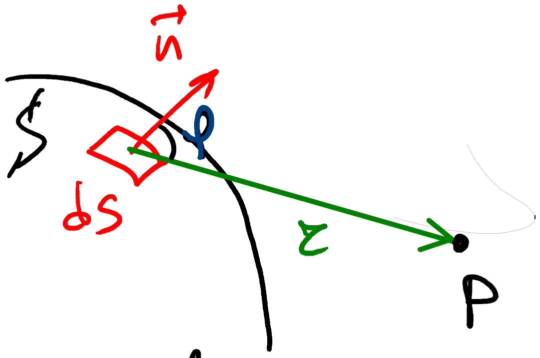
Глава 4. Дифракция света

4.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракция — совокупность явл-й, набл. при расп-света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонением от законов геом. оптики

1818 г. Френель

Принцип Гюйгенса — Френеля	$\forall$ точка среды, до которой доходит волна становится источником вторичных сферич. волн, Результирующее волновое возмущение опр-ся интерференцией вторичных волн



волн. пов-сть

Элем dS излучает сф. вторичн. волну. <u>Амплитуда вторичн. волны</u> в т. P завис. от:

1) ампл. исх. волны a_0; 2) $A \sim 1/r$; 3) $A \sim dS$; 4) $A \sim \underline{K(\varphi)}$

Т.о. $d\Phi = K(\varphi)\cdot \frac{a_0\, dS}{r}\cos(\omega t - kr + \alpha)$

Здесь r – р-е от dS до P; $(\omega t + \alpha)$ – фаза волны на волн. пов-сти;

k – волновое число;

Френель: $K(\varphi)$ – монотонно убывает с ростом φ и при $\varphi = \pi/2$; $K = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = \int_S K(\varphi)\frac{a_0}{r}\cos(\omega t - kr + \alpha)\, dS}$$

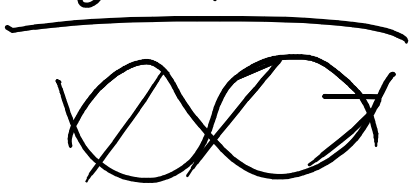
Аналит. выраж. принципа Гюйгенса-Френеля

4.2. Метод зон Френеля

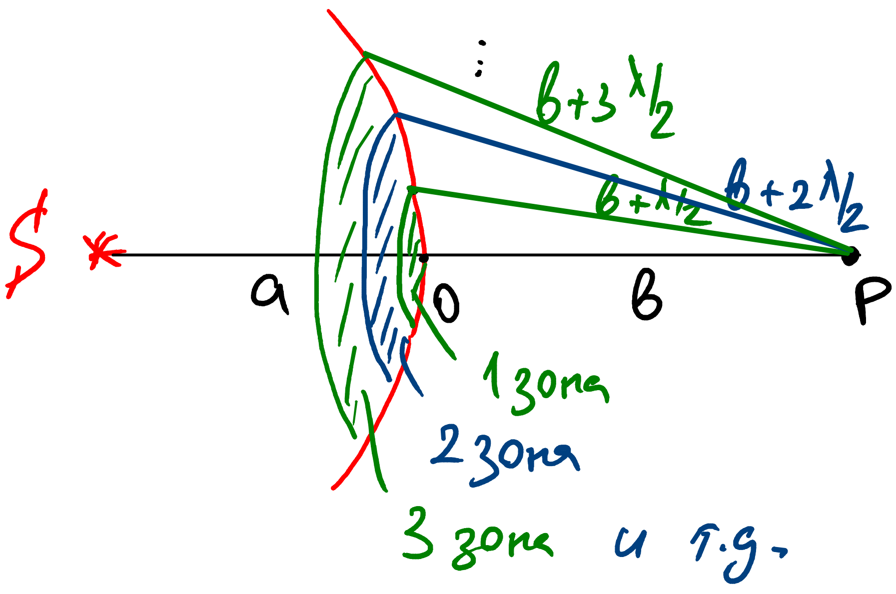
Волн. поверхность разбивается на зоны, называемые **зоны Френеля**, форма кот. завис. от симм-и задачи, такие что оптич. разность хода от краев # зоны до точки наблюдения равна $\lambda/2$ (λ – длина волны в среде)

Волны от соседних зон – гасят др. др.

$\delta = \pi$



Рассм. сферич. волну. S – ист. P – точка набл-я.

