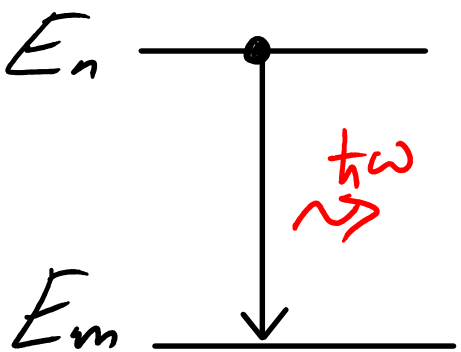
Глава 19. Спонтанное и вынужденное изл-е.

19.1. Естественная ширина спектральных линий

Рассм. атом в возб. сост. с эн. E_n



Возможен спонтанный (самопроизв.) переход в сост. m с эн $E_m < E_n$.

Время, за кот. число атомов в данном возбужд. сост. уменьшается в e раз — время жизни возб. сост. τ

Из опыта $\tau \sim 10^{-8} \div 10^{-9}$ с

Из соотн. неопр-сти Гейзенберга

$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$

$\exists$ метастаб. сост. $\tau > 0{,}1$ с

Обычно это сост. переход из кот. вниз — запрещен

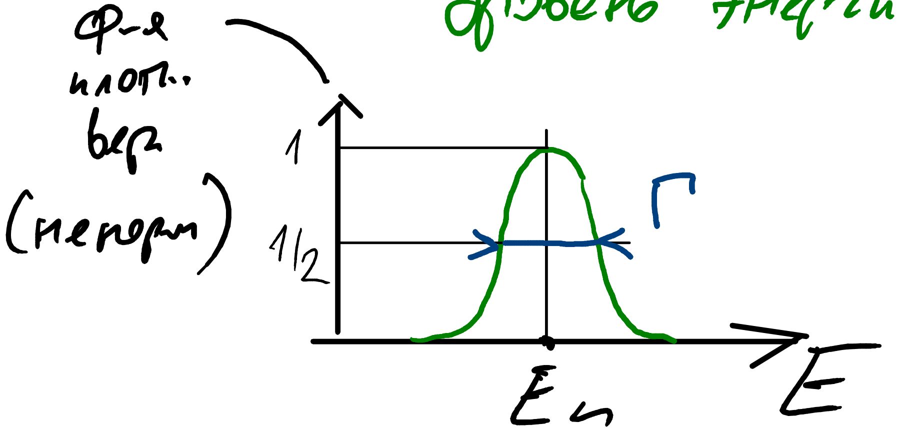
$\Rightarrow \Delta E_{nm} \cdot \tau_{nm} \geq \hbar \Rightarrow$

разница уровней $\Delta E_{nm} = E_n - E_m$ не может быть опр-на точно

$\Rightarrow$ т.к. осн. сост. имеет время жизни ∞

и E осн. сост. опр-но точно $\Rightarrow$

Уровень энергии возб. сост. — размыт



Γ — ширина уровня

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

При переходе в осн. сост. возникает неопр-сть частоты: $\hbar\,\delta\omega_0 = \Gamma$ | $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$; $\delta\lambda = \frac{2\pi c}{\omega^2}\delta\omega = \frac{\lambda^2}{2\pi c}\delta\omega$

$$\Rightarrow \boxed{\delta\omega_0 = \frac{1}{\tau}; \quad \delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c\tau}}$$

естественная ширина спектр. линии

Пр. $\lambda = 500$ нм; $\delta\omega = 10^8 c^{-1}$;

