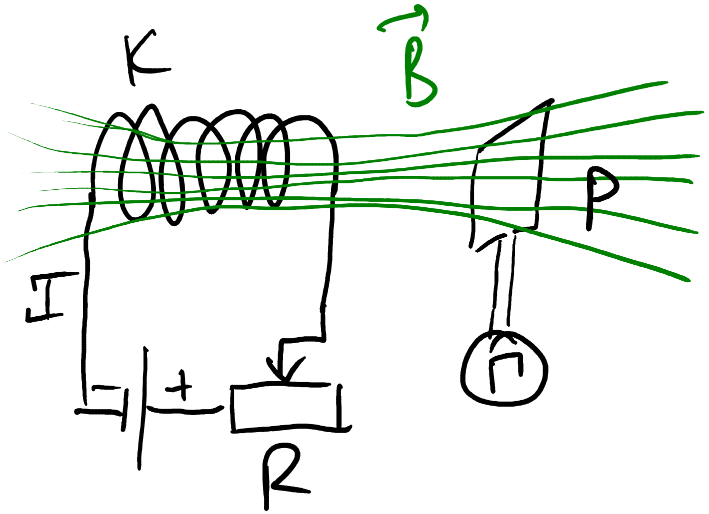
Глава 15. Электромагнитная индукция.

15.1. Закон электромагнитной индукции

1831 г. Фарадей.

Суть явл-я: при изменении магн. потока через замкн. контур в контуре возникает эл. ток — индукционный ток

$\Rightarrow$ т.к. $I \neq 0 \Rightarrow \mathcal{E}_i \neq 0$ — ЭДС индукции



2 способа изм-я потока:

1) Перемещение рамки/или ее частей в поле неподвижн. катушки К

2) Изменение магн. потока через неподвижн. рамку Р – за счет изм-я I в катушке, либо движения катушки.

Правило Ленца:

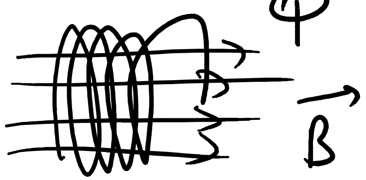
Напр-е инд. тока всегда таково, чтобы противодействовать причине, его вызвавшей.

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Закон э/м инд-и (для контура из 1-го витка)

$[\Phi] = Вб$; $1\,Вб = 1\,В \cdot 1\,с$.

Рассм. сложный контур — контур из нескольких витков.



N – число витков

$$\Psi = N \cdot \Phi$$ — потокосцепление (полн. магн. поток)

N – число витков

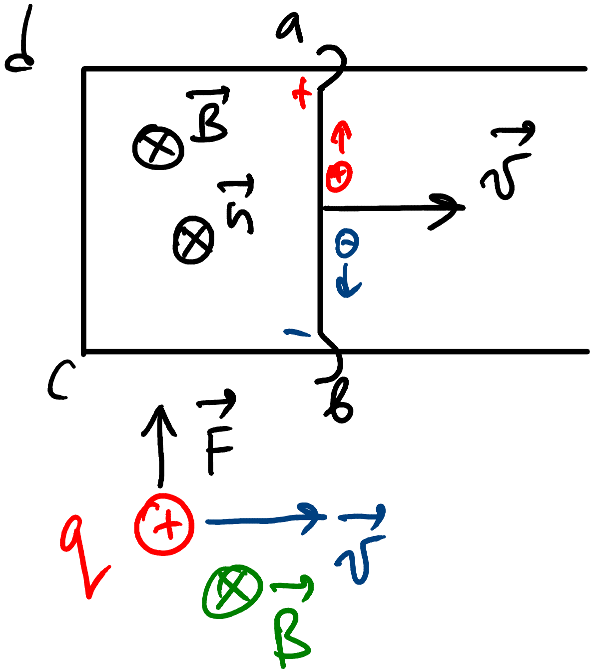
Φ – магн. поток через 1 виток

Зак. э/м инд

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}}$$

15.2. Природа э/м инд-и.

