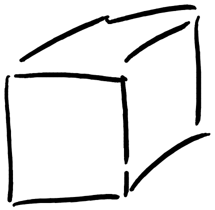
Глава 12. Силовое действие магнитного поля.

12.1. Сила Ампера.

Рассм. проводник с током плотности $\vec{j}$ в магн. поле $\vec{B}$.



dV

Выделим элем. dV. В нем содержится заряд

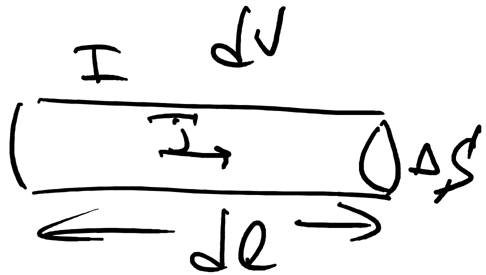
$$dq = \rho dV;$$

магн. сила, действ на dq: $d\vec{F}_m = dq[\vec{u}\vec{B}]$ — скорость упорядоч. движ-я носителей.

$$\Rightarrow d\vec{F} = d\vec{F}_m = \rho dV[\vec{u}\vec{B}] = [\underbrace{\rho\vec{u}}_{\vec{j}}, \vec{B}]dV$$

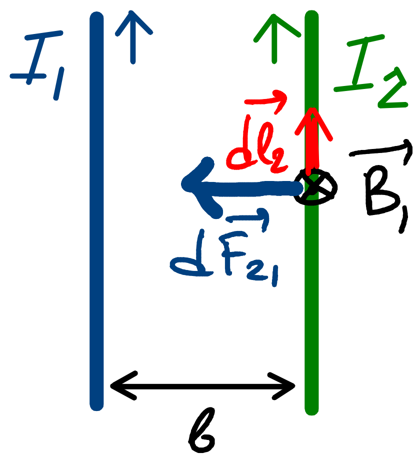
$\Rightarrow$ $\boxed{d\vec F = [\vec j\,\vec B]\,dV}$ Закон Ампера

Для тонкого проводника: $\vec j\,dV = \vec j\,\Delta S\,dl = \underbrace{j\Delta S}_{=I}\,d\vec l = I\,d\vec l$



$\Rightarrow$ $d\vec F = I\,[d\vec l\,\vec B]$ Закон Ампера (для тонкого проводника)

Найдем силу вз-я 2х бес-х прямых токов I_1 и I_2:



I_1 созд. магн. поле $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$.

Сила, действ. на $d\vec l_2$: $d\vec F_{21} = I_2\,[d\vec l_2\,\vec B_1]$

$d\vec l_2 \perp \vec B_1 \Rightarrow \sin\alpha = 1$.

$$\Rightarrow \quad dF_{21} = I_2\, dl_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b} \Rightarrow \quad f_{21} = \frac{dF_{21}}{dl_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}.$$

Аналогично $|\vec{f}_{12}| = |\vec{f}_{21}| \Rightarrow$

$$\boxed{f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}}$$

удельная сила вз-я $2^х$ проводн. с током

$I_1 \uparrow\uparrow I_2$ – притяжение

$I_1 \uparrow\downarrow I_2$ – отталкивание

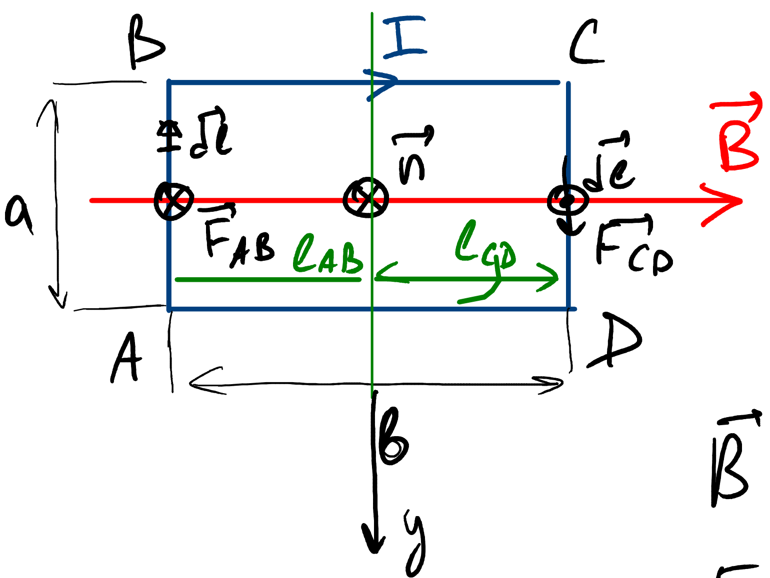
Ампер в 1820г

Совр. формулировка 1844г. Грассман.