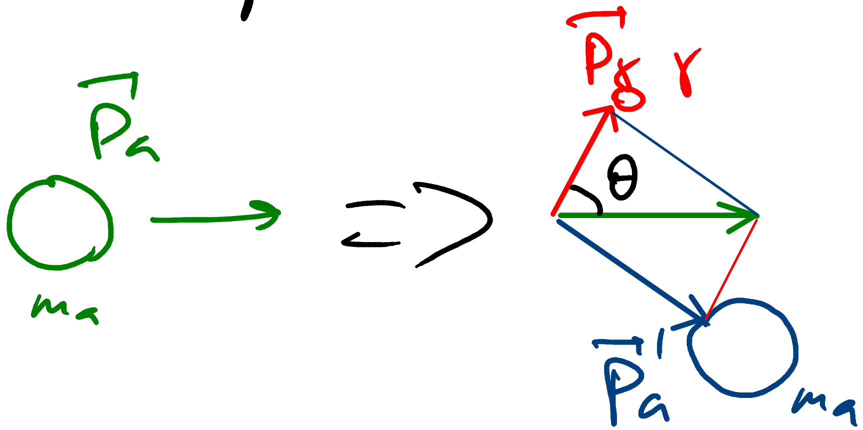
$$\delta\lambda = \frac{500^2\cdot 10^{-18}}{2\cdot 3{,}14\cdot 3\cdot 10^8\cdot 10^{-8}} \approx \frac{25\cdot 10^{-14}}{20} \approx 1{,}3\cdot 10^{-14}\,м = 1{,}3\cdot 10^{-5}\,нм.$$

19.2 Допплеровское уширение спектр. линий

— связано с тепл. движ. атомов

Рассм. атом массой m_a, имп. $\vec{p}_a$ в сост. E_n

атом переходит в сост. E_m и исп. фотон с $\vec{p}_\gamma$



ЗСИ: $\vec{p}_a = \vec{p}_a^{\,\prime} + \vec{p}_\gamma$

ЗСЭ: $E_n + T_a = E_m + T_a^{\prime} + E_\gamma$ $\quad\Big|\quad T_a = \dfrac{p_a^2}{2m_a}$, $\quad E_\gamma = \hbar\omega$

$$\Delta E_{nm} = E_n - E_m = \frac{p_a^2 - p_a^{\prime 2}}{2m_a} + \hbar\omega$$

$$\underbrace{p_\gamma = \frac{\hbar\omega}{c}};\qquad \vec{p}_a{}' = \vec{p}_a - \vec{p}_\gamma \Rightarrow p_a'^2 = p_a^2 + p_\gamma^2 - 2p_a p_\gamma \cos\theta$$

$$\Delta E_{nm} = \hbar\omega + \frac{p_\gamma^2 - 2p_a p_\gamma \cos\theta}{2m_a} =$$

$$= \hbar\omega + \underbrace{\frac{(\hbar\omega)^2}{2m_a c^2}}_{\Delta E_R} - \underbrace{\frac{p_a \hbar\omega}{m_a c}\cos\theta}_{\Delta E_D}$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta E_{nm} = \hbar\omega + \Delta E_R - \Delta E_D} \quad ; \quad \Delta E_R = \frac{(\hbar\omega)^2}{2m_a c^2}$$

$$\Delta E_D = \frac{p_a \hbar\omega}{m_a c}\cos\theta$$

Обычно $\Delta E_{\text{г}} \ll \Delta E_{nm}$; $\Delta E_{D} \ll \Delta E_{nm}$

$$\Rightarrow \quad \Delta E_{nm} \cong \hbar\omega.$$

Рассм.

$$(\Delta E_{nm} - \hbar\omega) = \Delta E_{\text{г}} + \Delta E_{D}$$ – энергия отдачи

Усредним по углам: $\langle \Delta E_{nm} - \hbar\omega \rangle = \Delta E_{\text{г}}$.

$$\Delta E_{\text{г}} = \frac{(\Delta E_{nm})^2}{2 m_a c^2}$$

ср. эн. отдачи

$$\Delta E_{D} = \frac{v}{c}\hbar\omega \cdot \cos\theta$$

эн. связ. с тепл. движ.

$v = \frac{P_a}{m_a}$ – ск. тепл. движ.

