Вектор эл. смещения. $\vec{D}$

Т. Г. $\oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q+Q'}{\varepsilon_0}$; $\oint\limits_S \vec{P}d\vec{S} = -Q'$;

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}};$$

Вектор эл. смещения (эл. индукции)

$$\oint\limits_S \vec{D}d\vec{S} = \oint\limits_S (\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})d\vec{S} =$$

$$= \varepsilon_0 \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} + \oint \vec{P}d\vec{S} =$$

$$= \cancel{\varepsilon_0}\frac{1}{\cancel{\varepsilon_0}}(Q + \cancel{Q'}) - \cancel{Q'} = Q$$

$$\Leftarrow \quad \boxed{\oint\limits_S \vec{D}d\vec{S} = Q}$$

В дифф. форме:

$$\oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = /\text{Т.О-Г}/ = \int_V \operatorname{div}\vec{D}\,dV = Q = \int_V \rho\,dV$$

Т.к. V – любое, то $\boxed{\operatorname{div}\vec{D} = \rho}$, где ρ – объемная плотность сторонних зарядов.

Для изотропных диэл. $\underline{\vec{P} = \varepsilon_0 \varkappa \vec{E}}$.

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0\varkappa\vec{E} = \underline{\varepsilon_0(1+\varkappa)\vec{E}},$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}}$$ связь D и E в изотр. диэл.

$\varepsilon = \varkappa + 1$
диэл. проницаемость
(диэл. постоянная)

Вакуум: $\varepsilon = 1$; Вода: $\varepsilon = 81$.

В среде с $\varepsilon \neq 1$: $\boxed{\vec{F} = \frac{k}{\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}}$

$$\oint\limits_S \vec{D}\,d\vec{S} = \varepsilon_0 \varepsilon \oint\limits_S \vec{E}\,d\vec{S} = \underline{Q};$$

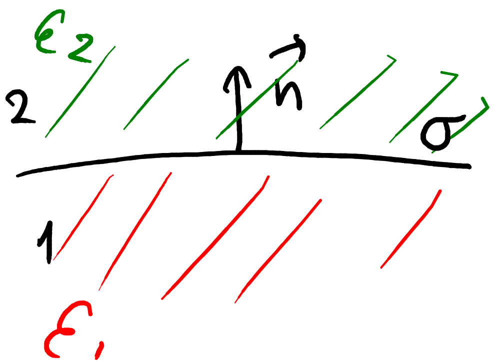
Внутри, в области, где $\varepsilon = const$

$$\oint\limits_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

5.5. Условия на границе раздела 2х диэлектриков.

$\underline{E, D, P}$

Рассм. границу раздела 2х диэл. с ε_1 и ε_2

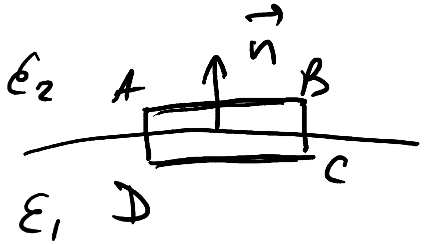


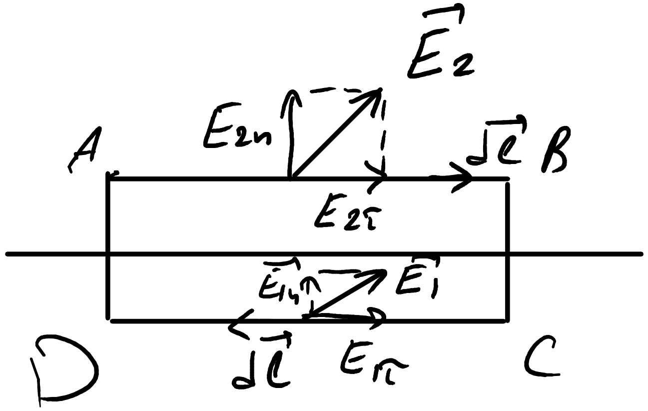
На границе $\exists$ сторонний заряд с плотн. σ

$\underline{\vec{E}}$.

