Глава 10. Волновые свойства частиц.

10.1. Гипотеза де Бройля

1924 г. Все материальные частицы обладают не только корпускулярными свойствами, но и волновыми.

Т.е. корпускулярно-волновой дуализм универсален и явл. св-вом как излучения, так и материи

Связь м/у хар-ками част. и волн — так же универсальна:

энергия: $E = \hbar\omega$ импульс: $p = \frac{h}{\lambda}$; $\vec{p} = \hbar\vec{k}$;

$\lambda = \frac{h}{p}$ — длина волны Де Бройля

Оценим длину волны Де Бр. для эл-на с энергией 100 эВ;

$$\lambda = \frac{h}{p} = \Big/ E_k = \frac{mv^2}{2};\ p = mv;\ E_k = \frac{pv}{2} = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE} \Big/$$

$$= \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 1{,}23 \cdot 10^{-10}\,\text{м} = 1{,}23\,\text{Å}.$$

Скорость волн де Бройля

1) Фазовая скорость

$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{\cancel{m}c^2}{\cancel{m}v} = \frac{c^2}{v}$$

Т.к. $v < c$ $\Rightarrow$ $v_p > c$

1) Групповая скорость

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$$\Rightarrow v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = \Big/ dE = \delta A = \vec{F} d\vec{r} \Big/ =$$

$$= \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dp} = \Big/ \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Big/ = \frac{d\vec{p}\, d\vec{r}}{dt \cdot dp} =$$

$= \vec{v}$

$$= \frac{\vec{v}\, d\vec{p}}{dp} = \Big/ \vec{v}\, d\vec{p} = v\, dp \; ; \; \vec{v} \uparrow\uparrow \vec{p} \Big/ =$$

по аналогии с $\vec{v}\, d\vec{v} = v\, dv$

$$= \frac{v\, \cancel{dp}}{\cancel{dp}} \Rightarrow \quad v_g = v$$

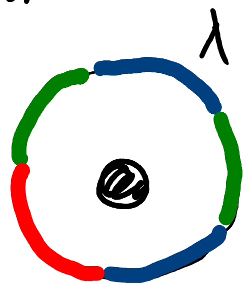
Рассм. атом Бора.

Пр-ло кв-я: $L = \hbar n \Rightarrow \mu r_n v_n = n\hbar$

$p_n = \mu v_n \Rightarrow r_n p_n = n\hbar$

Связь $\bar{p}$ и λ: $p_n = \dfrac{h}{\lambda_n} \Rightarrow \dfrac{r_n \cdot 2\pi \cancel{\hbar}}{\lambda_n} = n\cancel{\hbar}$

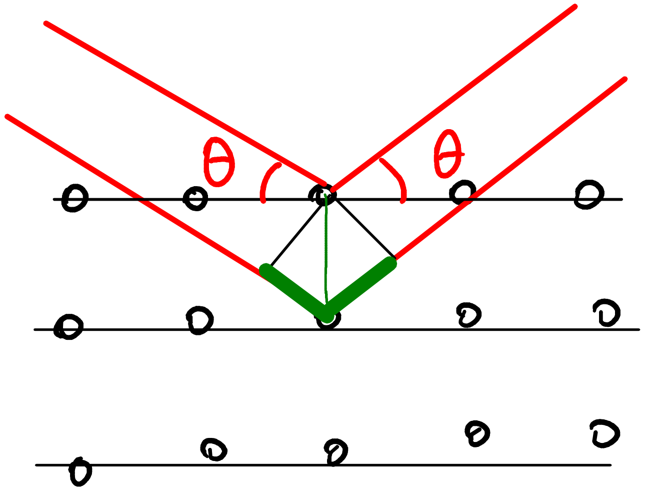
$$\Rightarrow \boxed{2\pi r_n = n\lambda_n}$$



На стац. боровской орбите укладывается целое число волн де Бройля.

10.2. Опыты Дэвиссона и Джермера

Метод Вульфа-Брэгга иссл-я рентген. излу-е;



усл-е Вульфа-Брэгга:

$$2d\sin\theta = k\lambda;$$

$k = 1, 2, 3, \ldots$

здесь k — целое число.