Рассм. контур с подвижной перемычкой в одн. пост. магн. поле $\vec{B}$.



$L = abcd$

$\vec{n} \uparrow\uparrow \vec{B}$ — нормаль к контуру (чтобы $\Phi > 0$)

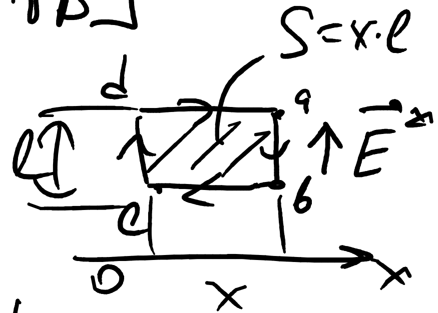
Двигаем перемычку вправо.

$\forall$ носителя заряда $\exists$

$$\vec{F} = \vec{F}_m = q[\vec{v}\vec{B}]$$

$\Rightarrow$ Возникает перераспр-е заряда $\Rightarrow$ эл. поле $\Rightarrow$ разность пот-лов $\varphi_a - \varphi_b = U$.

Возникает сторонняя сила (магн.) $\vec{F}^* = \vec{F}$ $\Rightarrow$ $\vec{E}^* = [\vec{v}\vec{B}]$



$\Rightarrow$ ЭДС: $\mathcal{E}_i = \oint\limits_L \vec{E}^* d\vec{l} = \int\limits_{ab} \vec{E}^* d\vec{l} =$

$= / d\vec{l} \uparrow\downarrow \vec{E}^* / = -\int\limits_{ab} E^* dl = -\underline{vBl} = -\frac{dx}{dt} B\cdot l =$

$= -B\frac{d(x\cdot l)}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\cdot \overbrace{x\cdot l}^{S}) = -\frac{d}{dt}(B\cdot S) = \underline{-\frac{d\Phi}{dt}}$.

(m) Эти выкладки обобщаются $\forall$ контуров и <u>полей</u>.

$v=0$

Рассм. контур, который покоится в переменном магн. поле.

$$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \Rightarrow \exists\, \mathcal{E}_i \neq 0 \Rightarrow \exists\, \vec{F}^* \neq 0$$ — стор. сила.

Природа $\vec{F}^*$: 1) это не магн. сила, т.к. $v=0$.

2) явл. некой электрической.

$$\left(\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{B} \,? \right)$$

$\Rightarrow$ В контуре возникает эл. поле $\vec{E}$ -

Максвелл:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \Big/ \Phi = \int \vec{B}\, d\vec{S} \Big/ = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\, d\vec{S} =$$

$\vec{B}(\vec{r}, t)$

$$= \Big/ \text{т.к. } S \text{ не изм} \Big/ = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{S}$$ — т.к. $v=0$

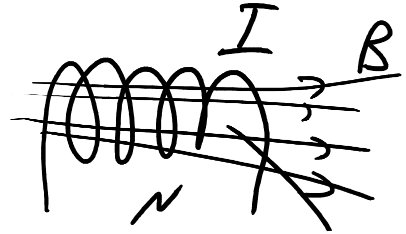
По опр-ю ЭДС: $\mathcal{E}_i = \oint\limits_L \vec{E}^* d\vec{l} = \oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$.

$\Rightarrow \oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ | Т. Стокса: $\oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = \int\limits_S \underbrace{(\nabla \times \vec{E})}_{\text{rot}\,\vec{E}} d\vec{S}$

Т.о. $\boxed{\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$ Т.о цирк. эл.поля в дифф. форме | $\oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = \int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ | инт. форма

Изменение магн. инд-и порождает вихревое эл. поле.

15.3. Явление самоиндукции.



$\Psi = \Phi \cdot N$

Изменение тока через контур вызывает ЭДС индукции в самом контуре } явл-е самоинд-и.