$$\oint\limits_L \vec{E}\,d\vec{l} = 0$$

т.к. цирк-й стат. эл. поле





$L = ABCD$; $AB \parallel DC \parallel$ пов-сти.

$$\oint_L \vec E d\vec l = \int_{AB} \vec E d\vec l + \int_{BC} \vec E d\vec l + \int_{CD} \vec E d\vec l + \int_{DA} \vec E d\vec l =$$

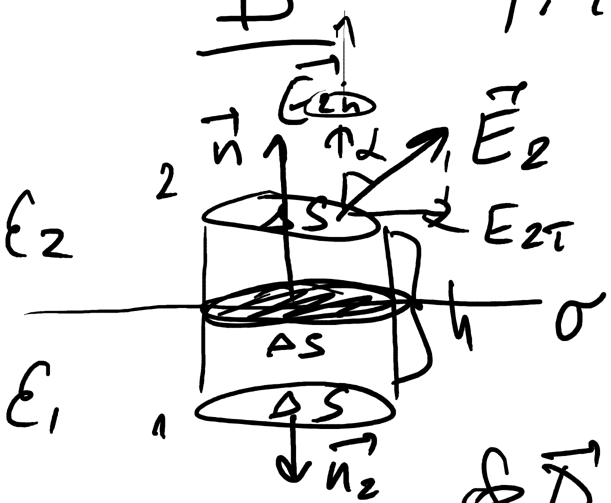
= / AB и CD выбираем малыми, т.к. $E \approx const$
BC и DA $\longrightarrow 0$ / =

$$= \int_{AB} E_\tau dl - \int_{CD} E_\tau dl = E_{2\tau} l_{AB} - E_{1\tau} l_{CD} =$$

$$= l(E_{2\tau} - E_{1\tau}) = 0$$

$$\boxed{E_{2\tau} - E_{1\tau} = 0}$$ усл-е для $\vec{E}$ на границе 2х диэл.

$\vec{D}$



Т. Гаусса: $\oint\limits_{S'} \vec{D}\, d\vec{S} = Q$

S' – цилиндр с основ-ми ΔS ∥ границе

Высота h.

$\vec{n}_2 \uparrow\downarrow \vec{n}$

$$\oint\limits_{S'} \vec{D}\, d\vec{S} = \int\limits_{\Delta S_1} \vec{D}\, d\vec{S} + \int\limits_{\Delta S_2} \vec{D}\, d\vec{S} + \int\limits_{бок} \vec{D}\, d\vec{S} =$$

$$= \Big/ \begin{matrix} \text{осн-е мало, т.к. } D \simeq const \\ h \to 0 \end{matrix} \Big/ = -\oint\limits_{\Delta S_1} D_n\, dS + \oint\limits_{\Delta S_2} D_n\, dS'$$

$$\oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = D_{2n}\,\Delta \cancel{S} - D_{1n}\,\Delta \cancel{S} = \sigma\,\Delta \cancel{S}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{D_{2n} - D_{1n} = \sigma}$$

$\vec{P}$;

$$\oint_S \vec{P}\,d\vec{S} = -Q' .$$

Аналогично $\vec{D}$;

$$\boxed{P_{2n} - P_{1n} = -\sigma'}$$

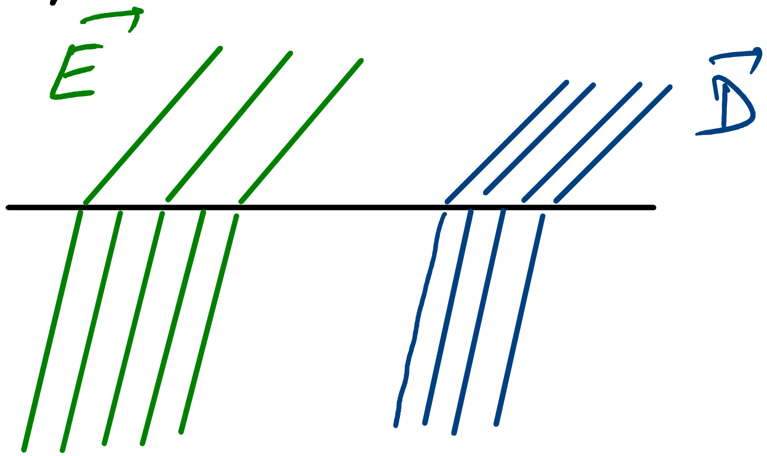
Итого:

$$\boxed{\begin{aligned} E_{2\tau} - E_{1\tau} &= 0 \\ D_{2n} - D_{1n} &= \sigma \\ P_{2n} - P_{1n} &= -\sigma' \end{aligned}}$$

Связь:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \\ \vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E} \end{cases}$$

Преломление линий поля:



Пусть $\sigma = 0$

$$D_{2n} = D_{1n}$$

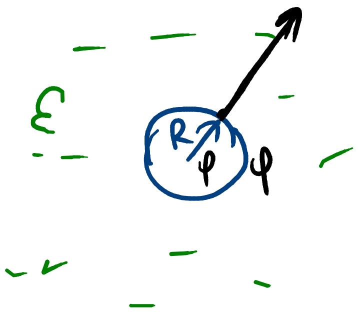
$$\varepsilon_2 \cancel{\varepsilon_0} E_{2n} = \varepsilon_1 \cancel{\varepsilon_0} E_{1n}$$

$$\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

Глава 6. Электроемкость. Энергия эл. поля.

6.1. Электроемкость.

Рассм. проводящий шар радиуса R в диэлектрике.



Потенциал шара: $\varphi = \int\limits_R^\infty \vec{E}\,d\vec{r}$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_1^2 \vec{E}\,d\vec{l}$$

Напряж. поля: $\vec{E} = \dfrac{kq}{\varepsilon r^3}\vec{r}$

$$\varphi = \int\limits_R^\infty \frac{kq\,dr}{\varepsilon r^2} = \frac{kq}{\varepsilon R} \Longrightarrow$$

Лин. связь:

$$q = \frac{\varepsilon R}{k}\cdot\varphi = C\cdot\varphi$$

$\boxed{C = \frac{q}{\varphi}}$ Электроемкость уединенного проводника

Т.к. для шара имеем

$$C = \frac{\varepsilon R}{k} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

емкость шара в диэл. среде.

$[C] = Ф$; $Ф = \frac{Кл}{В}$;

Фарад

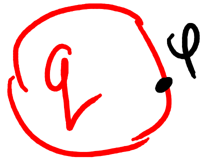
1Ф – большая.

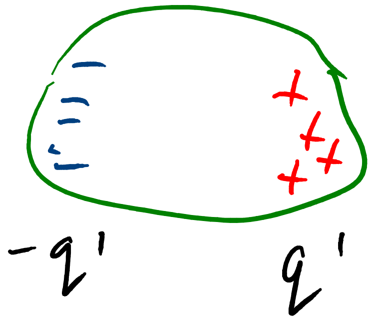
Земля: $C = \frac{6350\cdot10^3}{9\cdot10^9} = 705{,}6\cdot10^{-6}Ф$

$C = 0{,}7мФ$

?

6.2. Конденсаторы.





$$\varphi = \varphi_q + \underline{\varphi'_- + \varphi'_+}$$

$-q'$ ближе к q, чем q'

$$\Rightarrow |\varphi'_-| > |\varphi'_+| \Rightarrow \varphi < \varphi_q$$ — пот-л уед. заряда

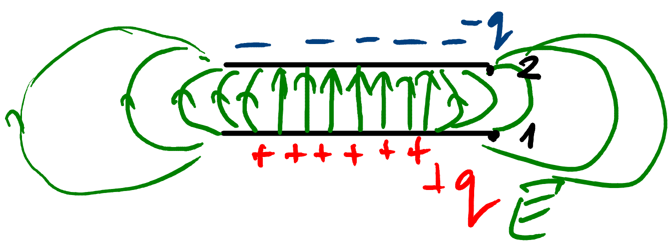
$$\varphi'_- < 0$$

$$\Rightarrow q = C\cdot\varphi = \underline{C_q \varphi_q} \Rightarrow \underline{C_q < C}$$

Т.е. емкость системы проводников больше емкости уед. пров-ка.