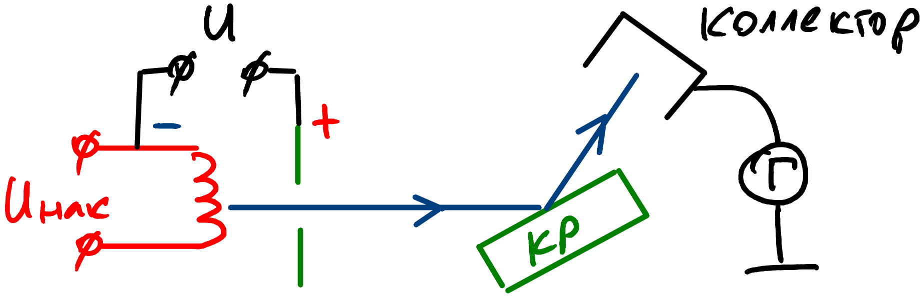
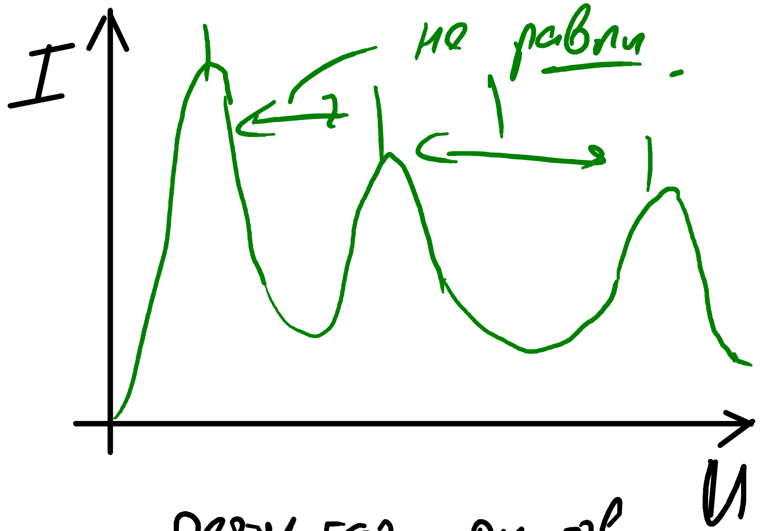


Схема опытов Д - Д*.



результат опытов
Д - Д*.

Получим усл-е отражения пучка эл-нов

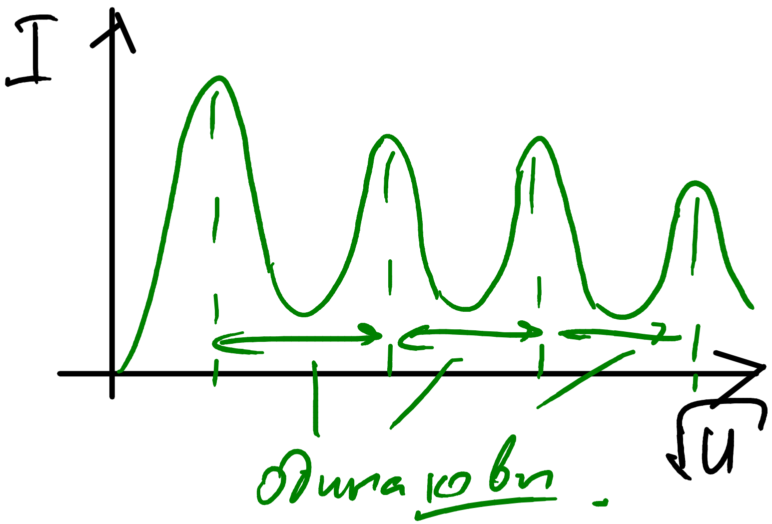
Длина волны де Бройля: $\lambda = \frac{h}{p}$;

ЗСЭ: $A = eU = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2meU}$ $\Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$

Услов. В.-Б.: $2d\sin\theta = k\lambda = \frac{h\cdot k}{\sqrt{2meU}}$;