Если нет ф-м (поблизости), то по З. БСЛ $B \sim I \Rightarrow \Psi = Const \cdot I$.

$$\boxed{\Psi = L \cdot I}$$

L – индуктивность контура

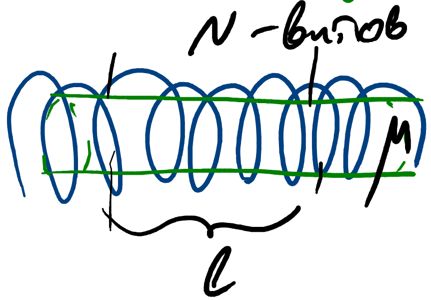
L зависит от формы/размеров контура, в-ва внутри/снаружи.

(!) Для ф-м $L = L(I)$.

$[L] = $ Гн (Генри);

1 Гн = 1 Вб / 1 А.

Найдем индуктивность бесконечного соленоида:



$$L = \frac{\Psi}{I}; \qquad B = const; \Rightarrow$$

$$\Phi = B \cdot S$$

$B = \mu\mu_0 n I$, где $n = \frac{N}{l}$; $\quad \Phi = \mu\mu_0 n \cdot I \cdot S$

$$\Psi = N \cdot \Phi = \mu\mu_0 \frac{N}{l} \cdot I \cdot S \cdot N = \mu\mu_0 \cdot n \cdot I \cdot S \cdot n \cdot l =$$

$$= \mu\mu_0 I n^2 \underbrace{S \cdot l}_{=V} \Rightarrow \boxed{L = \mu\mu_0 n^2 V}$$

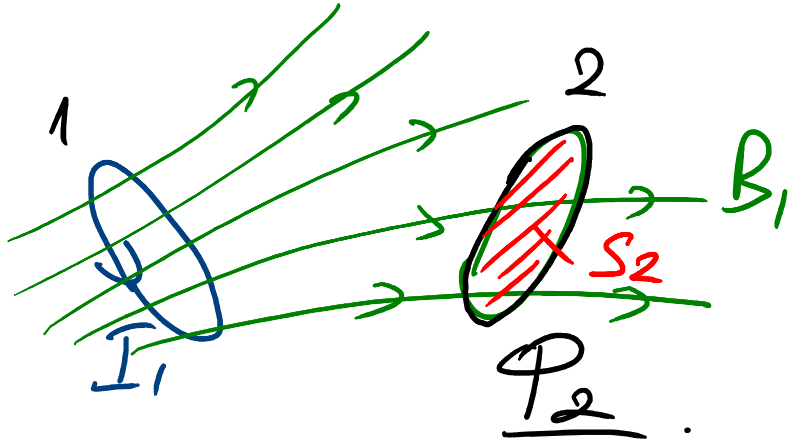
При изм-и I: $\mathcal{E}_s = -\frac{d\Psi}{dt} = \left| \Psi = LI \right| = -\frac{d(LI)}{dt}$,

$$\boxed{\mathcal{E}_S = -\frac{d(L \cdot I)}{dt}}$$ ЭДС самоиндукции

При $L = const$ $\Rightarrow$ $\boxed{\mathcal{E}_S = -L\frac{dI}{dt}}$

15.4. Взаимоиндукция

Рассм. 2 контура (неподвижн.):



$$\Phi_2 = L_{21} \cdot I_1$$

Аналогично: $\Phi_1 = L_{12} \cdot I_2$.

L_{12}, L_{21} — взаимная индуктивность контуров.

$$\boxed{L_{12} = L_{21}}$$ Теорема взаимности

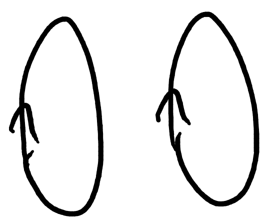
(!) При отсутствии ф-м.