Обозн: $\Delta E_z = \hbar \Delta \omega_R$; $\hbar \omega_0 = \underline{\Delta E_{\text{нач}}}$.

$$\Delta E_D = \frac{\hbar}{2} \delta \omega_D \cdot \cos\theta;$$

$$\Rightarrow \cancel{\hbar} \omega_0 = \cancel{\hbar} \Delta \omega_R - \frac{1}{2} \cancel{\hbar} \delta \omega_D \cos\theta + \hbar \omega$$

$$\underline{\omega = \omega_0 - \Delta \omega_R + \frac{1}{2} \delta \omega_D \cos\theta}$$

Т.к. напр. $\vec{p}_a$ – равновероятны $\Rightarrow$ $\cos\theta \in \underline{(-1, 1)}$.

– равномерно

$$\omega' = \omega_0 - \Delta \omega_R$$

$\Rightarrow$ частота фотона — в интервале $\left(\omega' \pm \frac{1}{2}\delta\omega_D\right)$

ширина этого интервала

$$\boxed{\delta\omega_D = 2\frac{v}{c}\frac{\Delta E_{nm}}{\hbar} \simeq 2\frac{v}{c}\omega}$$

Допплеровская ширина спектр. линии

(И) $v = 10^3$ м/с ; $\Delta\omega_R \approx 5\cdot 10^4$ Гц

$m = 10^{-22}$ г ; $\Delta\lambda_R \sim 10^{-7}$ Å

$\omega \sim 3\cdot 10^{15}$ Гц ;

$\delta\lambda_D = 3\cdot 10^{-2}$ Å

19.3. Коэффициенты Эйнштейна

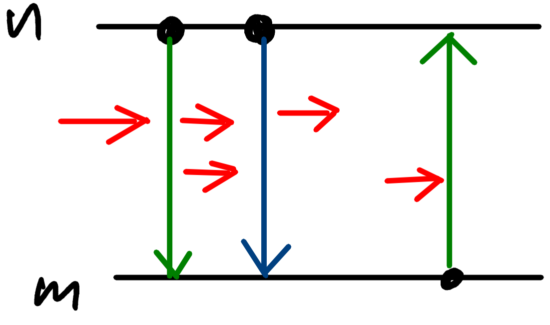
В равновесном сост. справедлив

Принцип детального равновесия:

прямые и обратные процессы по $\forall$ пути должны компенсировать др.-др.

$$A \underset{k'}{\overset{k}{\rightleftarrows}} B$$

Применим этот принцип к переходам м/у сост. атома с эн. E_n и E_m; $\underline{E_n > E_m}$.



$n \to m$: 1) спонтанные переходы
2) вынужденные переходы

$m \to n$ только вынужд. переходы.

Обозн.:

$\boxed{A_{nm}}$ – вероятность в ед. времени спонтанного перехода атома из сост. n в сост. m

$[A_{nm}] = c^{-1}$

N_n – концентр-я атомов в сост. n

Частота спонтанных переходов $n \to m$:

$$\nu^{c}_{nm} = A_{nm} \cdot N_n$$

B_{nm} – вероятность в ед. вр вынужд. перехода атома из сост. n в сост. m, отнесенная к спектр. плотн. эн. изл-я, вызвавшего этот переход

Частота вынужд. переходов $n \to m$

$$\nu_{nm}^{в} = B_{nm} \cdot N_n \cdot \underbrace{u(\omega, T)}_{\text{спектр. плотн. эн. изл-я.}} ;$$

$$u(\omega, T) = \frac{dw}{d\omega}; \quad w = \frac{dW}{dV}$$

B_{mn} – вер-сть в ед. вр., отн. к спектр. плотн. эн. изл-я, вынужд. перехода $m \to n$, вызв. этим изл.

Частота вынужд. перех: $\underline{m \to n}$; $\underline{\nu^{в}_{mn} = N_m \cdot u \cdot B_{mn}}$

N_m – конц.-я атомов в сост. m.