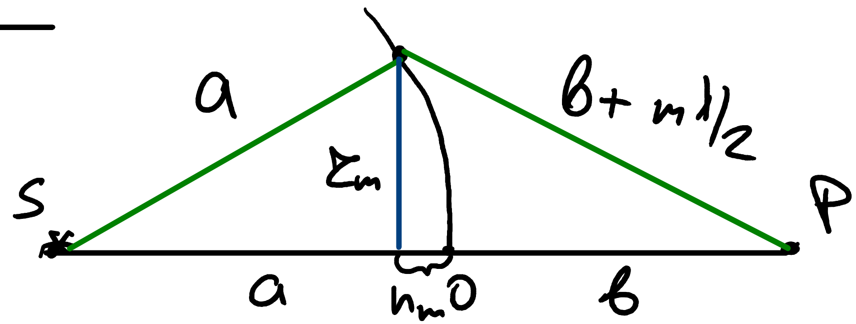


Здесь – зоны Фр – – кольцевые зоны на волн. пов. и р-е от края m-й зоны до P:

$$b_m = b + m\lambda/2 .$$

Найдем радиус m-й зоны Френеля

$$r_m^2 = a^2 - (a-h_m)^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - (b+h_m)^2$$



$$r_m^2 = \cancel{a^2} - \cancel{a^2} - h_m^2 + 2ah_m = \cancel{b^2} + m^2\frac{\lambda^2}{4} + m\lambda b - \cancel{b^2} - h_m^2 - 2bh_m$$

$$\Rightarrow \quad r_m^2 = 2ah_m - h_m^2 = bm\lambda + m^2\frac{\lambda^2}{4} - 2bh_m - h_m^2$$

$$\Rightarrow \quad 2ah_m + 2bh_m = bm\lambda + m^2\frac{\lambda^2}{4}$$

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2\lambda^2/4}{2(a+b)}$$

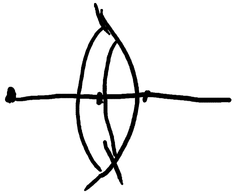
Для не очень больших m, т.е. $\underline{m\lambda \ll 1}$:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

$$\underline{h_m \ll a} \quad \Rightarrow$$

$$r_m^2 = 2a \cdot \frac{bm\lambda}{2(a+b)} \Rightarrow \boxed{r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}}$$

Радиус m-ой зоны Френеля сф. волн. пов-сти



ΔS_m Найдем площадь зоны Френеля:

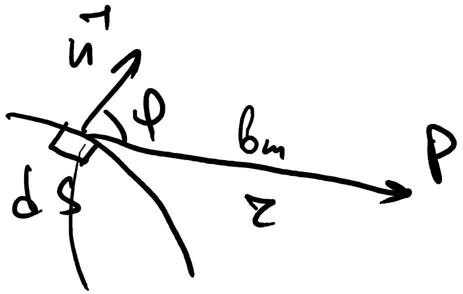
Т.к. $h_m \ll a \Rightarrow \Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2)$

$$\Rightarrow \Delta S_m = \pi\left(\cancel{\frac{ab}{a+b} m\lambda} - \frac{ab}{a+b}(m-1)\lambda\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}}$$

Площади первых зон — одинаковы

С ростом m:



b_m – растет (медленно)

φ – медленно растет $\Rightarrow K(\varphi)$ – монот. убывает

$\Rightarrow$ амплитуда колеб., пришедших из m-й зоны Френеля A_m – монотонно (и медленно) убывает с ростом m

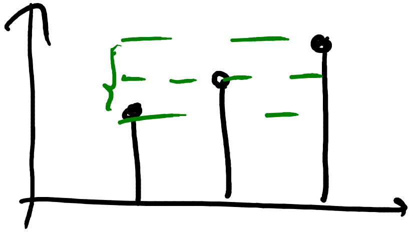
$$A_1 > A_2 > A_3 > \ldots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \ldots$$

$$A_m \approx A_{m+1}$$

Т.к. Δ соседних зон — $\lambda/2$, то

Результирующая: $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots$

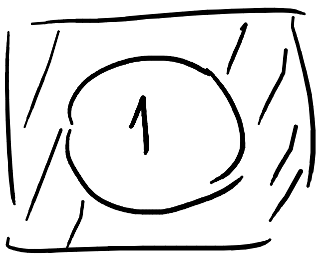
$$A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$



$$\Rightarrow A = \frac{A_1}{2} + \overbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}^{0} + \overbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right)}^{0} + \frac{A_5}{2} + \ldots \Rightarrow$$

