

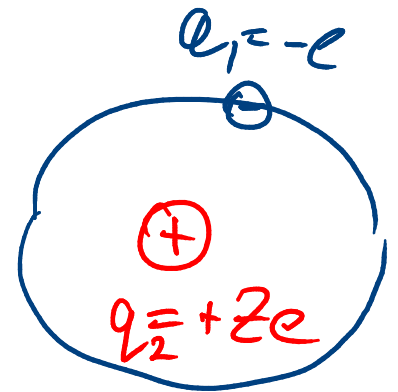
# Глава 14. Стационарные состояния одноэлектронных атомов

## 14.1. Четыре приближения в физике атома

### 1) Первое эл. стат. приближение

Учитывается только  
эл. стат. в  $z e$  пр. эл-на и ядро.

$$U = - \frac{k z e^2}{r}$$



Справедливо только для 1-эл. атомов H, D, T, He<sup>+</sup>, ...

2) Второе з.п. стат. приближение. Описание  
многоз. атомов

$$U^1 = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{kze^2}{\epsilon_n} + \frac{1}{2} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{ke^2}{\epsilon_{nm}} ; \quad \epsilon_{nm} = \frac{1}{|\vec{\epsilon}_m - \vec{\epsilon}_n|^2}$$

/
\

р-е от  $n^{\text{го}}$  з.п.-ка
р-е м/д  $n$ -м и  $m$ -м

до з.п.
з.п.-ка

3) Первое электромагнитное приближение

Учитываются все магн. моменты з.п.-ков  
различной природы: спин, орб. мом.

4) Второе тлм приблие.

Описание атома в  
время нем магн. поле.

## 14.2. Одно тл. атом

Рассм. атом в 1<sup>м</sup> тл. ст. приблие и наведем  
его термы и орбитали в ст. ст. соев.

1) Сф. СК. Наз. коорд. - связано с ядром.

$$2) \hat{U} = -\frac{kZe^2}{r};$$

$$3) \hat{H} = \hat{T} + \hat{U}; \quad \hat{T} = \underbrace{\hat{T}_z}_{\text{рад. движение}} + \underbrace{\hat{T}_{\theta, \varphi}}_{\text{вр. движение}}$$

$$\hat{T}_z = \frac{\hat{p}_z^2}{2\mu}; \quad \hat{T}_{\theta, \varphi} = \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2}$$

$$\Rightarrow \hat{H} = \frac{\hat{p}_z^2}{2\mu} + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} - \frac{kze^2}{r}$$

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta$$

$$\hat{P}_z = -\hbar^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \Delta_{\theta, \varphi} = -\hbar^2 \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right)$$

4) Стая YLM ;  $\hat{H}\psi = E\psi$

$$\left( \frac{\hat{P}_z^2}{2\mu} + \frac{\hat{L}^2}{2\mu r^2} - \frac{kze^2}{r} \right) \psi(r, \theta, \varphi) = E \psi(r, \theta, \varphi)$$

$$\underbrace{\left( \frac{\hat{P}_z^2}{2\mu} - \frac{kze^2}{r} - E \right)}_Z \psi = -\hat{L}^2 \psi$$

Разделим переменные

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \underbrace{R(r)}_{\text{радиальная}} \underbrace{Y(\theta, \varphi)}_{\text{угловая}}$$

радиальная  
ч-я

угловая  
ч-я.

$$\Rightarrow R \hat{L}^2 Y = -Y 2\mu r^2 \left( \frac{\hat{p}_r^2}{2\mu} - \frac{kZe^2}{r} - E \right) R$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\hat{L}^2 Y}{Y}}_{\theta, \varphi} = \underbrace{- \frac{2\mu r^2 \left( \frac{\hat{p}_r^2}{2\mu} - \frac{kZe^2}{r} - E \right) \cdot R}{R}}_E = \text{const} = \lambda^2 \left( \frac{h^2}{h} \right)$$

$$\underline{\hat{L}^2 Y = \hbar^2 \lambda^2 Y}$$

$$\frac{1}{z^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( z^2 \frac{\partial R}{\partial z} \right) +$$

$$+ \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{kze^2}{z} \right) -$$

$$- \frac{\lambda^2}{z^2} \right] R = 0$$

$$2\mu z^2 \left( \frac{\hat{p}_z^2}{2\mu} - \frac{kze^2}{z} - E \right) R + \hbar^2 \lambda^2 R = 0$$

$$- \hbar^2 \frac{1}{z^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( z^2 \frac{\partial R}{\partial z} \right) - 2\mu \left( \frac{kze^2}{z} + E \right) R +$$
$$+ \frac{\lambda^2 R \hbar^2}{z^2} = 0$$

$$\frac{1}{z^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( z^2 \frac{\partial R}{\partial z} \right) + \left[ \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{kze^2}{z} \right) - \frac{\lambda^2}{z^2} \right] R =$$
$$= 0$$

