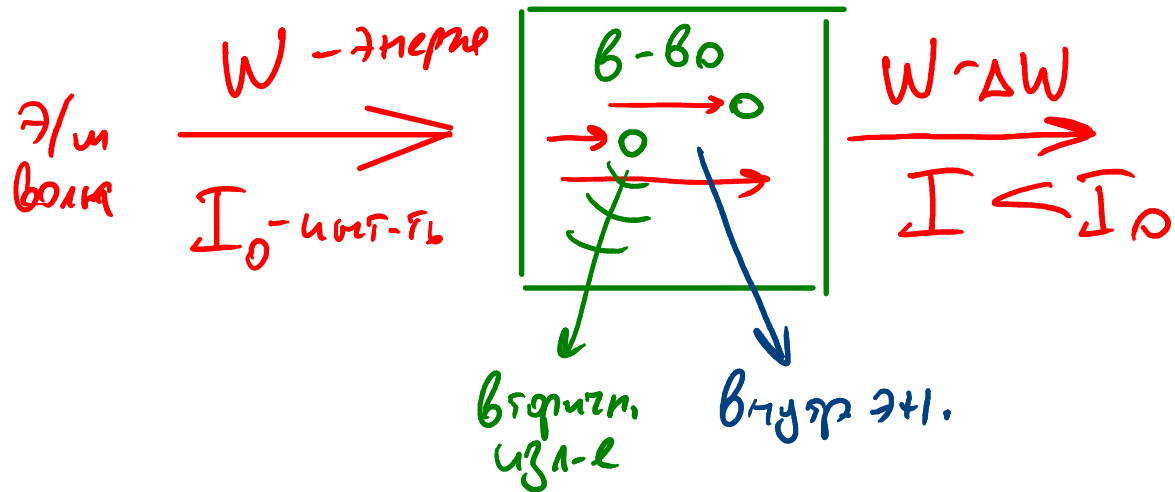
Для в-в в области сильного поглощ. λ или волн.



Аномальная Дисперсия

и соотв. облн. (λ_1, λ_2) — облн. аном. дисп.

6.2. Поглощение света

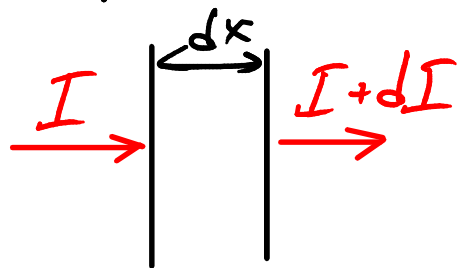


В обш. сл.

интенсивность
света при прохожд.
через $\beta - \beta_0$ уменьшается.

Рассм. одпор. $\beta - \beta_0$, через кат.
распр. плоская э/м волна.

Выделим элемент dx в
 $\beta - \beta_0$:



$$dI \sim dx; \quad dI \sim I$$

Относительное изменение интенсивности
в слое толщиной x :

$$\frac{dI}{I} = -\alpha \cdot dx$$

Закон Бугера
(в дифференциальной форме)

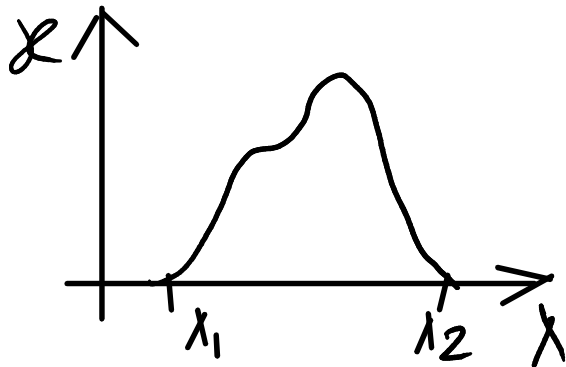
$$\int_{I_0}^I \frac{dI'}{I'} = \int_0^x (-\alpha) dx \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -\alpha \cdot x$$