$\Rightarrow$ Напряжения, соотв. k-му max:

$$\sqrt{U_k} = \left(\frac{h}{2d\sin\theta\sqrt{2me}}\right)\cdot k = \underline{Const\cdot k}$$

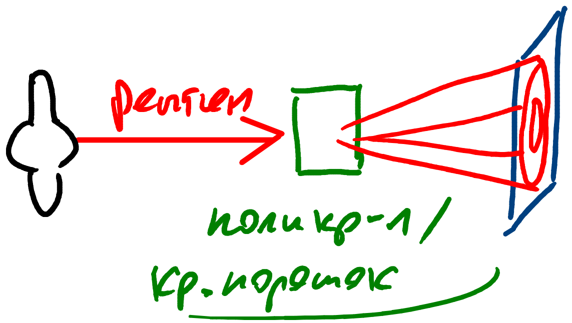


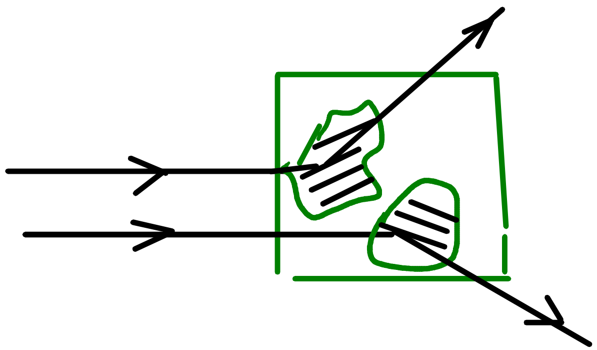
⊕ при малых U наблюдалось отличие теор. и эксп. завис.

Причина: не равный 1 пок. преломл. для низкоэн. электронов.

10.3. Опыты Томсона и Тартаковского

Метод Дебая-Шерера.





В силу осевой симм-и отраж. лучи пойдут по пов-ти конуса.

Аналогичные опыты с эл-нами

Томсон	Тартаковский
быстрые	медленные
17,5 - 56,5 кэВ	до 1,7 кэВ

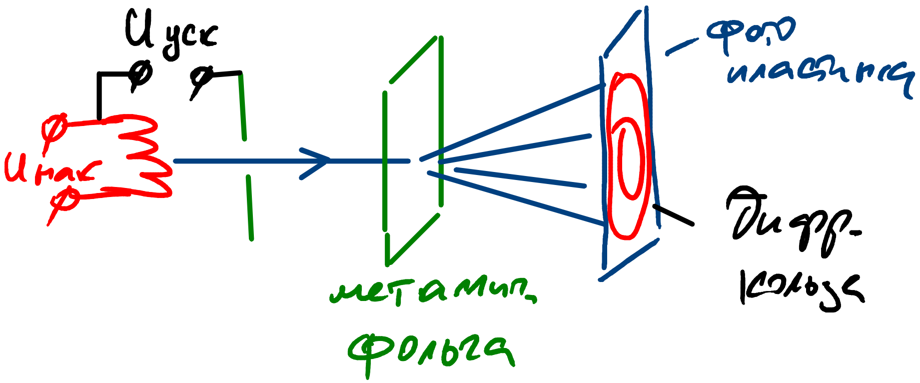
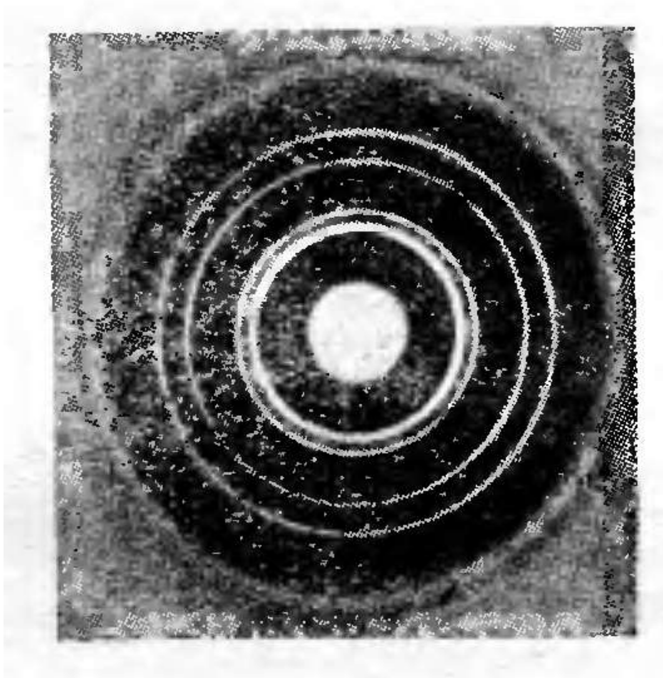