14.3. Собственные значения и  $\varphi$ -и оператора  
квадрата орб. момента

$\hat{L}^2$  — оператор квадрата орб. момента  
(момента импульса)

$$-\hbar^2 \left( \underbrace{\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)}_{\Theta} + \underbrace{\frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}}_{\varphi} \right) Y = \hbar^2 \lambda^2 Y$$

Разделяем переменные;  $Y(\theta, \varphi) = \Theta(\theta) \varphi(\varphi)$



$$\Rightarrow \frac{\Phi}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial \Theta}{\partial\theta} \right) + \frac{\Theta}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial\varphi^2} = -\lambda^2 \Theta \Phi$$

$$\frac{\sin^2\theta}{\Theta \Phi} : \frac{\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial \Theta}{\partial\theta} \right)}{\Theta} + \lambda^2 \sin^2\theta = - \underbrace{\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial\varphi^2}}_{\varphi} =$$

$$= \text{const} = \mu^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial \Theta}{\partial\theta} \right) + \left( \lambda^2 - \frac{\mu^2}{\sin^2\theta} \right) \Theta = 0 \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial\varphi^2} + \mu^2 \Phi = 0 \end{cases}$$

Рассм. ур-е  $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \mu^2 \Phi = 0$ .

Рассм. оператора  $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \mu^2 \Phi &= \left( \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \mu^2 \right) \Phi = \left( \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - (i\mu)^2 \right) \Phi = \\ &= \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} - i\mu \right) \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} + i\mu \right) \Phi = \frac{1}{(-i\hbar)^2} \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} - \hbar\mu \right) \times \\ &\times \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} + \hbar\mu \right) \Phi = -\frac{1}{\hbar^2} \left( \hat{L}_z - \mu\hbar \right) \left( \hat{L}_z + \mu\hbar \right) \Phi = 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \varphi$  переносит  $l^2$  на  $l^2$  с  $l^2$  на  $l^2$ :

$$\underline{\hat{L}_z \varphi = +\mu \hbar \varphi; \quad \underline{\hat{L}_z \varphi = -\mu \hbar \varphi;}}$$

В обратном направлении:  $-i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} = \pm \mu \hbar \varphi$

$$\Rightarrow \frac{d\varphi}{\varphi} = \pm i\mu d\varphi \Rightarrow \ln \varphi = \pm i\mu \varphi + \underline{\ln \varphi_0}$$

$$\Rightarrow \underline{\varphi = \varphi_0 e^{\pm i\mu \varphi}}$$

Требование однозначности требует:

$$\varphi(\varphi) = \underline{\varphi(\varphi + 2\pi)}$$

$$\Rightarrow \varphi_0 e^{\pm i\mu\varphi} = \varphi_0 e^{\pm i\mu\varphi \pm i\mu \cdot 2\pi}$$

$$\Rightarrow \underline{e^{\pm i\mu \cdot 2\pi} = 1} = \cos(2\pi\mu) \pm i \sin(2\pi\mu) = \underline{1}$$

$$\Rightarrow \underline{\mu \in \mathbb{Z}}. \quad (\pm \text{ учитывается}).$$

$\mu = \underline{m_e \in \mathbb{Z}}$  - Из условия нормировки

$$\int_0^{2\pi} |\varphi|^2 d\varphi = 1 \Rightarrow \int_0^{2\pi} \varphi_0^2 e^{-im_e\varphi} e^{im_e\varphi} d\varphi = 1$$

$$\Rightarrow \varphi_0^2 \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \varphi_0^2 = 1$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\varphi_{m_e} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_e\varphi}$$