\Rightarrow

$$I = I_0 e^{-\alpha \cdot x}$$

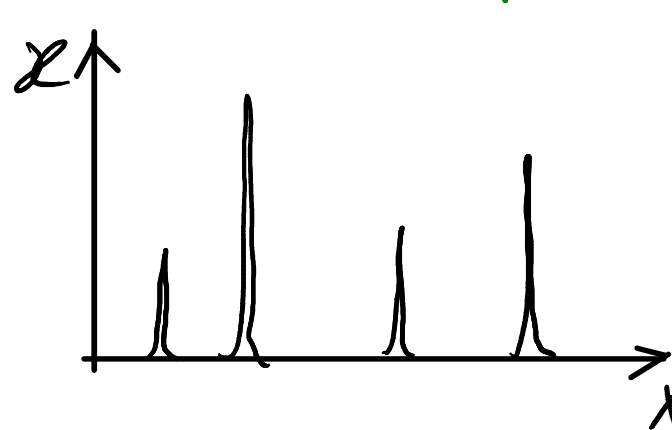
Закон Бугера

\mathcal{L} - коэффициент полезности.



Для λ свет и св тел.
Сильное
погло-е - в широком
интервале длин волн
- полосы поглощения

$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\lambda)$ -
- спектр полезности.



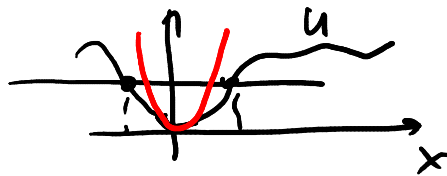
$\mathcal{L} \neq 0$ только в очень
узком спектр. диапазоне.
- линии полезности

6.3 Классическая теория Дисперсии

Простейшая модель эл-на в атоме;

эл-н в атоме \Rightarrow конечн. обл. кр-ва \Rightarrow движ-е ограничено

\Rightarrow он находится в кот. яме \Rightarrow



\Rightarrow $U \approx \frac{m\omega_0^2}{2} x^2$ — и соотв.

Сила — квадрат. $F_{\text{уп}} = -m\omega_0^2 x$

Эл-н, движ-е с ускор. по зак. эл. дин. излучает
эл/м волны \Rightarrow теряет свою энергию.

Это можно описать, если ввести эфф-силу сопр-

$$F_{\text{сопр}} = -b \cdot v$$

Ур. Динамики: $ma = -m\omega_0^2 x - \underline{b\dot{v}}$; $a = \ddot{x}$
 $v = \dot{x}$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \underbrace{\left(\frac{b}{m}\right)}_{= 2\beta} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 ; \quad \underline{\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0} \quad |$$

ур-е затухающих колеб.

При наведении на бво $\neq 0$ болит, на $\neq 0$ -н
к $F_{упр}$, $F_{сопр}$ добавляется $\underline{F = eE}$

Для оуп-са $\underline{E \parallel Ox}$. \Rightarrow

$$\underline{\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E(t)} \quad |$$

$$\dot{x} = \underbrace{x_m \cdot i\omega e^{i\omega t}}_{=x} = i\omega \cdot x; \quad \underline{\ddot{x} = -\omega^2 x}$$

$$\Rightarrow -\omega^2 \cdot x + 2\beta i\omega x + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} \tilde{E}$$

$$\Rightarrow \underline{x = \frac{e}{m} \frac{\tilde{E}(t)}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega}}$$

Дипольный момент атома: $\tilde{p} = ex = \frac{e^2 \tilde{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega)}$

Поляризуемость: $\tilde{P} = \epsilon_0 (\tilde{\epsilon} - 1) \tilde{E}$

с др стороны $\tilde{D} = \tilde{p} \cdot N = \frac{Ne^2 \tilde{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega)}$;

N - концентрация эл-нов с соб. част. колеб. ω_0 .

$$\Rightarrow \epsilon_0 (\tilde{\epsilon} - 1) \tilde{E} = \frac{Ne^2 \tilde{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega)}$$

$$\Rightarrow \tilde{\epsilon} = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega)}$$

Компл. Диэл. проницаемость.

Т.к. $n = \sqrt{\epsilon}$ для нематн. в-в.

