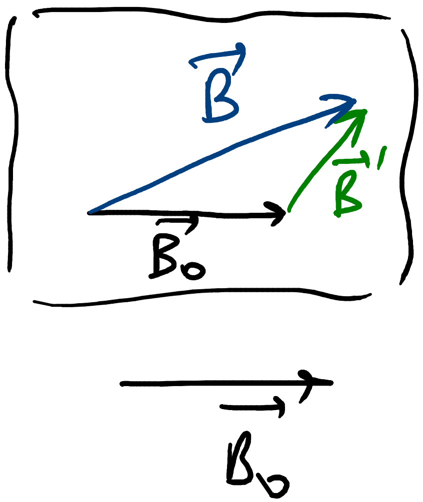
Глава 13. Магнитное поле в веществе

13.1. Намагничение вещества.

$\forall$ в-во – магнетик – способно намагничиваться под действием магн. поля — приобретать магнитный момент.

$\Rightarrow$



$$\underbrace{\vec B}_{\text{поле в веществе}} = \underbrace{\vec B_0}_{\text{внеш. поле}} + \underbrace{\vec B'}_{\text{поле, созд. в-вом}}$$

Механизм намагничения:

молекулы в-ва

∃ собственный магн. момент

Вызван:

1) Орбитальное движ. e^-

2) Собственный момент e^- (спин)

парамагнетики

(ферромагнетики)

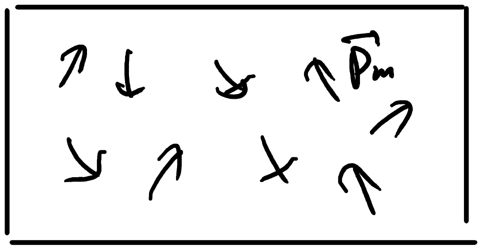
Нет собств. магн. момента

При внесении молекулы в магн. поле возникает индуцированный момент $\vec{p}_m$

Диамагнетики

Парамагнетики

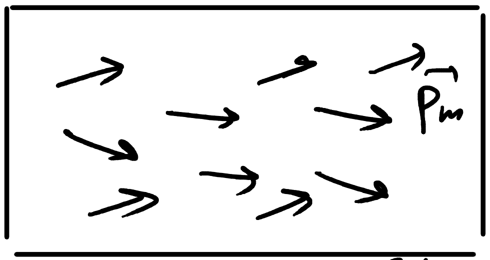
$\vec{B}_0 = 0$



$\vec{B}' = 0$

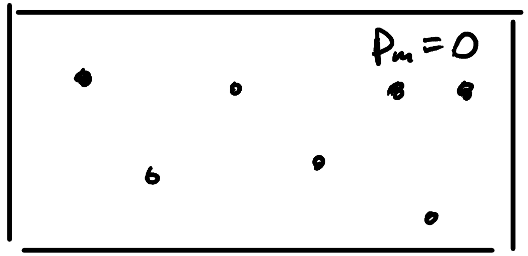
$\vec{B}_0 \neq 0$

$\vec{B}_0 \longrightarrow$



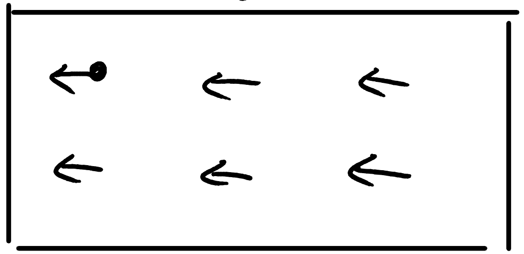
$\vec{B}' \uparrow\uparrow \vec{B}_0 \qquad \vec{B}' \neq 0;$

Диамагнетики



$\vec{B}' = 0$

$\vec{B}_0 \longrightarrow$



$\vec{B}' \uparrow\downarrow \vec{B}_0; \qquad \vec{B}' \neq 0$

$|B'| \ll B_0$

13.2. Намагниченность вещества

Для количественного описания вводят

$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m$	Намагниченность (в-р намагн-сти)

ΔV – физ. б.м. объем, $\vec{p}_m$ – момент молекул.