$P_{m_e}$  — сод. ф-я оператора проекции орб. мат.  $\hat{L}_z$   
с сод. числом  $L_z$

$$\hat{L}_z P_{m_e} = L_z P_{m_e} \Rightarrow \boxed{L_z = m_e \hbar}$$

сод. числа оператора  
проекции орб. мат.

$$\text{Рассм. гравитация: } \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \left( \lambda^2 - \frac{m_e^2}{\sin^2 \theta} \right) \Theta = 0$$

$$\text{Замена: } \zeta = \cos \theta \quad \frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{\partial f}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = -\frac{\partial f}{\partial \zeta} \sin \theta$$

$$\Theta(\theta) = P(\cos \theta) = P(\zeta)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cancel{\sin \theta}} (-\cancel{\sin \theta}) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \sin \theta (-\sin \theta) \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) + \left( \lambda^2 - \frac{m_e^2}{1-\zeta^2} \right) P = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( (1-\zeta^2) \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) + \left( \lambda^2 - \frac{m_e^2}{1-\zeta^2} \right) P = 0$$

$$\frac{d}{d\xi} \left[ (1-\xi^2) \frac{dP}{d\xi} \right] + \left[ \lambda^2 + \frac{m_e^2}{1-\xi^2} \right] P = 0$$

ур-е для присоединенных ф-и Лежандра

Чтобы ф-я  $P$  была норм. и конечной при  $\xi = \pm 1$  из усл. для норм. ф-и  
 всех значений  $\theta$ , нужны тогда:

$$\lambda^2 = l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, \dots$$

$$m_e = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l$$

$l$  - орбитальное кв. число

$m_e$  - магнитное (орб.) кв. число



В этом случае  
лемма ур-я:

$$P_l^m = \frac{1}{2^l l!} (1-z^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dz^{l+m}} (z^2+1)^l$$

---

Т.о. соб. ф-н оператора  $\hat{L}^2$  —

сферические ф-н:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = C_l^m e^{im\varphi} P_l^m(\cos\theta)$$

---

Соб. значение:  $\underline{L^2 = \hbar^2 l(l+1)}$   $\Rightarrow L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$  — значение оператора.

$$\underline{\hat{L}^2 Y_l^m = \hbar^2 l(l+1) Y_l^m}$$

Из усл. норм-ки:  $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin \theta Y_l^m(\theta, \varphi) = 1$

$$\Rightarrow C_l^m = \left( \frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right)^{1/2}$$

Сос. с разлнч.  $l$  принято обозначать буквами:

| $l$                | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| обозн.<br>орбитали | s | p | d | f | g | h | i | k |

| Coef. | $l$ | $m_l$   | $P_l^{m_l}(\cos\theta)$     |
|-------|-----|---------|-----------------------------|
| $s$   | $0$ | $0$     | $1$                         |
| $p$   | $1$ | $0$     | $\cos\theta$                |
|       | $1$ | $\pm 1$ | $\pm \sin\theta$            |
| $d$   | $2$ | $0$     | $3\cos^2\theta - 1$         |
|       | $2$ | $\pm 1$ | $\pm \sin\theta \cos\theta$ |
|       | $2$ | $\pm 2$ | $\sin^2\theta$              |

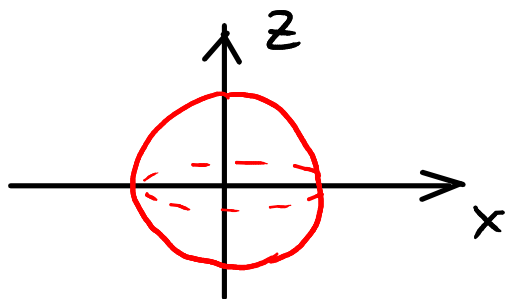
$|Y|^2 = \frac{dP}{dV} \Rightarrow$  зависимость плотн. вер-сти обнаруживать  
 частоту в потоке в завне. от угла

опр-ся  $\underline{|Y_e^{lm}| = \text{Const} |P_e^{me}|}$ .

