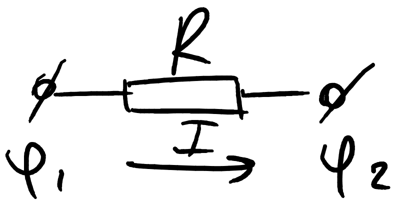
7.3 Закон Ома

Г.С. Ом в 1827 г.



$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$j = \frac{E}{\rho}$$

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

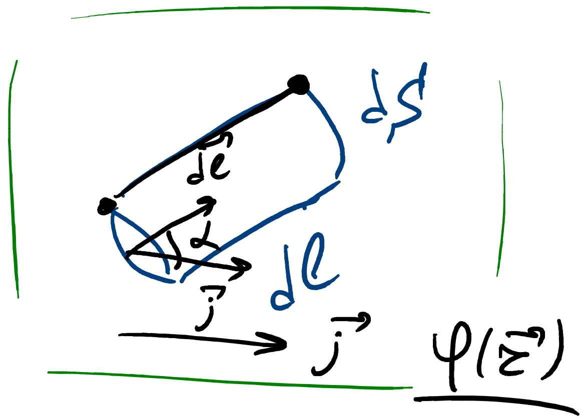
Сопротивление однородного цилиндрического проводника длиной l и сечением S

R - сопротивление:

- коэфф. связ. I и U в законе Ома

$$[R] = \text{Ом} = \frac{\text{В}}{\text{А}}$$

Рассм. б.м. участок проводника цилиндр. формы, однородный.



$\Rightarrow dR = \rho_r \dfrac{dl}{dS};$

$d\vec{l} \perp dS$

$dI = \vec{j}\, d\vec{S} = j\, dS \cos\alpha = j_l\, dS$

Закон. Ома для $dl \times dS$: $dI = \dfrac{dU}{dR};$

$dU = \varphi(\vec{r}) - \varphi(\vec{r} + d\vec{l}) = -d\varphi;$

$-\dfrac{d\varphi}{dl} = E_l$

$\Rightarrow j_l \cancel{dS} = -\dfrac{d\varphi}{\rho_r\, dl} \cancel{dS};$ $j_l = -\dfrac{1}{\rho_r}\dfrac{d\varphi}{dl} = -\dfrac{1}{\rho_r} E_l$ (*)

σ

Т.к. напр-е $d\vec{l}$ не фиксировалось $\Rightarrow$ (*) справедливо $\forall\, d\vec{l}$.

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$ — Закон Ома в дифф. форме

$\sigma = \frac{1}{\rho_z}$ — проводимость.

$[\sigma] = \frac{1}{Ом \cdot м} = \frac{См}{м}$;

$См = \frac{1}{Ом}$ — Сименс.

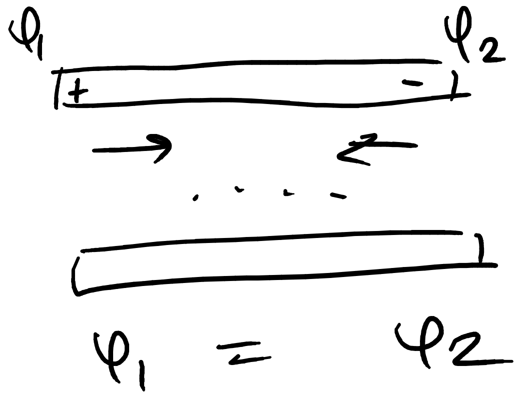
По величине σ материалы разделяются:

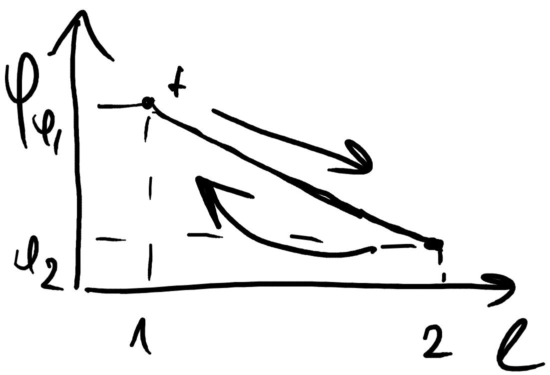
1) $\sigma < 10^{-5}\ \frac{См}{м}$ — диэлектрики

2) $10^{-5} < \sigma < 10^{3} \left(\frac{См}{м}\right)$ — полупроводники.

3) $\sigma > 10^{3}\ \frac{См}{м}$ — проводники   max. σ Cu, Ag

7.4. Э.Д.С.





Для создания и поддержания пост. тока необх. с одной стороны проводника подводить "+", с другой "–" (или забирать).

=> Необходимо перемещать заряды против сил поля для замыкания цепи.