$\sum$ – по объему ΔV.

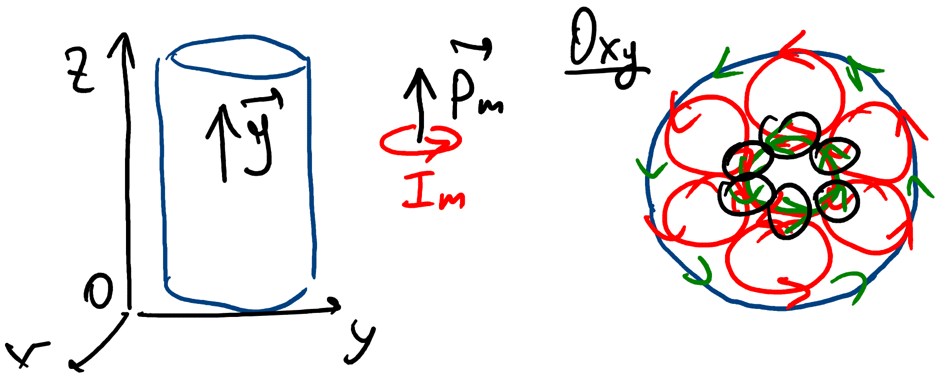
Аналогично диэл. $\vec{J} = n \langle \vec{p}_m \rangle$

<u>Ампер</u>: $\forall$ молекулы можно ввести ток (круговой), соотв. ее $\vec{p}_m$ — молекулярный ток

С микроск. молек. током можно связать макроск. токи намагничения I'

Обычные токи, связанные с переносом заряда — токи проводимости I

Рассм. однородный цил. магнетик с $\vec{J} \uparrow\uparrow Oz$, Oz — ось симм-и



молек. токи в объеме — компенсируют друг друга.

Остается поверхностный ток намагн-я

$\vec{i}'$ — пов. плотн. тока

$[i'] = A/м$.

Если магнетик неоднородный, то могут возникнуть объемные токи намагничения $\vec{j}\,'$.

Из I' по зак. Б-С-Л можно получить $\vec{B}\,' \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}\,'$.

Проблема в том, что $I' = I'(B)$.

13.3. Теорема о циркуляции для вектора $\vec{J}$

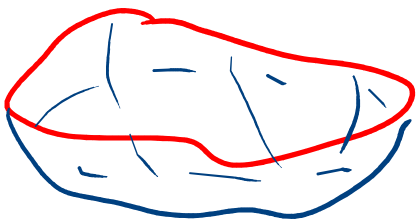
В стационарном случае справедлива:

Т. о циркуляции $\vec{J}$: $\oint\limits_L \vec{J}\,d\vec{l} = I'$, где $I' = \sum\limits_i I_i'$ – сумма токов намагн-я, кот. охватываются L

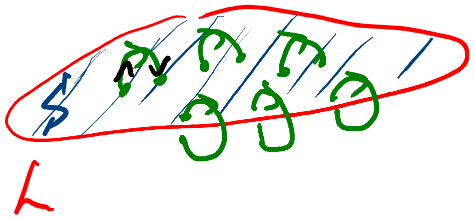
В случае непр. расп-я имеем:

$I' = \int\limits_{S'} \vec{j}'\,d\vec{S}$, где S' – поверхность, натянутая на контур

$\partial S' = L$



Док-во: Рассм. $\forall$ контур L в магнетике с молек. токами.