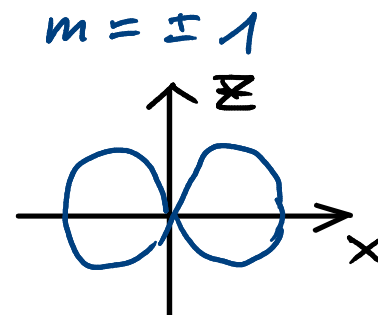
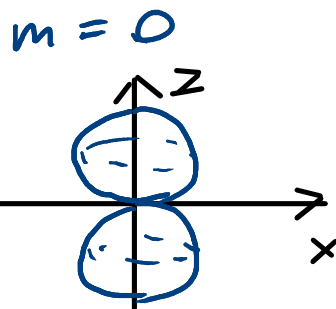
- зависит фазово от  $\theta \Rightarrow$  распрепл. плотн. вер-сти —  
 — аксиально-симметрично.

Полярная диаграмма; зависимость  $\Sigma = |P_e^{me}|$  от  
 угла  $\theta$ .

S-волн.  $l=0; m_e=0;$

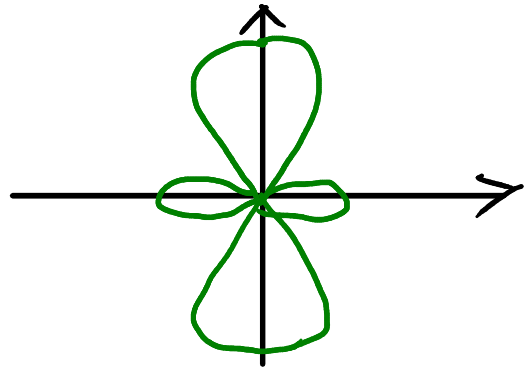


P-волн.  $l=1$

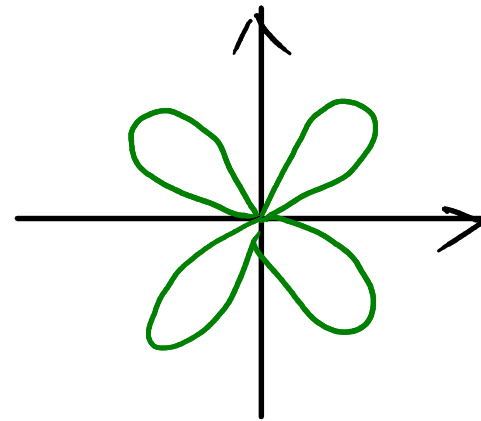


$d = \cos \alpha$ .  $l = 2$ ;

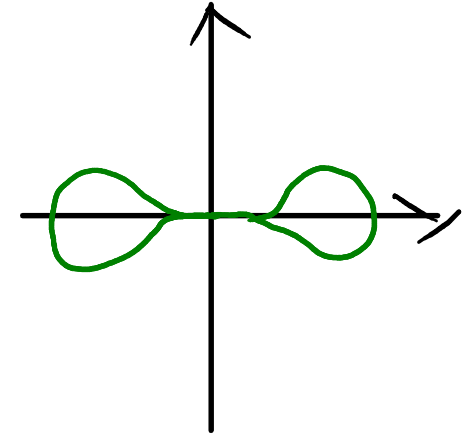
$m_l = 0$



$m_l = \pm 1$



$m_l = \pm 2$



14.4. Радиальное распределение электрона в атоме и  
термы однопериодических атомов

Уравнение на радиальную часть волн. ф-ции

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \left( \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{kZe^2}{r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) R = 0$$

Обозначая :  $A = -\frac{2\mu E}{\hbar^2}$ ;  $2B = \frac{2\mu kZe^2}{\hbar^2}$ ;

$$\rho = 2\sqrt{A} \cdot r \Rightarrow r = \frac{\rho}{2\sqrt{A}};$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \rho} = 2\sqrt{A} \frac{\partial}{\partial \rho}$$

$$R = R(\rho)$$

$$\frac{\cancel{4A}}{\rho^2} 2\sqrt{A} \frac{d}{d\rho} \left( \frac{\rho^2}{\cancel{4A}} \cdot 2\sqrt{A} \cdot R' \right) + \left( -A + \frac{2B}{\rho} 2\sqrt{A} - \right. \\ \left. - \frac{4A}{\rho^2} \ell(\ell+1) \right) R = 0 \quad \left( \cdot \frac{1}{4A} \right)$$

$$\frac{1}{\rho^2} (\rho^2 R')' + \left( -\frac{1}{4} + \frac{B}{\sqrt{A}} \frac{1}{\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right) R = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho^2} (\rho^2 R'' + 2\rho R') + \left( -\frac{1}{4} + \frac{B}{\sqrt{A}\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right) R = 0$$

$$\underline{R'' + \frac{2}{\rho} R' + \left(-\frac{1}{4} + \frac{B}{\sqrt{A}} \cdot \frac{1}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right) R = 0}$$