=> Для поддержания тока необх.: Сторонние силы не эл. хар-ра, (хим., магн. (э/м)., свет) и т.д.)

Пусть $\vec F^*$ – сторонняя сила, действ. на носитель заряда q

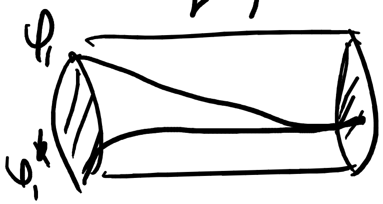
$\Rightarrow$ $\vec E^* = \dfrac{\vec F^*}{q}$ – напряженность поля стор. сил.

$(\vec E + \vec E^*)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec j = \sigma(\vec E + \vec E^*)}$ Обобщ. закон Ома в дифф. форме

Рассм. цил. проводник длины l и сечения S

$$\int_1^2 \vec j\, d\vec l = \sigma\left(\int_1^2 \vec E\, d\vec l + \int_1^2 \vec E^*\, d\vec l\right) = \sigma\left(\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{1}{q}\int_1^2 (\overbrace{q\vec E^*}^{=\vec F^*})\, dl\right) =$$

$$= \sigma\left(\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{1}{q} A^*_{12}\right)$$



Усредним по площади сечения:

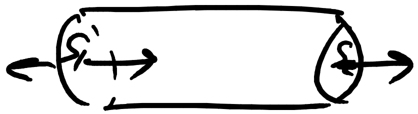
$$\underline{\frac{1}{S}\int\limits_S dS\left(\int\limits_1^2 \vec{j}\,d\vec{l}\right)} = \sigma\left(\underline{\langle\varphi_1\rangle - \langle\varphi_2\rangle + \frac{1}{q}\langle A_{12}^*\rangle}\right).$$

Т.к. проводник тонкий и $l \gg \sqrt{S}$, то потенциал в пределах одного сечения примерно одинаков и работа сторонних сил слабо зависит от выбора точек на сечениях 1 и 2.

$$\langle\varphi_{1,2}\rangle \simeq \varphi_{1,2}\,; \quad \langle A_{12}^*\rangle = \underline{A_{12}^*}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{S}\int\limits_S dS\left(\int\limits_1^2 \vec{j}\,d\vec{l}\right) = \frac{1}{S}\int\limits_1^2 dl \int j_l\,dS = \frac{1}{S}\int\limits_1^2 \underline{I\,dl}$$

Для постоянного тока $I = const$ во всех сечениях проводника: $\dfrac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \oint \vec{j}\, d\vec{S} = 0$



$$\oint \vec{j}\, d\vec{S} = -\underbrace{\int_{S_1} \vec{j}\, d\vec{S}}_{I_1} + \underbrace{\int_{S_2} \vec{j}\, dS}_{I_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{l}{S} I = \sigma\left(\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{A^*_{12}}{q}\right)$$

Величина $\mathcal{E} = \frac{A^*}{q}$ – электродвижущая сила

она численно равна работе сторонних сил над единичным зарядом.

Учтем $\sigma = \frac{1}{\rho_r}$; и $R = \rho_r \frac{l}{S}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи.

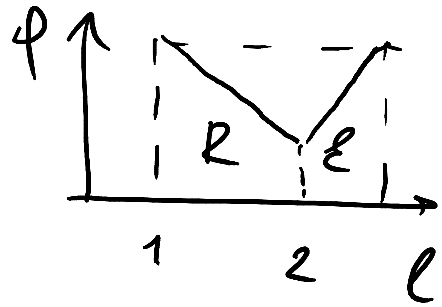
Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$:

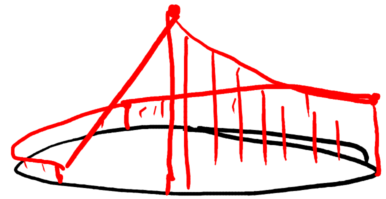
$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}}$$

Здесь R – полное сопр-е цепи включая сопр. источника ЭДС.

Если выделить сопр. ист. ЭДС – r, тогда ;

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R + r} ; \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} ;$$

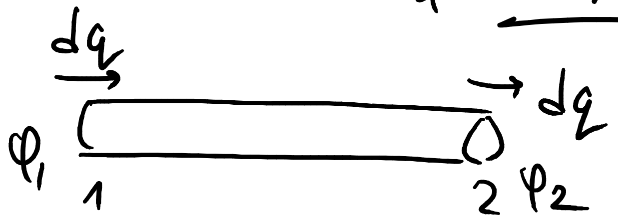




7.5. Тепловое действие тока.

$$Q = I^2 R t.$$

Рассм. уч. цепи (цил., однор.)