Схема опыта Т.-Т.



Результат опыта:
электронограмма.

? Дифр-я картина —
— возникает из-за
$\bar{e}$ или рентгена (тормозн.)

Томсон поместил установку в магн. поле

$\Rightarrow$ картина не изменилась $\Rightarrow$

Дифр. картина создаётся эл-нами!

10.4. Опыты Бибермана, Сушкина и Фабриканта

Опыты Яноши и Бергера

Являются ли волн. св-ва — св-вом пучков или отдельных частиц?

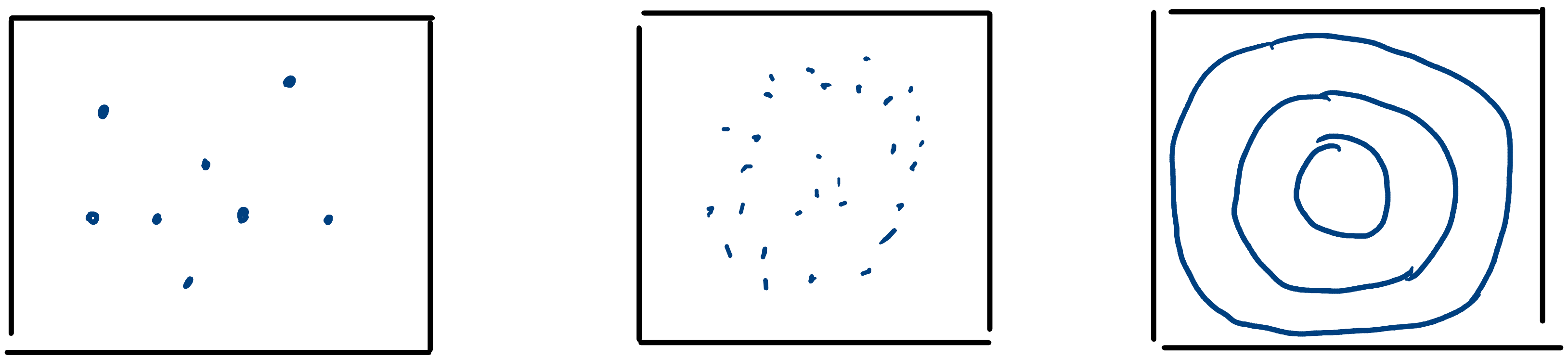
1949г. Б.-С.-Ф. редкие пучки эл-нов.

в один мом. вр. через кр-л проходил только один электрон.

1954г. Я.-Б редкие пучки фотонов (рентген)

Опыты по дифр-и

Время экспозиции



$\Rightarrow$ Волн. св-вам обладают отдельные частицы

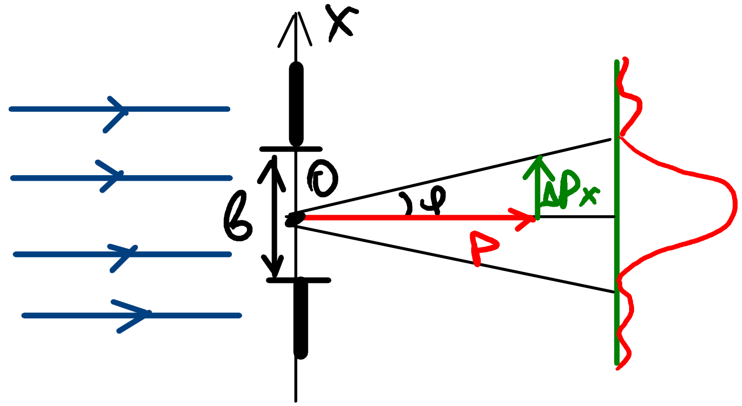
НО проявляются эти св-ва — статистически

10.5. Дифр-я пучка эл-нов на щели

Рассм. пучок эл-нов с имп. p, падающий на щель шириной b.