Найдем асимпт. реш-е при  $\rho \rightarrow \infty$ .

$$\Rightarrow \text{члены с } \frac{1}{\rho} \text{ и } \frac{1}{\rho^2} \approx 0 \text{ при } \rho \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow \underline{R'' - \frac{1}{4} R = 0}. \text{ Обыч. реш-е: } \underline{R = K_1 e^{-\rho/2} + K_2 e^{\rho/2}}.$$

Так  $R$  - часть в.чл и должна быть конечна, поэтому  $\underline{K_2 = 0}$ .

$$\text{При } \rho \rightarrow \infty; \underline{R = K_1 e^{-\rho/2}}.$$



При  $\rho \rightarrow 0$  уравнение Эйнштейна — с масс. чл.  $\rho$

в стандартном виде: 
$$R'' + \frac{2}{\rho} R' - \frac{l(l+1)}{\rho^2} R = 0$$

Учтем решение в виде:  $R = \beta \rho^\gamma$

$$\Rightarrow \beta \cdot \gamma(\gamma-1) \rho^{\gamma-2} + \frac{2}{\rho} \beta \cdot \gamma \rho^{\gamma-1} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \beta \rho^\gamma = 0$$

$$\Rightarrow \gamma(\gamma-1) + 2\gamma - l(l+1) = 0$$

$$\underline{\gamma^2 + \gamma - l(l+1) = 0};$$

$$\begin{aligned} x^2 + px + q &= 0 \\ x_{1,2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \ell(\ell+1)} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\ell^2 + \ell + \frac{1}{4}} = \\ &= -\frac{1}{2} \pm \left(\ell + \frac{1}{2}\right); \quad \gamma = \begin{cases} \ell, \\ -\ell-1; \end{cases} \end{aligned}$$

Perme c  $\gamma = -\ell-1$ :  $\frac{R = \beta \rho^{-\ell-1}}{\rho \rightarrow 0} \rightarrow \infty$   
 $\Rightarrow$  the choice.

T.O. upm  $\rho \rightarrow 0$ ;  $R = \beta \rho^\ell$ .

T.O.

$$\underline{R = e^{-p/2} p^l \cdot v(p)}$$

$$\rightarrow \text{b. vpe: } R' = -\frac{1}{2} e^{-p/2} p^l v + l p^{l-1} e^{-p/2} v + e^{-p/2} p^l v'$$

$$\begin{aligned} R'' = & +\frac{1}{4} e^{-p/2} p^l v - \frac{1}{2} l p^{l-1} e^{-p/2} v - \frac{1}{2} e^{-p/2} p^l v' + \\ & + l(l-1) p^{l-2} e^{-p/2} v - \frac{1}{2} l p^{l-1} e^{-p/2} v' + \underline{l p^{l-1} e^{-p/2} v'} - \\ & - \frac{1}{2} e^{-p/2} p^l v' + \underline{l p^{l-1} e^{-p/2} v'} + e^{-p/2} p^l v'' \end{aligned}$$

$$\textcircled{h} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4} \cancel{e^{-p/2}} p^l v - \cancel{l p^{l-1}} e^{-p/2} v - \cancel{e^{-p/2}} p^l v' + \cancel{l(l-1)} p^{l-2} e^{-p/2} v + \\
& + 2l p^{l-1} \cancel{e^{-p/2}} v' + \cancel{e^{-p/2}} p^l v'' + \frac{2}{p} \left( -\frac{1}{2} \cancel{e^{-p/2}} p^l v + \right. \\
& \left. + \cancel{l p^{l-1}} e^{-p/2} v + \cancel{e^{-p/2}} p^l v' \right) + \\
& + \left( -\frac{1}{4} + \frac{B}{\sqrt{A} p} - \frac{l(l+1)}{p^2} \right) \cancel{e^{-p/2}} p^l v = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{p^{l-1}} \Bigg| & v''(p^l) + v'(-p^l + 2l p^{l-1} + 2p^{l-1}) + \\
& + v \left( \cancel{\frac{1}{4} p^l} - \cancel{l p^{l-1}} + \cancel{l(l-1)} p^{l-2} - p^{l-1} + \cancel{2l p^{l-2}} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{4} p^l + \frac{B}{\sqrt{A} p} - \cancel{l(l+1)} p^{l-2} \right) = 0
\end{aligned}
\quad \left. \begin{array}{l} l^2 - l + \\ + 2l - \\ - l^2 - l = 0 \end{array} \right\}$$