На основании этого соотн-я определяется 1 А, как сила тока, которая проходя по $2^х$ ||-м проводникам (длинным), вызывает силу вз-я $2\cdot10^{-7}$ Н на 1 м проводника.

12.2. Контур с током в магнитном поле. Момент сил.

Рассм. прямоугольный контур с током I в однородном магнитном поле $\vec{B}$. Пусть $\vec{B}$ лежит в плоскости контура, н-по одной из сторон.



$\vec{n}$ – в-р нормали, напр-е по пр-лу пр. винта

$d\vec{l}$

Сила Ампера $d\vec{F} = I[d\vec{l}\,\vec{B}]$

$\vec{B} = const \Rightarrow F_{BC} = F_{AD} = 0$

$F_{AB} = IaB = F_{CD}$; $\vec{F}_{AB} \uparrow\downarrow \vec{F}_{CD}$

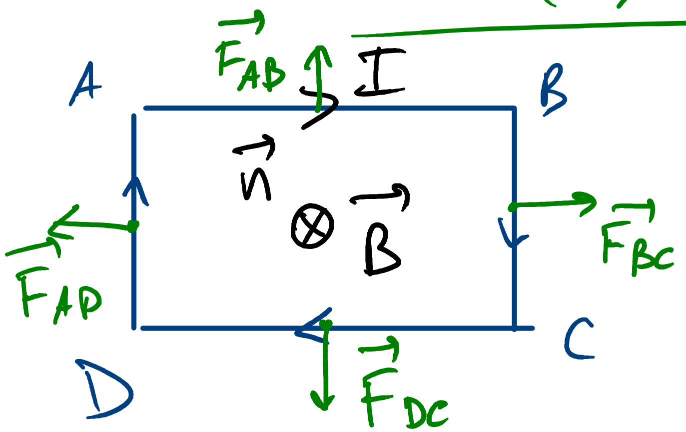
Момент сил:

Oy: $M = M_{AB} + M_{CD} = F_{AB}\, l_{AB} + F_{CD}\, l_{CD} =$

$= IaB\frac{b}{2} + IaB\frac{b}{2} = IabB$.

$l_{AB} = l_{CD} = \frac{b}{2}$

Т.о. $M = (IS)\cdot B$



Рассм. $\vec B \uparrow\uparrow \vec n$. Тогда силы:

$F_{AB} = F_{CD} = IaB$; $\vec F_{AB} \uparrow\downarrow \vec F_{CD}$

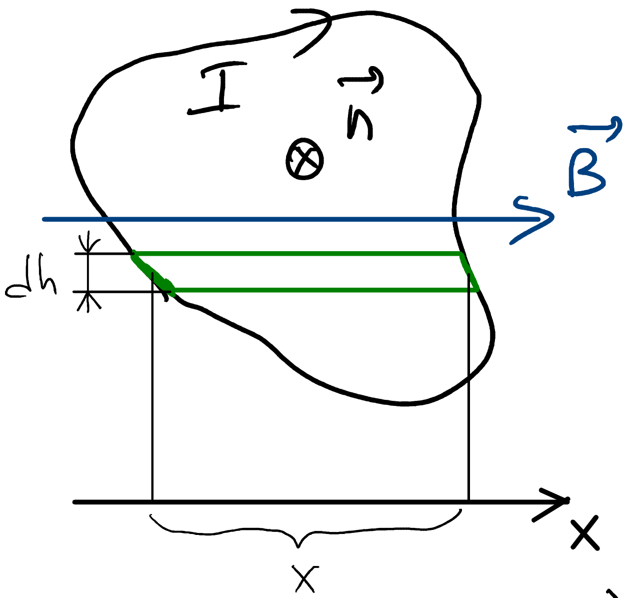
$F_{AD} = F_{BC} = IbB$; $\vec F_{AD} \uparrow\downarrow \vec F_{BC}$

$\vec F_{AB} \perp \vec F_{CD}$.