Система проводников, созданная с целью накопления относительно большого заряда при незначительном изменении потенциала отн. окр-х тел, называется <u>конденсатором</u>.

Обычно к-р – 2 близко располож. проводника, т.ч. линии $\vec{E}$ сосредоточены м/у <u>ними</u>.



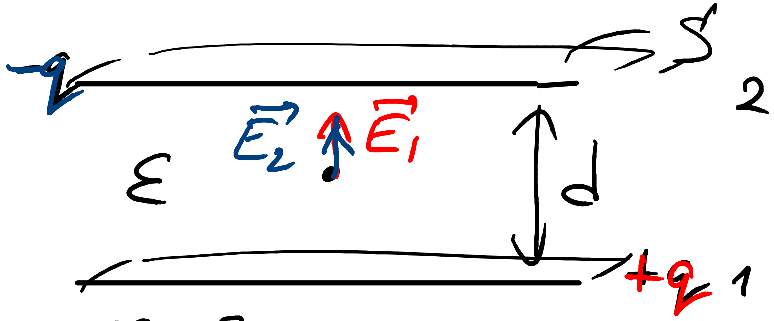
Емкость конденсатора $C = \frac{q}{U}$

$U = \varphi_1 - \varphi_2$

Плоский к-р.

$$\boxed{C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$

размеры обкладок $\gg d$



=> обкладка – ∞-я заряж. плоскость

$$C = \frac{q}{U} \qquad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2; \quad E = 2E_1; \quad \boxed{E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$

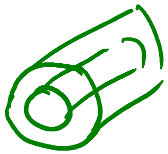
$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$ | поле внутри плоского к-ра.

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\, d\vec{l} = E\int_1^2 dl = E\cdot d; \qquad E = \frac{U}{d}$$

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0}$$ Т.к. $\sigma = \frac{q}{S}$ $\Rightarrow$ $U = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\cancel{q}}{\frac{\cancel{q}\cdot d}{\varepsilon\varepsilon_0 S}} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

ёмкость плоского к-ра.



Цилиндрич. к-р. $C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln R_2/R_1}$

Самостоятельно

Савельев. Т2. §25

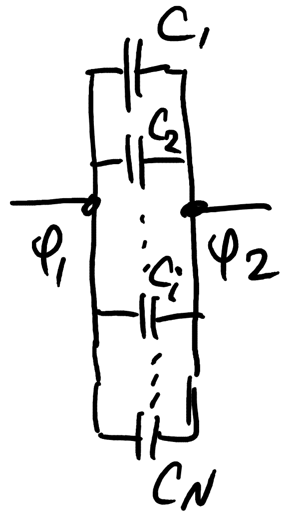
Иродов. Т2. §2.6

Сферический к-р. $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

6.3. Соединение к-ров

Параллельное соединение:

$$C = \sum_i C_i$$



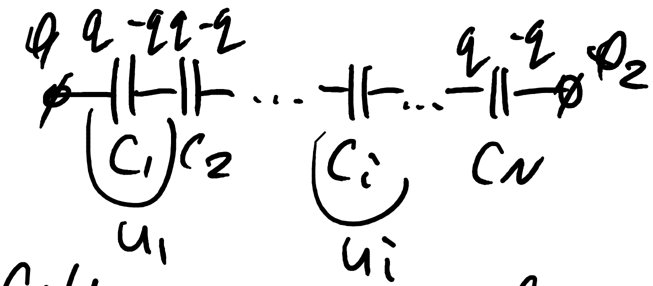
$$q_i = C_i U$$

$$q = \sum_i q_i = U \sum_i C_i$$

$$C = \frac{q}{U} = \sum_i C_i$$

Последовательное соединение:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



$$q = C_i U_i$$

$$U_i = \frac{q}{C_i}$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \sum_i U_i = q \sum_i \frac{1}{C_i}$$