$$\rho r'' + (2(l+1) - \rho) r' + \left( \frac{B}{\sqrt{A}} - l - 1 \right) r = 0 \quad (*)$$

Если  $r$  представлено в виде степенного ряда, то

из требования конечности в обл.  $0 < r < a$

вытекают условия:  $\frac{B}{\sqrt{A}} - l - 1 - k = 0$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\Rightarrow \frac{\mu k z e^2}{\hbar^2 \sqrt{-2\mu E}} = l + k + 1 = n; \quad \underline{n = 1, 2, 3, \dots}$$

$$\Rightarrow \frac{\mu^2 k^2 z^2 e^4}{\hbar^2 (-2\mu E)} = n^2$$

$$\Rightarrow \left[ E_n = - \frac{\mu k^2 z^2 e^4}{2\hbar^2 \cdot n^2} \quad \left| \quad \begin{array}{l} n = 1, 2, 3, 4, \dots \\ \text{— 21. кв. число} \end{array} \right. \right]$$

Термины одной системы

$n = k + l + 1$  ; при данном  $n$  :  $k + l = \underline{n - 1}$  ;  $k = \underline{0, 1, 2, \dots}$

$l = 0, 1, \dots, n - 1$  |

орб. кв. число .

Реш-е ур-е ( $x$ ) — полиномы Лагерра :

$$r = Q_k^{2l+1} = Q_{n-l-1}^{2l+1}(r) ; \quad \left| \quad \underline{Q_s^q = e^{\rho} \rho^{-q} \frac{d^s}{d\rho^s} (e^{-\rho} \rho^{q+s})} \right.$$

T.O.

$$R_{nl} = N_{nl} e^{-\rho/2} \rho^l Q_{n-l-1}^{2l+1}(\rho)$$

рад. часть волн г-ч

$$\psi_{nlm_l} = R_{nl}(z) Y_l^{m_l}(\theta, \varphi)$$

орбиталь  
стат. сост.  
одной атома

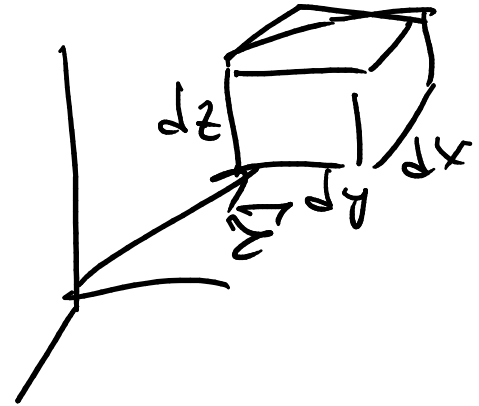
В осн. сост.  $1S$  ( $n=1; l=0; m_l=0$ )

$$\psi_{1s} = R_{10} Y_0^0 = C_{1s} \cdot e^{-z/a_B};$$

$$C_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_B^3}}$$

Плотн. бер-ем  $\frac{dP}{dV} = \underline{|\psi|^2}$ .

$\Rightarrow dP = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 dx dy dz$

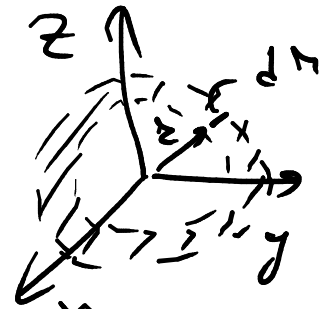


Рассм. бер-ств обнаружены равенств  
в интервале  $z \div z + dz$ .