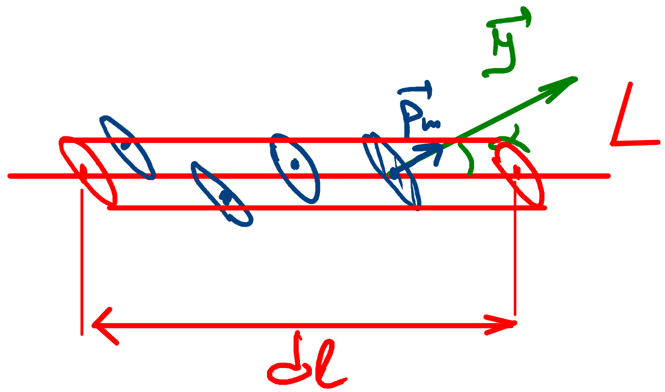


молек. токи:

пересекают S дважды — вклад (=) 0 в сумм ток. намагн.

вклад в сумм. ток дадут только токи, обвивающие L.

Рассм. участок $d\vec{l}$.



угол α — м/у $d\vec{l}$ и $\vec{J}$.

$P_m = I_m S_m$ $\qquad S_m = \pi r_m^2$.

Вклад в сумм. ток дадут только те молек. токи, центры которых лежат в косом цилиндре

$dV = dl \cdot S_м \cos\alpha$.

Число токов в dV: $dN = n\, dV$ (концентрация молекул)

Вклад в I': $dI' = dN \cdot I_м = n\, dV \cdot I_м = n\, dl \cos\alpha \cdot S_м I_м =$ ($S_м I_м = p_м$)

$= n \cdot p_м\, dl \cos\alpha = J\, dl \cos\alpha = \vec{J}\, d\vec{l}$ ($n \cdot p_м = J$)

Интеграл по контуру: $I' = \oint_L \vec{J}\, d\vec{l}$, ч.т.д.

В дифф. форме:

$\int_S [\nabla \times \vec{J}]\, d\vec{S} \overset{\text{т. Стокса}}{=} \oint_L \vec{J}\, d\vec{l} = I' = \int \vec{j}'\, d\vec{S} \Rightarrow \boxed{\operatorname{rot} \vec{J} = \vec{j}'}$ лок. форма т-о цирк-и $\vec{J}$

13.4. Вектор напряженности магнитного поля

$\vec{B}$ зависит от I и I' : $\oint\limits_L \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 (I + I')$ (Т. о цирк)

Имеем : $\oint\limits_L \vec{j}\,d\vec{l} = I'$

$$\Rightarrow \frac{1}{\mu_0}\oint\limits_L \vec{B}\,d\vec{l} = I + \oint\limits_L \vec{j}\,d\vec{l} \Rightarrow \oint\limits_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{j}\right) d\vec{l} = I$$

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{H}\,d\vec{l} = I}$$

Т. о цирк. в-ра $\vec{H}$.

Напряженность магнитного поля

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{j}$$

$$[H] = \frac{A}{м} \text{ (Си)}$$

Дифф. форма: $\boxed{\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j}}$ $\vec{j}$ – плотность тока проводимости

Связь J и H: Диа-, парамагн. $\vec{J} = \chi\vec{H}$; χ – магн. восприимчивость

Ферромагн. – $\vec{J} = \vec{J}(\vec{H})$ – связь сложная.

Для однородного магнетика (диа или пара):

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi\vec{H} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}}; \quad \mu = 1 + \chi$$

магн. проницаемость

парамагнетики. $\chi > 0$; $\mu > 1$; $\chi \sim 10^{-3}$

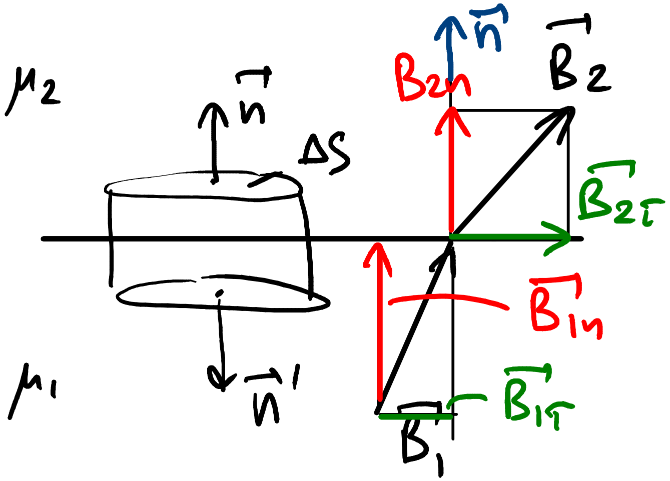
диамагнетики $\chi < 0$; $\mu < 1$; $\chi \sim 10^{-5}$.