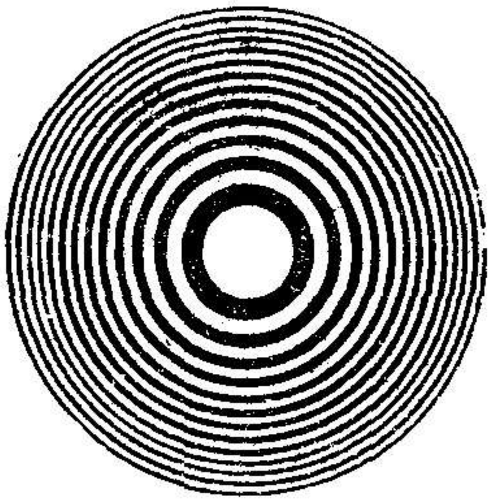
$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{A_1}{2}}$$

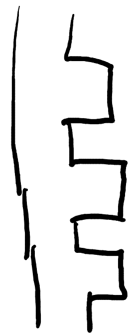
Поставим экран с отверстием, закр все зоны, кроме 1й



$$A = A_1 \Rightarrow I \sim A_1^2; \quad I_0 \sim (A_1/2)^2$$

$$\Rightarrow \underline{I = 4 I_0}.$$



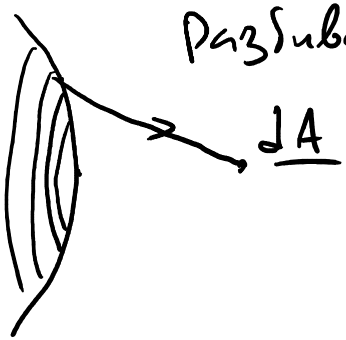


Зонная пластинка

закрытым четные/нечет. зоны

I – увел еще сильнее.

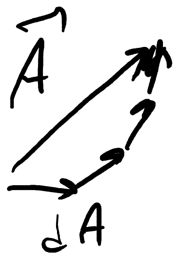
Спираль Френеля (граф. метод сложения амплитуд)



Разбиваем пв на зоны << зоны Френеля

Сопоставим колеб. от зоны с ампл. dA — в-р $d\vec{A}$, т.ч.

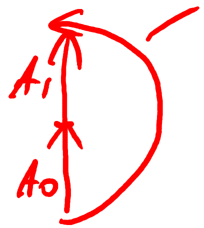
dA – длина, а фаза колеб. — угол поворота

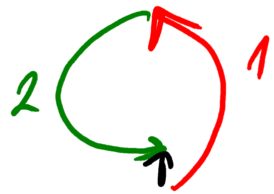


в пределе

Спираль Френеля

1я зона

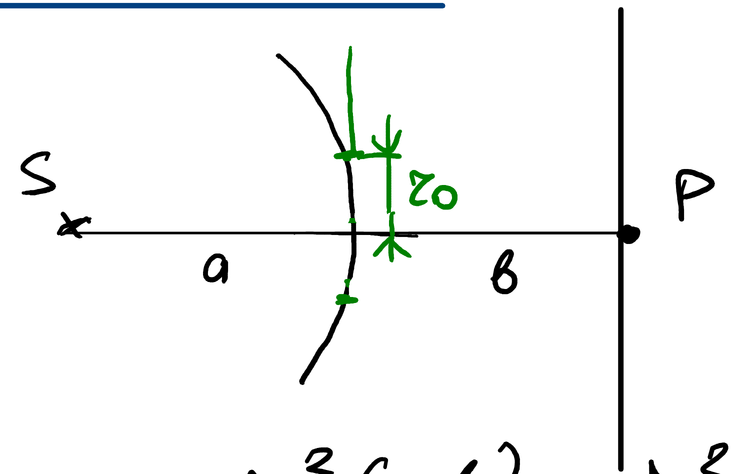




...

4.3 Дифр-я Френеля от простейших преград

Круглое отверстие



r_0 – радиус отверстия

$r_0 \ll a, b$.