В сф. СК.  $dP = |\psi|^2 z^2 \sin\theta dz d\theta d\varphi$

интегр. по  $\theta$  и  $\varphi$ :

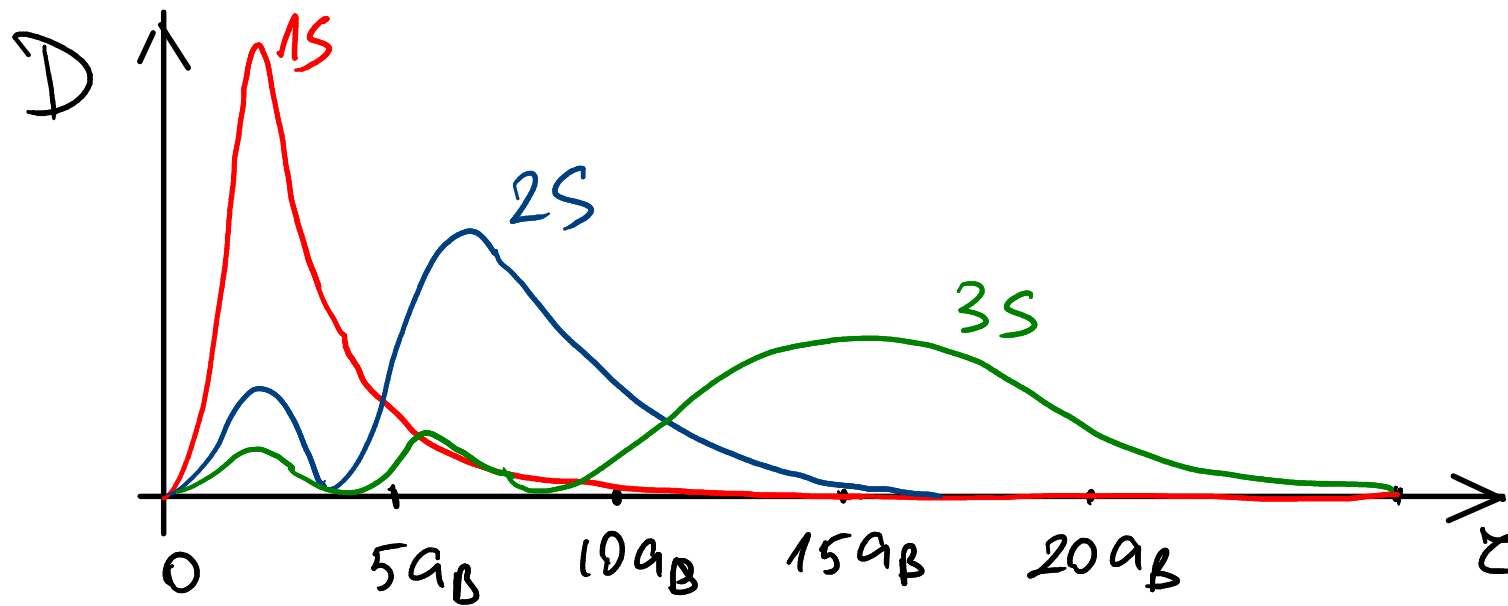
$\Rightarrow dP_z = \int_{\Omega} dP = |\psi|^2 z^2 \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \right)$





$$\Rightarrow D = \frac{dPz}{dz} = 4\pi z^2 |\psi|^2$$

πρωτ. βερ-ερ  
 οδραγυτιζ  
 ρασηυδ κα ρηζ



Энергия  $E_n$  определяется 1-м кв. числом. —  $n$

Орбиталь (в. ф.) зависит от 3-х кв. чисел —  $n, l, m_l$ ,

(если учесть спин, то от 4-х —  $n, l, m_l, m_s$ )

$$m_s = \pm 1/2$$

Явл-е, к-ое сост. в том, что для одного значения энергии

есть несколько различн. сост. с той же энергией,

назв-е вырождение термов

Число сост. (орбиталей) с одинаковой энергией —

— кратность вырождения

Для одной атома, с энергией, оцр. числен

$n$  кратное вырождение;

$$l = \overline{0, n-1}; \quad m_l = \overline{-l, l}; \quad m_s = \pm \frac{1}{2};$$

$$\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m_l=-l}^l 2 = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) \cdot 2 =$$

$$= \frac{n}{2} 2 \cdot (2(n-1) + 1) = n \cdot 2n = 2n^2$$