13.5. Граничные условия для магнитного поля.

Рассм. гр. раздела 2^x однор. магнетиков с μ_1 и μ_2

Усл. для $\vec{B}$:

Т. Гаусса: $\oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0$.



$\vec{n}' = -\vec{n}$

S – цилиндр с осн. ΔS ∥ границе и высотой h. $h \to 0$.

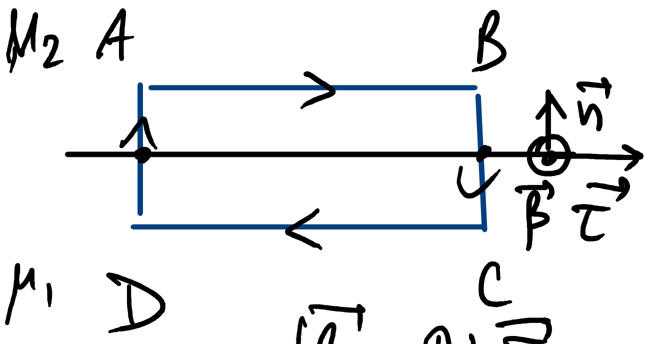
$$\oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = B_{2n}\Delta S + B_{1n'}\Delta S = \Delta S\,(B_{2n} - B_{1n}) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B_{2n} = B_{1n}}$$

Усл. для $\vec{H}$.

Т. о цирк. $\oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = I$;

Пусть по пов-сти течет ток проводимости с лин. плотн. $\vec{i}$.



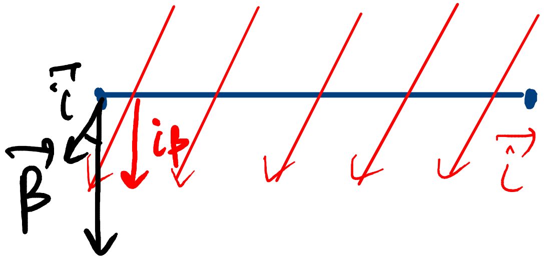
$L = ABCD$ — прям.уг. $AB \parallel CD \parallel$ границе

AB — во 2м магн., CD — в 1м

$d\vec{l}_{CD} \uparrow\downarrow \vec{\tau}$

$$\Rightarrow \oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = \int\limits_{AB} H_{2\tau}\, dl + \int\limits_{BC} \vec{H}\, d\vec{l} + \int\limits_{CD} (-H_{1\tau})\, dl + \int\limits_{DA} \vec{H}\, d\vec{l}$$

$AD = BC \to 0$ $\Rightarrow \oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = (H_{2\tau} - H_{1\tau})\, l = I$



$$I = (\vec{i}\,\vec{\beta}) \cdot l = i_\beta \cdot l \, .$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_\beta}$$

при $\vec{i} = 0$

$$\boxed{H_{2\tau} = H_{1\tau}}$$

Рассм. $\vec{i} = 0$; $\quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \, . \quad \vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}$;

$$B_{2n} = B_{1n} \, ; \qquad \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1} \, ;$$

$$H_{2\tau} = H_{1\tau} \, ; \quad \mu_2 H_{2n} = \mu_1 H_{1n} \, ; \quad \Rightarrow \quad \frac{B_{2\tau}}{B_{1\tau}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Преломление силовых линий :

$\mu_2 > \mu_1$