A_{nm}, B_{nm}, B_{mn} – коэфф. Эйнштейна

В равновесии: $\underline{Э^{с}_{nm} + Э^{в}_{nm} = Э^{в}_{mn}}$

$$\Rightarrow N_n A_{nm} + N_n B_{nm} \cdot u = N_m u \cdot B_{mn}$$

В сост. равновесия: — распр-е Больцмана

$$\underline{N_i = A e^{-E_i/kT}}$$

$$\Rightarrow A_{nm} e^{-E_n/kT} + B_{nm} \cdot u e^{-E_n/kT} =$$

$$= B_{mn} \cdot u e^{-E_m/kT}$$

При $T \to \infty$; $u \to \infty$

$$\Rightarrow \quad B_{nm} \cdot u \, e^{-E_n/kT} \approx B_{mn} \cdot u \, e^{-E_m/kT}$$

При больших T : $e^{-E_i/kT} \xrightarrow[T \to \infty]{} 1$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B_{nm} = B_{mn}}$$

$$\Rightarrow \quad A_{nm} e^{-E_n/kT} = B_{nm} \cdot u \left(e^{-E_m/kT} - e^{-E_n/kT} \right)$$

$$U = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{\exp\left[\frac{E_n - E_m}{kT}\right] - 1};$$

$$E_n - E_m = \Delta E_{nm} = \hbar\omega.$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}}$$ Формула Планка.

(!) $A_{nm} \sim \int \Psi_n^* \hat{R} \Psi_m d\tau$

опред. дип. мом.

В пределе $\omega \to 0$ $\to$ $U \approx \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{kT}{\hbar\omega}$

$e^x = 1 + x + O(x^2)$

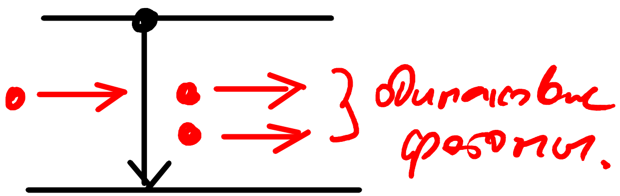
Ф-ла Рэлея Джинса:

$$U = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT$$

$$\to \boxed{\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}}$$

19.4. Лазеры

Вынужд. изл. обладает той же частотой, фазой и напр. распр., что и вызвавшее его изл-е.



1953г Басов Таунс

Прохоров Вебер

независимо

→ усиление и генерация изл-я в микроволн. диап.

Microwave Amplification by Stimulated
Emission of Radiation = **MASER**

мазер

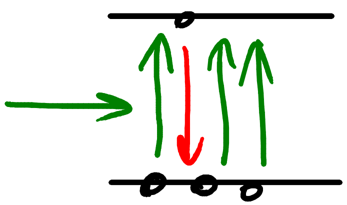
1960г. **Мейман** — лазер

Light A. S. E. R. = **laser**

1964г. — Басов, Прохоров, Таунс — **нобель**.

В ТД равновесии. $N_i = Ae^{-E_i/kT}$.

$\Rightarrow$ N_i уменьш. с ростом $\underline{i}$.



$\Rightarrow$ В ТД равновесии поглощ-е преобл. над. излуч-ем.

$$\boxed{\frac{N_n}{N_m} = e^{-\frac{\Delta E_{nm}}{kT}}}$$

(ОТН) заселенность уровней

В ТД. равновесии

$$\frac{N_n}{N_m} < 1$$

Если создать сост.

$$\boxed{\frac{N_n}{N_m} > 1 \quad \text{Инверсная заселенность}}$$

$\Rightarrow$ эфф. коэфф. погл. света $\varkappa < 0$

и возможно усиление света.