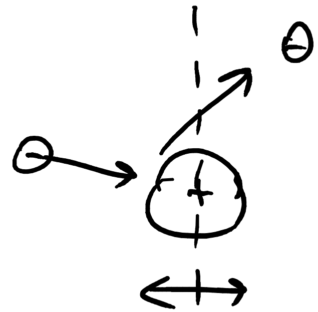
За время dt; $dq = I\,dt$ пересечет сечение 1 и 2.

Это можно представить как перенос dq вдоль проводника из 1 в 2.

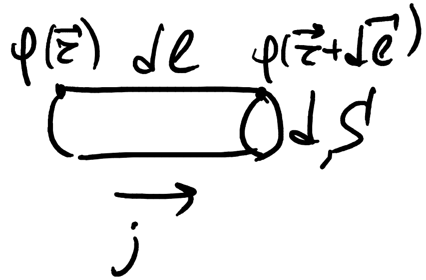
$\Rightarrow$ Работа $\delta A = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = IU\,dt$

Эта работа, сов. над зарядом тратится на нагрев проводника, если не происходит движение, нагрев и т.д. $\Rightarrow$ $\delta Q = \delta A$

$$\boxed{\delta Q = IU\,dt}$$ Закон Джоуля-Ленца.



$P = IU = I^2R$; $\delta Q = I^2 R\,dt$



Локально: $\delta Q = dI\,dU\,dt$;

$dI = j\,dS$; $dU = -d\varphi$;

$\Rightarrow \delta Q = j\,dS \cdot (-d\varphi)\,dt$;

Зак. Ома: $\vec{j} = \frac{1}{\rho_z}\vec{E}$; $\Rightarrow j = \frac{1}{\rho_z}\cdot\left(-\frac{d\varphi}{dl}\right) \Rightarrow -d\varphi = \rho_z j\,dl$

$\Rightarrow \delta Q = j\,dS\,\rho_z j\,dl\,dt = \rho_z j^2 (dS\,dl)\,dt = \rho_z j^2\,dV\,dt$

$\Rightarrow$ $\boxed{w = \rho j^2}$ Дифф. форма закона Джоуля-Ленца.

$\Updownarrow$

$\boxed{w = \sigma E^2}$

w – удельная тепловая мощность

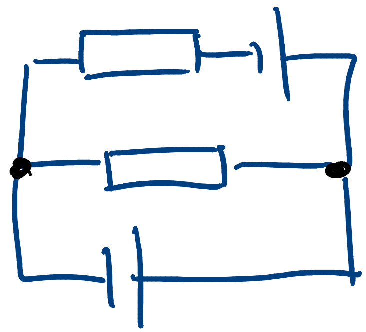
$$w = \frac{\delta Q}{dV dt}$$

7.6. КПД источника ЭДС.

Самостоятельно.

Глава 8. Разветвленные цепи. Цепи с конденсатором.

8.1. Разветвленные цепи.



Ветвь — часть контура, состоящая из последовательно соединенных элементов, по которой течет одинаковый ток.

Узел — точка схождения 3х и более ветвей.

Первое правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю.

$$\boxed{\sum_k I_k = 0}$$

- Ток берется со знаком "+", если он входит в узел и с "–", если выходит.

Второе правило Кирхгофа: Алг. сумма произведений сил токов в отдельных ветвях произвольного контура на сопротивления соответствующих ветвей равна алг. сумме ЭДС, действующих в контуре

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k$$

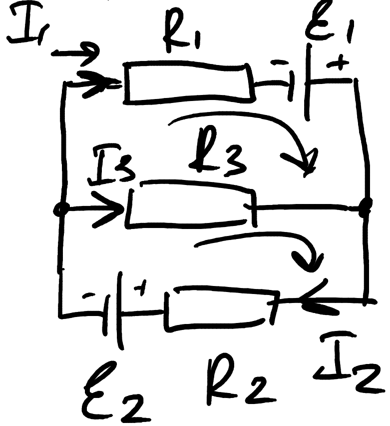
(ii) Знак ЭДС "+", если по направлению обхода контура мы пересекаем источник от "−" к "+".
И наоборот.

(iii) Знак $I_к$ "+", если напр-е обхода совпадает с напр-ем тока,
и наоборот.

Применение:
1) Выбрать направления $I_к$.
2) Записать 1е ПК. (N узлов, N−1 независ. ур-й)
3) Выбрать независимые контура.
(независимые – это те, которые нельзя представить как сумму уже рассмотренных)
4) Записать 2е ПК для этих контуров

Получим СУ на $\underline{I_k, R_k, \mathcal{E}_k}$.

Пример:



$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 - I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = -\mathcal{E}_2 \end{cases}$$