$$r_0 = r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda} \Rightarrow m = \frac{r_0^2 (a+b)}{\lambda a b} = \frac{r_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

m – число откр. зон Ф

Амплитуда в т. P: $A = A_1 - A_2 + A_3 - \ldots \pm A_m$

"+" – если m – нечетное

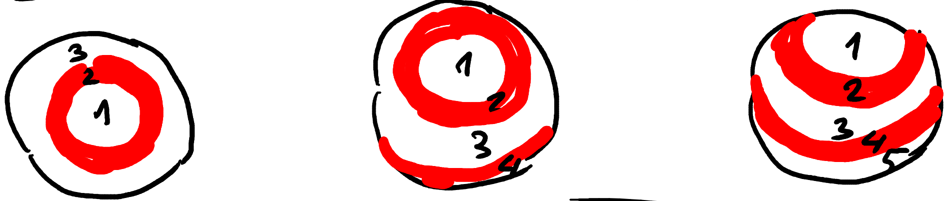
"–" – если m – четное

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\cancelto{0}{\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}}\right) + \dots + \begin{cases} \left(\cancelto{0}{\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2}}\right) + \frac{A_m}{2}, & m\text{-нечет} \\ \left(\cancelto{0}{\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2}}\right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m, & m\text{-чет.} \end{cases}$$

Т.к. $\underline{A_{m-1} \approx A_m} \Rightarrow \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \approx -\frac{A_m}{2}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} - (-1)^m \frac{A_m}{2}}$$

В точках не на <u>оси</u>.

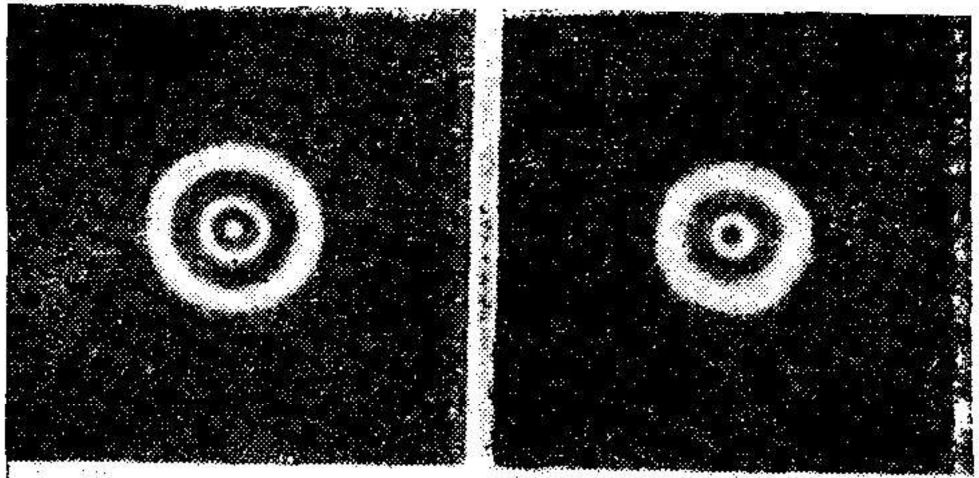


max min max

... более слабые из-за част. закр. зон

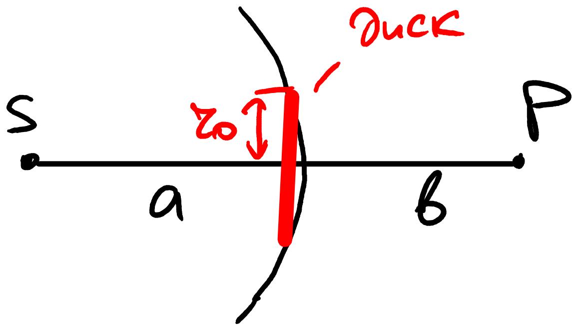
Дифракция Френеля на отверстии

в центре: max — min



Нечетное m — Четное m

Круглый диск



Диск закрывает m зон Фр.:

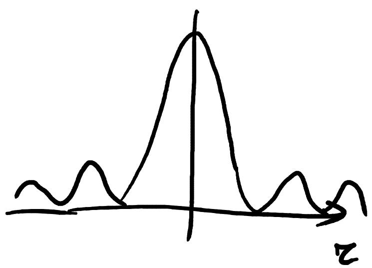
$$m = \frac{r_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

Амплитуда:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} + \dots$$

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2}\right)}_{0} + \ldots = \underline{\frac{A_{m+1}}{2}}$$

<u>Варианты</u>: 1) m – <u>ср. мало</u>. $A_{m+1} \approx A_1 \Rightarrow \underline{A \approx \frac{A_1}{2}}$



т.о. в центре – <u>всегда светлое пятно</u> | $\boxed{\text{Пятно Пуассона}}$

при смещении в сторону – min и max, как и для отверстия.

2) m – <u>велика</u> $A_{m+1} \ll A_1$ – в обл. геом. тени

$\underline{A \approx 0}$.

3) $\underline{r_0 < r_1}$ – освещенность экрана почти та же, что и без <u>диска</u>.