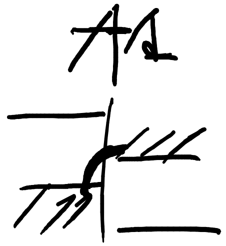
$\boxed{T < 0}$

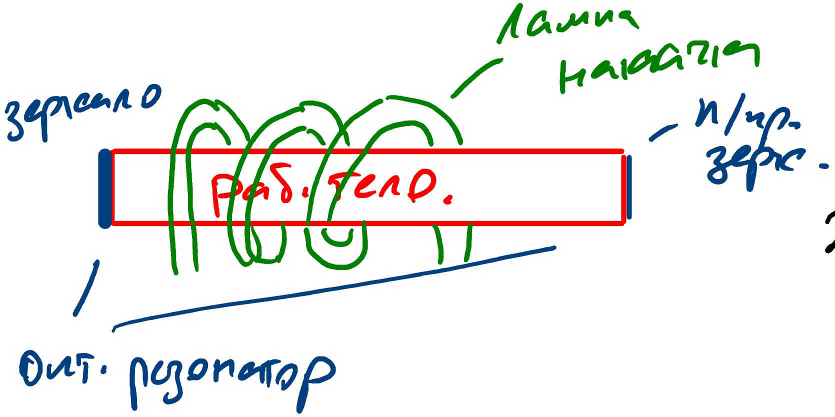
ОК т.к. сост. неравновесно

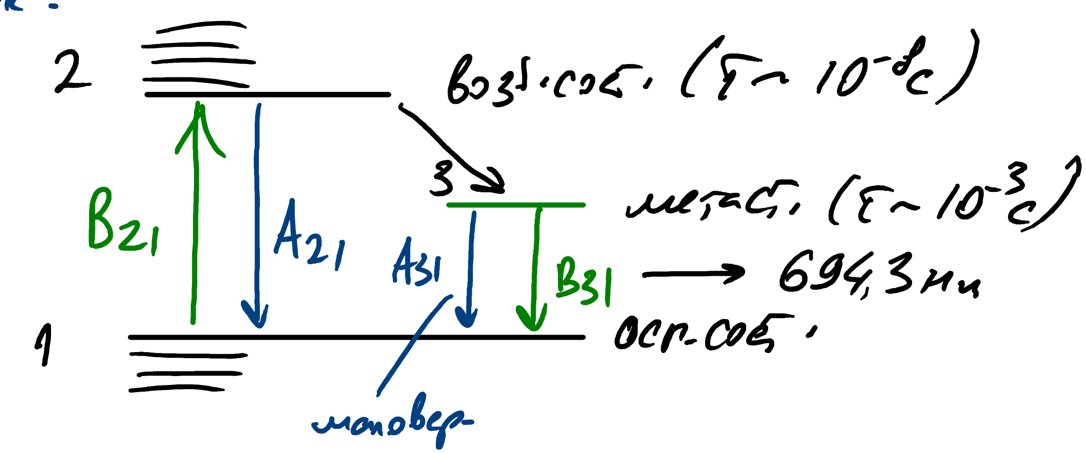
Схема работы лазера

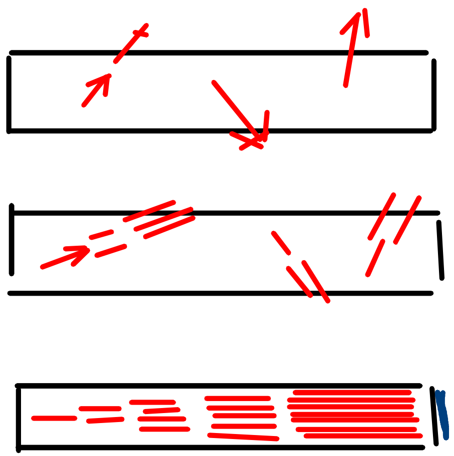
Мейман

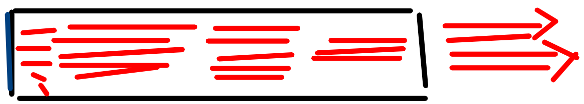
Накачка — процесс созд-я И.З.











стоячая волна