зависит от $\tilde{\epsilon}$ от ω очевидно,
явление дисперсии.

$$\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}} \Rightarrow \left| \tilde{n}^2 = 1 + \frac{Ne^2 (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta\omega)}{m\epsilon_0 ((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2)} \right|$$

(компл. показатель преломления)

Пусть $\tilde{n} = n - ik$; $n, k \in \mathbb{R}$

Рассм. $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega(t - \frac{x}{v}))$; $v = \frac{c}{n}$; $\cos[\omega(t - \frac{x \cdot n}{c})]$

В компл. форме; $\tilde{E} = E_m \exp[i\omega(t - \frac{x \cdot \tilde{n}}{c})] =$

$$= E_m \exp[i\omega(t - \frac{x \cdot n}{c} + i \frac{k \cdot x}{c})] =$$

$$= E_m \exp[i\omega t - i \frac{\omega}{c} x n - \frac{k \omega}{c} \cdot x] =$$

$$= E_m e^{-\frac{k\omega}{c} \cdot x} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{xu}{c}\right)\right]$$

Т.о. $\text{Re} \tilde{\omega} = \eta$ — общий показатель затухания

Рассм. интенсивность в 2^x точке $x \neq 0$ и $x \ll \lambda$

$$I_0 \sim E_m^2 \quad ; \quad I \sim (E_m e^{-\frac{k\omega x}{c}})^2$$

$$I = I_0 e^{-\frac{2\omega k}{c} \cdot x} = I_0 e^{-\eta \cdot x};$$

$$\text{Т.о. } \underline{\frac{2\omega k}{c} = \eta}$$

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{Tc} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{2 \cdot 2\pi}{\lambda} \cdot k = \mathcal{X}$$

$$k = \frac{1}{4\pi} \mathcal{X} \quad - \text{показатель преломления}$$

$$\tilde{n} = n - ik$$

Колпн
нок,
прел.

нок.
прел.

нок.
ногл.

$$\tilde{n}^2 = (n - ik)^2 = n^2 - k^2 - 2ik = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\beta}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega}$$

$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega}$$

$$nk = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta\omega}$$

— Для атомов
 с частотой колебаний ω_0

В общем случае \exists несколько ω_{0i} — частот колебаний.

\exists ионы с частотой ω_{0j} , массой M_j , и зарядом Z_j
 ионизация N_j .

Не все атомы и ионы колеблются одинаково.

$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{e^2}{m\epsilon_0} \sum_i \frac{N_i f_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_i^2 \omega^2} +$$

$$+ \frac{e^2}{\epsilon_0} \sum_j \frac{N_j Z_j f_j (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{M_j (\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_j^2 \omega^2}$$

Αναλυτικά για n, k .

Здесь f_i — сила осциллятора — учитывает то,
 что не все заряды колеблется одинаково.

6.4. Нормальная Дисперсия

Рассм. опт. Диал. β - мало; $\omega \neq \omega_0$.

$$\beta^2 \omega^2 \ll (\omega_0^2 - \omega^2)^2; \Rightarrow n k = \frac{N e^2 \beta \omega}{m \epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \approx 0$$

$$n^2 - k^2 = 1 + \frac{N e^2 \omega_0^2 - \omega^2}{m \epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)^2} = 1 + \frac{N e^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Т.к. $n^2 - k^2 > 0 \Rightarrow \underline{k = 0}$; \uparrow для $1^{\text{го}}$ $2^{\text{го}}$ $3^{\text{го}}$

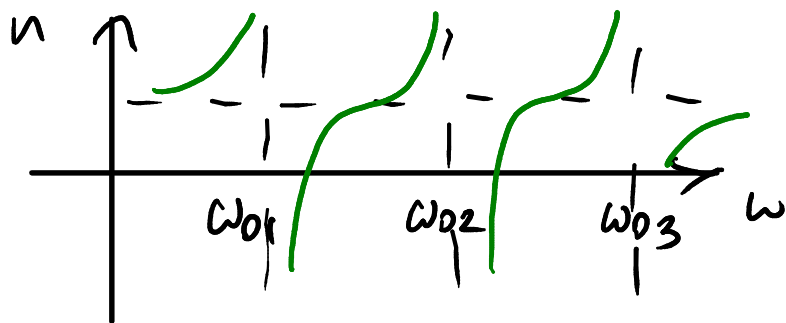
$$n^2 = 1 + \frac{e^2}{\epsilon_0} \sum_i \frac{N_i Z_i^2 f_i}{M_i} \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}$$