При изм. I_1 в контуре 2 возникает ЭДС и наоборот;

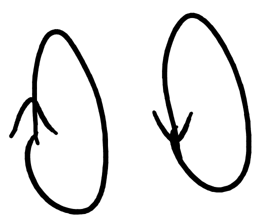
$$\boxed{\mathcal{E}_1 = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}; \quad \mathcal{E}_2 = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}}$$

Закон взаимоинд-и

L - инд-сть. ($L = \frac{\Phi}{I} > 0$ в силу выбора $\vec{n}$).

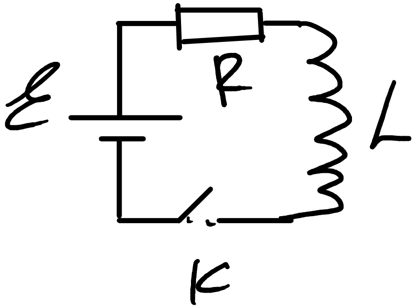


$L_{12} > 0$



$L_{12} < 0$

15.5. Энергия магнитного поля



Рассм. цепь из ист. $\mathcal{E}$, R, L и K (ключ)

Замкнем K и рассм. работу стор. сил. в ист. $\mathcal{E}$ за время dt:

$$\delta A^* = P_{ист}\, dt = \underline{\mathcal{E} \cdot I\, dt}$$

Зак. Ома: $I = \dfrac{\mathcal{E}+\mathcal{E}_S}{R}$; $\mathcal{E}_S \neq 0$, т.к. I – изм (растет).

$$\delta A^* = (IR - \mathcal{E}_S) I\, dt = /\, \mathcal{E}_S = -L\frac{dI}{dt} \,/ = \left(IR + L\frac{dI}{dt}\right) I\, dt$$

$$\delta A^* = \underbrace{I^2 R\,dt}_{\delta Q} + \underbrace{L \cdot I\,dI}_{\delta A_{доп}}$$

δQ из зак. Дж.-Л.

$$\delta A_{доп} = L I\,dI$$

Работа, затраченная против ЭДС самоинд-и $\Rightarrow$ идет на изм-е пот. эн. катушки L.

$$\Psi = LI$$

$$\Rightarrow \delta A_{доп} = dW$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Psi}{2} = \frac{\Psi^2}{2L}}$$

магн. энергия контура с током

Рассм. длинный соленоид: $L = \mu\mu_0 n^2 V$

$$\Rightarrow W = \frac{(\mu\mu_0 n^2 V)\cdot I^2}{2} = \left| \begin{array}{l} B = \mu\mu_0 n I \\ H = \frac{B}{\mu\mu_0} = nI \end{array} \right| = \frac{1}{2} B\cdot H\cdot V$$

$$\Rightarrow w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} BH \Rightarrow \boxed{w = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}}$$

В общем случае: $\boxed{w = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}}$ Объемная плотность энергии магн поля

$$\underline{W = \frac{1}{2}\int \vec{B}\vec{H}\,dV}$$

Для 2х контуров:

$$dW = \delta A_{доп} = -(\mathcal{E}_{s1} + \mathcal{E}_{i1}) I_1 dt - (\mathcal{E}_{s2} + \mathcal{E}_{i2}) I_2 dt =$$

$$= \underline{L_1 I_1 \frac{dI_1}{\cancel{dt}} \cancel{dt}} + L_{12} I_1 \frac{dI_2}{\cancel{dt}} \cancel{dt} + \underline{L_2 I_2 \frac{dI_2}{\cancel{dt}} \cancel{dt}} + L_{21} I_2 \frac{dI_1}{\cancel{dt}} \cancel{dt} =$$

$I_1 dI_2 + I_2 dI_1$

$$= d\left(\frac{L_1 I_1^2}{2} + \underline{\frac{L_2 I_2^2}{2} + L_{12} I_2 I_1}\right)$$

$$W = W_1 + W_2 + W_{12} = L_{12} I_1 I_2$$

$W_1 = L_1 I_1^2/2$, $W_2 = L_2 I_2^2/2$ — собств.

$L_{12} I_1 I_2$ — взаимная энергия