Если $\lambda = \frac{h}{p}$ сравнима с b, то

на экране за щелью — max и min.



Усл. дифр. минимума

$$b\sin\varphi = k\lambda \; ;$$

Чтобы эл-ны пошли в напр-и φ, необх. чтобы они приобрели Δp_x

Центр. max — наиболее интенсивный.

Его границы опр-ся усл.

$$b\sin\varphi = \pm\lambda$$

$$tg\varphi = \frac{\Delta p_x}{p} \; ;$$

Для малых углов $\sin\varphi \approx tg\varphi$.

В районе щели коорд. x эл-нов неопределена
и изм-ся в пределах $\pm \Delta x$, $\Delta x = b/2$

$$\Rightarrow \quad \underset{\substack{\parallel \\ 2\Delta x}}{b} \, \underset{\substack{\parallel \\ \frac{\Delta p_x}{p}}}{\sin\varphi} = \lambda = \frac{h}{p} \Bigg) \Rightarrow \frac{\cancel{2}\Delta x \Delta p_x}{\cancel{p}} = \frac{\cancel{2}\pi\hbar}{\cancel{p}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\Delta x \Delta p_x = \pi\hbar} \; .$$

Т.о. неопр-сти коорд. x и проекции имп. p_x связаны!

10.6. Принцип неопределенности

Кл. физика : Все величины можно измерить точно одновременно.

Физика микрочастиц : $\exists$ предел точности измерения опр. физ. вел.

Так при дифр-и на щели $\Delta x \Delta p_x = \hbar$

и нельзя измерить x точнее $\dfrac{\hbar}{\Delta p_x}$

1927г.

Принцип неопределенности Гейзенберга.

Невозможно одновременно точное измерение определенных пар динамических переменных

Соотношения неопределенностей:

$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$; $\Delta y \Delta p_y \geq \hbar$; $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$

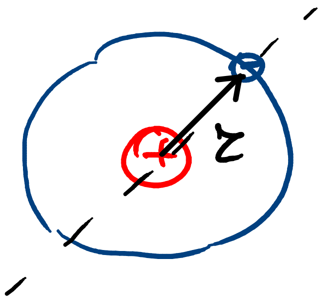
$\Delta E \Delta t \geq \hbar$ и т.д.

• Эти соотн-я имеют оценочный хар-р.

Более точно: Δx, Δp_x – ср.-кв. откл.

и $\Delta x \, \Delta p_x \geq \hbar/2$

10.7. Размер атома водорода



неопр-сть положения: $\Delta r = r$.

$\Delta r \, \Delta p \geq \hbar \Rightarrow$ мин. неопр. имп. $\Delta p = \dfrac{\hbar}{\Delta r}$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{\hbar}{r}.$$

Рассм. атом в сост. с min эн.

Для $E \neq E_{min}$ при уменьш. E

$\underline{p = \langle p \rangle + \Delta p}$; $\langle p \rangle$ уменьш.

При $E = E_{min}$ $\underline{p = \Delta p}$, $\langle p \rangle \underline{= 0}$.

Полная энергия: $E = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \approx \frac{\hbar^2}{r^2 \cdot 2m} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

Найдем $\underline{min}$: $\frac{d}{dr}\left(\frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) = -\frac{\cancel{2}\hbar^2}{\cancel{2}mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0$

$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{mr} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{r = \frac{\hbar^2}{4\pi\varepsilon_0 m e^2} = a_B}$$

$$\Rightarrow \quad E_{min} = -\frac{e^2}{2 \cdot 4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{m e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} = -E_0 =$$

$$= \underline{-13{,}6\,eV}\,.$$