сумма вкл. др. ионов

$$n_{\text{пр}} \approx 1 \begin{matrix} (\text{разн}) \\ (\text{нарн}) \end{matrix} \Rightarrow n^2 - 1 = (n-1)(n+1) \approx 2(n-1)$$

$$\Rightarrow n = 1 + \frac{e^2}{2\epsilon_0} \sum_i \frac{N_i f_i z_i}{m_i} \frac{1}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}$$

Здесь $\frac{dn}{d\omega} > 0$.



Асимптотики:

$\omega \ll \omega_{0i}$ - статист. глуп.
пох. предел.

$$n_s = 1 + \frac{e^2}{2\epsilon_0} \sum_i \frac{N_i f_i z_i}{m_i \omega_{0i}^2}$$

ⓐ Водя: $n \approx 1,33$ $n_s = \sqrt{\epsilon'} \approx 9$

$$\underline{\omega \gg \omega_{0i}}. \quad n = 1 - \frac{e^2}{2\epsilon_0 \omega^2} \left(\sum_i \frac{N_i Z_i f_i}{M_i} \right)$$

$n < 1$ для больших частот.

6.5. Аномальная Дисперсия

Рассм. ω близка к $\omega_{0i} = \omega_0 \Rightarrow$ знаменатель ω_{0i} - близка к нулю,

Для $n \approx 1$ имеем

$$\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}} = n - ik = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta\omega)}$$

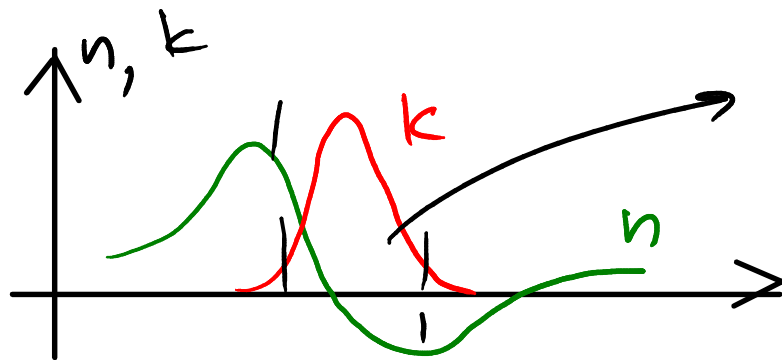
$$\hat{n} = n - ik = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$$

$$n = 1 + N \cdot \frac{e^2}{2m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2};$$

$$k = N \frac{e^2}{m\epsilon_0} \frac{\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2};$$

Дисп. кривые

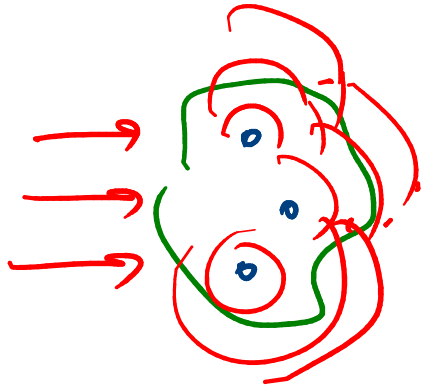
в обл. аном.
дисп. квет наименее
чувств. к ω



$$\frac{dn}{d\omega} > 0$$

6.6. Рассеяние света

Св. волна \rightarrow возд. колеб. эл. и магн. вл. \rightarrow вторичн.
волны \rightarrow вторичн. волн интерф.



неоднор. среда

однор. среда

вторичн. волны расст
дифф в направл отличн
от исходного
рассеяние нет

\rightarrow дифф-я \rightarrow дифф отражения
примерно однородно расст по всем напр
 \Rightarrow возникает рассеяние.

Примеры: мутные среды -, аэрозоли, Эмпульсы .

Интенсивность расс. света	$I \sim \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}$	Закон Рэлея
------------------------------	--	----------------