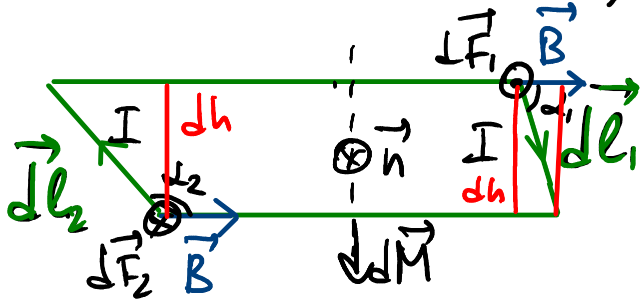
$\Rightarrow M = 0$; Силы растягивают контур

$\vec{B} \uparrow\downarrow \vec{n} \Rightarrow$ силы сжимают контур.

Рассм. плоский контур произвольной формы. $\vec{B} \perp \vec{n}$.



Рассм. элем. $dS = x\,dh$



$$dF_1 = I\,dl_1 B \sin\alpha_1$$

$$dF_2 = I\,dl_2 B \sin\alpha_2$$

$$dh = dl_1 \sin\alpha_1 = dl_2 \sin\alpha_2$$

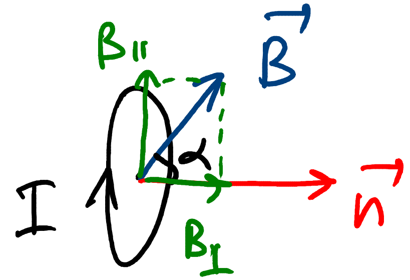
$$\Rightarrow dF_1 = dF_2 = IB\,dh \Rightarrow dM = \underbrace{\frac{x}{2}}_{\text{плечо}} 2IB\,dh$$

Интегрируем: $M = \int dM = \int IBx\,dh = IB\,\overbrace{\int x\,dh}^{dS} = IB\int dS$

$\Rightarrow$ $\underline{M = IBS} = (IS)\cdot B$.

В случае $\forall$ ориентации контура

$\vec{B} = \vec{B}_{\parallel} + \vec{B}_{\perp}$

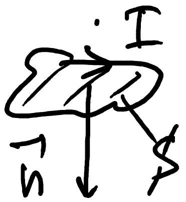


$B_{\perp}$ момента не создает;

$B_{\parallel}$ создает момент $M = I\cdot S\cdot B_{\perp} = IS\,\overbrace{B\sin\alpha}^{|[\vec{n}\vec{B}]|}$

$\Rightarrow$ $\underline{\vec{M} = IS[\vec{n}\vec{B}]}$.

$\vec{S} = \vec{n} S$



Величина

$$\boxed{\vec{p}_m = I S \vec{n}}$$

магнитный момент (плоского) контура

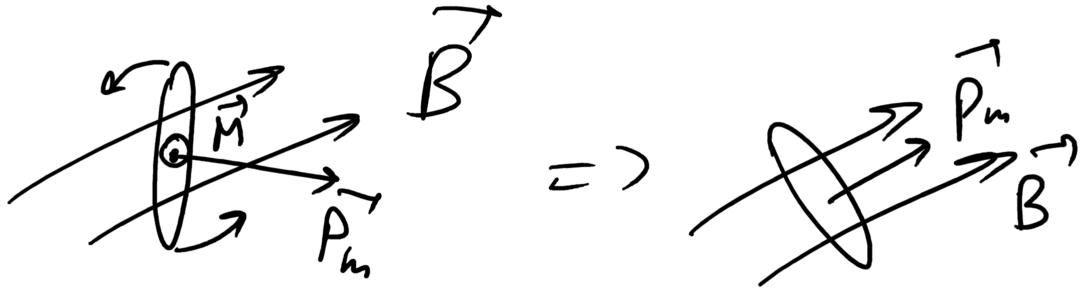
$$\boxed{\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]}$$

Вращающий момент, действующий на контур с током в магнитном поле

Справедливо $\forall$ контуров и полей.

В случае не плоского контура:

$$\vec{p}_m = I \int d\vec{S}.$$



12.3. Контур с током в магнитном поле.

