15.6. Ток при размыкании и замыкании цепи.

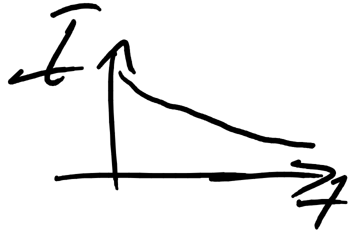
Савельев т.2. гл. 10 §60. Самостоятельно

Глава 16. Система уравнений Максвелла

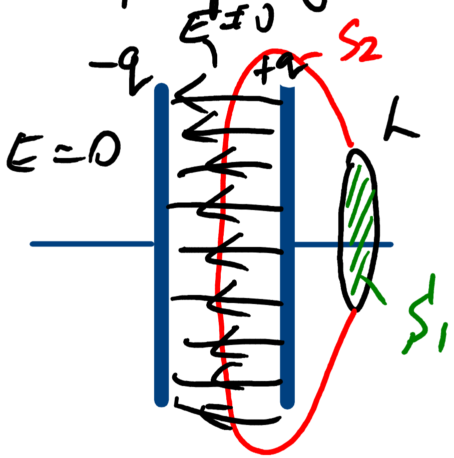
16.1. Ток смещения

Рассм. плоский к-р, заряж. до напр. $\underline{U}$.

При разрядке течёт ток $I = \underline{I(t)}$



Попробуем применить т. о цирк. в-ра $\vec{H}$:



$$\oint\limits_L \vec{H}\,d\vec{l} = \sum_i I_i = \underline{\int\limits_S \vec{j}\,d\vec{S}} \qquad \underline{\partial S = L}$$

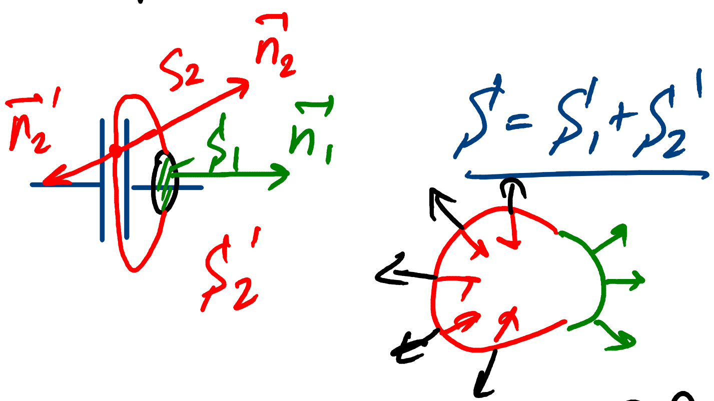
L - охв-ет $\underline{\text{провод}}$.

S_1 пересекает провод $\Rightarrow$ $\int\limits_{S_1} \vec{j}\, d\vec{S} = I$

S_2 проходит м/у обкладками $\int\limits_{S_2} \vec{j}\, d\vec{S} = 0$

$\Rightarrow$ надо модифицировать т. о цирк.

Рассм. т. Гаусса для $\vec{D}$: $\oint\limits_S \vec{D}\, d\vec{S} = Q$ – стор. заряд внутри S.



$$\frac{\partial}{\partial t}\Big| \oint\limits_S \vec{D}\, d\vec{S} = Q \Rightarrow \oint\limits_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\, d\vec{S} = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

Ур. непр-сти: $\dfrac{\partial Q}{\partial t} + \oint\limits_{S} \vec{j}\, d\vec{S} = 0$

$$\Rightarrow \oint\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}\right)d\vec{S}=0$$

аналог ур-я непрер. для пост. тока

$$\oint \vec{j}\,d\vec{S}=0$$

$$\left[\frac{\partial D}{\partial t}\right]=/D=\varepsilon\varepsilon_0 E/=\frac{1}{c}\,\frac{\Phi}{м}\cdot\frac{B}{м}=/\Phi=\frac{Кл}{B}/=\frac{1}{c}\,\frac{Кл\cdot\cancel{B}}{\cancel{B}\cdot м^2}=\frac{A}{м^2}=[\vec{j}]$$

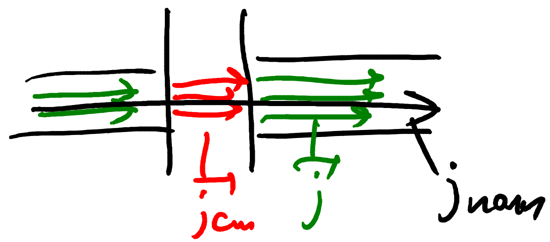
— плотность тока по размерности.

Максвелл.

$$\vec{j}_{см}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$ плотность тока смещения.

$$\Rightarrow I_{см}=\int\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}d\vec{S}$$

Полный ток: $\vec{j}_{полн}=\vec{j}+\vec{j}_{см}=\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$



Подставляем в т. о цирк. $\vec H$:

$$\boxed{\oint_L \vec H \, d\vec l = \int_S \left(\vec j + \frac{\partial \vec D}{\partial t}\right) d\vec S}$$

При $S = S_1$; $I_{полн} = I$; при $S = S_2$; $I_{полн} = \underline{I_{см}}$.

$$\oint_{S'} \left(\vec j + \frac{\partial \vec D}{\partial t}\right) d\vec S = \int_{S_2'} \frac{\partial \vec D}{\partial t} d\vec S + \cancelto{I}{\int_S \vec j \, d\vec S} = I + I_{см}' = 0$$

$$I_{см} = -I_{см}' \implies \underline{I = I_{см}}$$

Т.о. инт-л $\int_S \vec j_{полн} \, d\vec S$ не зависит от выбора $\underline{S}$.