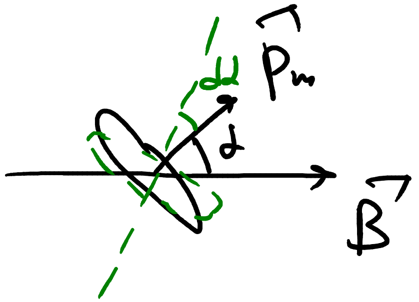
Потенциальная энергия и сила

$$\delta A = \vec F d\vec l$$

$$dW = -\delta A$$

Повернем контур с магн. мом. $\vec p_m$ в поле $\vec B$ на угол $d\alpha$,

если α - угол м/у $\vec p_m$ и $\vec B$;



Необх. совершить работу над телом

$$\delta A' = \vec M d\vec\alpha = |\vec M \uparrow\uparrow d\vec\alpha| = M d\alpha =$$

$$= p_m B \sin\alpha \, d\alpha,$$

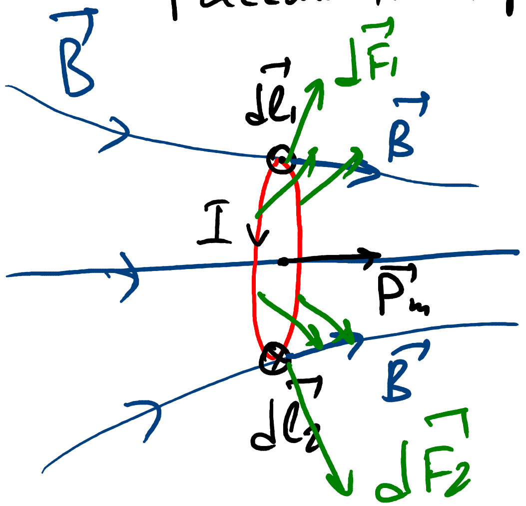
т.к. над телом

Работа пошла на изм. пот. эн. $dW = \oplus\, \delta A' = + p_m B \sin\alpha \, d\alpha$

$$\Rightarrow \quad W = -p_m B \cos\alpha + \cancel{Const}^{\,0} \text{ (обычно)}$$

$$\boxed{W = -(\vec{p}_m \vec{B})}$$ Потенциальная энергия контура с током в магн. поле.

Рассм. неоднор. поле $\underline{\vec{B} = \vec{B}(\vec{r})}$. Пусть оно увел. в напр. x



1) Рассм. контур с $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$

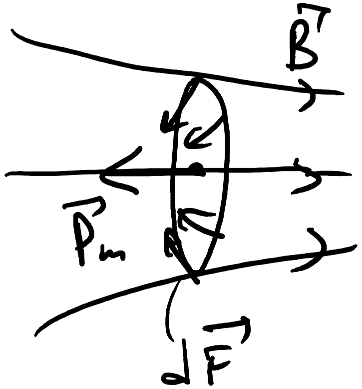
Сила $d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}]$
элем.

Из рис. => силы образуют коническую поверхность.

и результирующая $\underline{\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{B}}$

=> контур втягивается в область с сильным полем $\vec{B}$.

2) $\vec{p}_m \uparrow\downarrow \vec{B}$. Контур выталкивается из области с сильным полем $\vec{B}$.



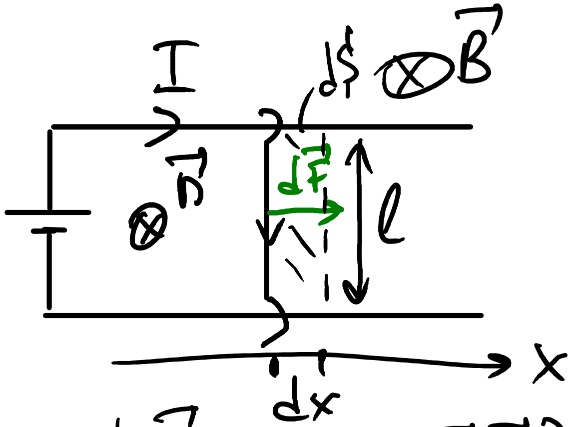
Вектор силы: $\vec{F} = -\nabla W$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \nabla(\vec{p}_m \vec{B})}$$

Сила, действующая на контур с током в магн. поле.

(a) $\vec{F} = (\vec{p}_m \nabla)\vec{B}$

12.4. Работа при перемещении контура с током.



Рассм. прямоуг. контур с подвижной перемычкой в магн. поле $\vec{B}$

Сила, действ. на перемычку – Ампера

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\,\vec{B}] \; ; \quad d\vec{l} \perp \vec{B} ; \quad \vec{B} = const \text{ (рассм. однор. поле)}$$

$$\Rightarrow \quad F = IlB .$$

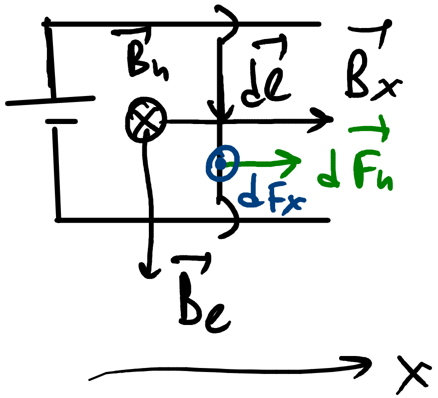
Элем. работа: $\delta A = F\,dx = IB\underbrace{l\,dx}_{= dS} = I\,B\,dS =$

$\vec{B} \upuparrows d\vec{S}$ $\qquad = I(\vec{B}\,d\vec{S}) = I\,d\Phi .$

$$\boxed{\delta A = I\,d\Phi}$$

Элем. работа по перемещению (изменению) контура в магн. поле

Покажем, что формула справедлива $\forall B$:



$$\vec B = \vec B_n + \vec B_x + \vec B_e \; ; \quad dF_n = IB_n\,dl;$$

$$dF_e = 0; \quad dF_x = IB_x\,dl$$

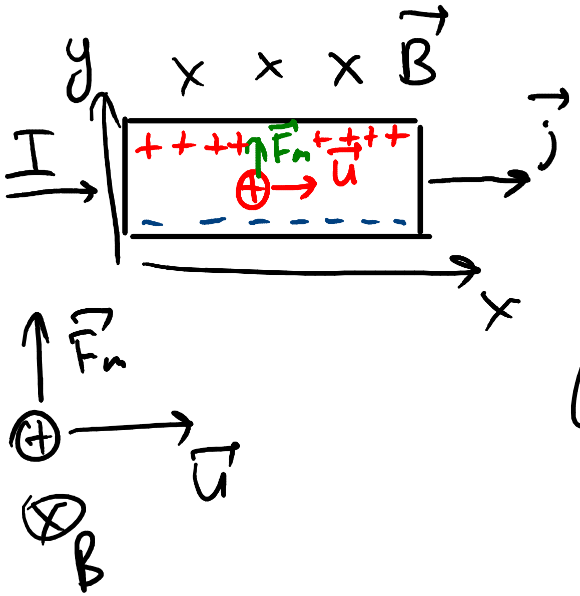
δA_x соотв. dF_x равна 0, т.к. $dF_x \perp$ перемещение.

В случае произвольного контура, разбиваем его на элементы $I\,d\vec l$

$\forall$ элемента $\delta A_i = I\,d\Phi_i$ => (сумма даёт) $\delta A = I\,d\Phi$

12.5. Эффек Холла

1880г. Холл.



Рассм. пластину из проводника с током $\vec{j}$ силой тока I в магн. поле $\vec{B} \perp \vec{j}$.

$\vec{j} \uparrow\uparrow \vec{u}$ – скор. напр. движ "+" зарядов.

Сила, действ. на заряд q – магн. сост. силы Лоренца.

$\vec{F}_m = q[\vec{u}\vec{B}]$ => заряд смещается к одной из граней => на одной из граней скапливается "+", на другой "–".

Это продолжается до тех пор, пока эл. сила не уравновесит магн.:

$$F_e = F_m; \qquad \cancel{q}E_B = \cancel{q}u B \Rightarrow E_B = \underline{u B}.$$

$\Rightarrow$ Создается разность потенциалов:

$$U_H = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^b E_B\,dy = \underline{uB\cdot b};$$

Т.к. $j = qnu \Rightarrow u = \frac{j}{qn} \Rightarrow$

$$\underline{U_H = \frac{jbB}{nq}} = \boxed{\underline{\overbrace{Rbj}^{\text{получено экспериментально}}B}}$$

где $R = \frac{1}{qn}$ — постоянная $\underline{\text{Холла}}$.

Подвижность носителей $\vec{u} = \mu \vec{E}$;

Ом:

$j = \sigma E = qnu = qn\mu E$

$\Rightarrow \mu = \frac{\sigma}{n \cdot q} = \sigma \cdot R.$

Т.е. зная R и σ, получим μ.

В полупроводниках эфф Холла — осн. метод опр-е μ, n.