В дифф. форме: $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

не связан с движ. зарядов, обусловлен только изм. эл. поля в вакууме.

Ток поляризации. вызван движением связ. зарядов (принципиально от тока пров. не отличается)

16.2. Система уравнений Максвела

Интегральная форма:

Теорема о циркуляции эл. поля	$\oint\limits_L \vec{E}\,d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,d\vec{S}$
Теорема Гаусса для в-ра эл. смещения	$\oint\limits_S \vec{D}\,d\vec{S} = \int\limits_V \rho\,dV$
Теорема о циркуляции магн. поля	$\oint\limits_L \vec{H}\,d\vec{l} = \int\limits_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)d\vec{S}$
Теорема Гаусса для в-ра магн инд	$\oint\limits_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0$

Т. о цирк. эл. поле. Циркуляция эл. поля по ∀ замкн. контуру равна взятой с обратным знаком производной магн. потока через поверхность, натянутую на контур.

Т. Гаусса для $\vec{D}$. Поток вектора $\vec{D}$ через ∀ замкн. поверхность равен суммарному стороннему заряду внутри этой поверхности.

Т. о цирк. магн. поле. Циркуляция в-ра $\vec{H}$ по ∀ замкн. контуру равна полному току через ∀ поверхность, натянутую на этот контур.

Т. Гаусса для вектора магн. индукции. Поток вектора $\vec{B}$ через ∀ замкн. пов-сть равен нулю.

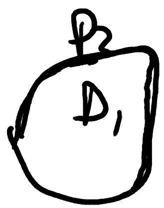
Эл. и магн. статика | $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}=0$; $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}=0$; $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}=0$; $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}=0$;

$\Rightarrow$ $\oint \vec{E}\,d\vec{l}=0$; $\oint \vec{D}\,d\vec{S}=Q$; $\oint \vec{H}\,d\vec{l}=I$; $\oint \vec{B}\,d\vec{S}=0$;

Дифф. форма УМ (ур-й Максвела).

$\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$;	$\mathrm{div}\,\vec{D}=\rho$;	$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$;	$\mathrm{div}\,\vec{B}=0$

Для однозн. реш. решения ДУ необх. нач. усл. и граничные условия.

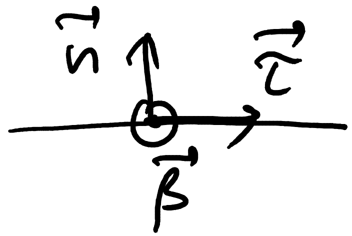


Граничные условия: (на гр. раздела $2^х$ сред)

$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$	$B_{2n} - B_{1n} = 0$
$E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0$	$H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_\beta$

σ – поверхн. плотность сторонних зарядов на границе

i_β = лин. плотность тока проводимости на гр. раздела в напр-и бинормали $\vec{\beta}$



В СУ Максвелла $\underline{4 \times 3 = 12}$ – неизвестных

$2 \times 3 + 2 \times 1 = 8$ – уравнений

} – Система не полна.

Рассм. простой случай: нет ферромагн. и сегнетоэл-ков.

Материальные уравнения:

$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}^*)$; $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$; $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

16.3 Свойства УМ.

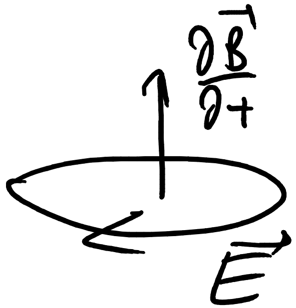
Система УМ - линейная - это связано с принципом суперпозиции.

Ур. непр-сти вытекает из УМ (см. п. 16.1)

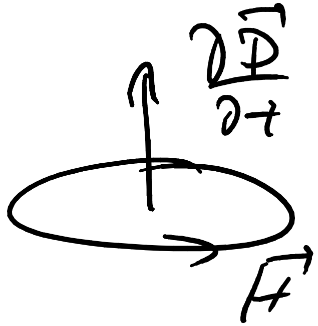
УМ - релятивистски инвариантны. - справедливы $\forall$ ИСО.

Симметрия УМ: при $\rho = 0$; $j = 0$; $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\mathrm{div}\,\vec{D} = 0$;

$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$



лев. винт,



прав. винт.

16.4. Энергия и поток энергии электромагнитного поля.

Энергия — в самом э/м поле; зак. сохр. ЭН $\Rightarrow$ $\exists$ аналог ур. непр-сти для энергии (по аналогии с зак. сохр. заряда и ур. непр.)

$$S = \frac{dW}{dt\,dS}$$

$$\vec{j} = \frac{dq}{dt\,dS}$$

__Введем.__ Вектор Пойнтинга $\vec{S}$ — плотность потока энергии — энергия, проходящая через единицу площади в единицу времени.

Т. Пойтинга: $\displaystyle -\frac{dW}{dt} = \oint\limits_A \vec{S}\, d\vec{A} + P$, здесь A – замкн. пов-сть
$d\vec{A}$ – элем. площади.

Убыль энергии в ед. вр. в данном объеме V равна потоку энергии через поверхность, ограничивающую V, плюс мощность, которую поле тратит на работу над зарядами вещества внутри V

$$W = \int w \, dV$$

w – объемная плотн. эн.

$$P = \int (\vec{j}\vec{E})\, dV \quad ; \quad w_j = \vec{j}\vec{E} = j^2 \rho$$

зак. Дж.-Л.

$P = UI = I^2 R$

Из УМ:

$$w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} + \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}$$

Объемная плотн. эн. э/м. поля

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$$

Вектор Пойнтинга

$\cancel{\vec{E} + \vec{H}}$