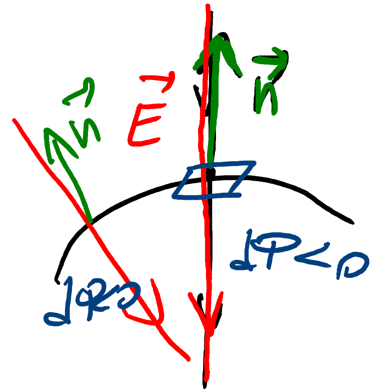
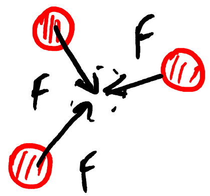
3.7. Теорема Ирншоу.

Не существует такой конфигурации неподвижных зарядов (конечного числа), которая была бы устойчивой, если нет других сил, кроме сил кулоновского взаимодействия между зарядами системы.



Док-во. Пусть такая конф-я $\exists$. Тогда при смещении $\forall$ заряда, возникает сила, возвр-я его на место.



Тогда силовые линии поля, созд. остальными зарядами пойдут радиально к точке равновесия заряда. $\Phi = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} < 0$.

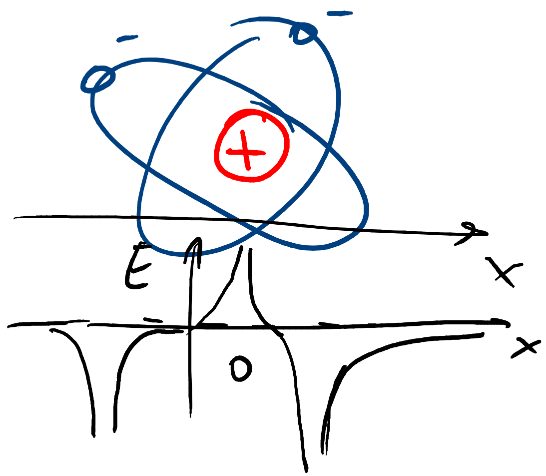
По т. Гаусса внутри поверхности, окружающей точку равновесия должен находится заряд $(\neq) 0$.

Но там его нет $\Rightarrow$ противоречие.

Ч.Т.Д.

Глава 4. Проводники в электростатическом поле.

4.1. Эл. поле в веществе



Эл. поле в в-ве

микрополе

(истинное поле)

1) поле от всех зарядов в-ва
2) изм-ся очень резко
3) Рассчитать не реально
4) Использовать не возможно (на макроуровне)

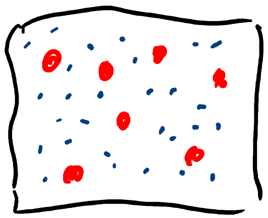
макрополе

- эл. поле, усредненное по физически бесконечно малому объему.

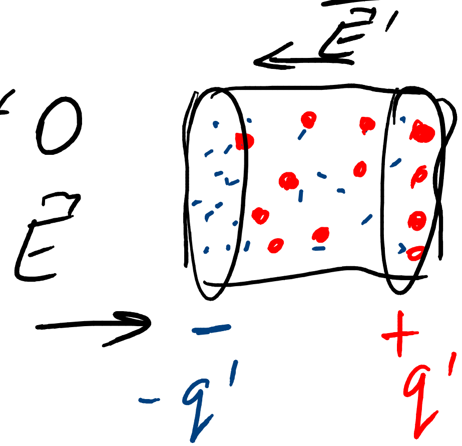
Такой объем мал, но ср. с размерами макрообъекта, но должен включать достаточно большое количество атомов, так, чтоби поле изм. плавно.

В в-ве: $\vec{E} = \vec{E}_{макро} = \langle \vec{E}_{микро} \rangle$.

$\vec{E} = 0$



$\vec{E} \neq 0$



При внесении в-ва в эл. поле происходит разделение эл. зарядов

Появл. локально не скомпенсированные эл. заряды.

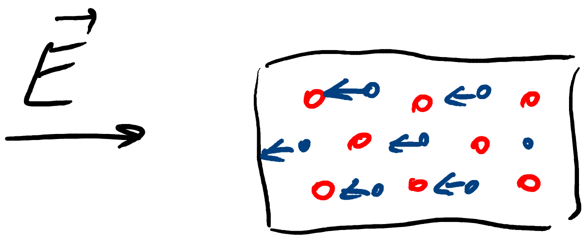
Явление — эл. стат. индукция.

Соотв. нескомпенсированные заряды — индуцированные заряды.

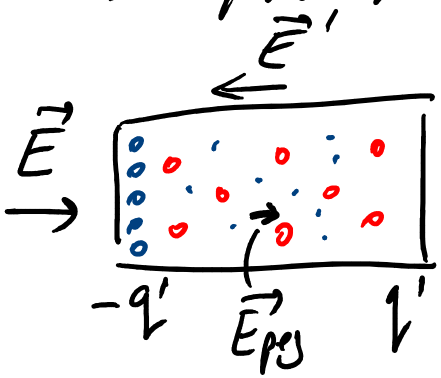
4.2. Поле внутри проводника.

Проводники – в-ва, электроны в которых могут двигаться почти свободно. (Как следствие, они хорошо проводят эл. ток).

Поместим проводник (незаряж.) в эл. поле $\vec{E}$.



Электроны начнут двигаться против поля.



Возникает внутреннее поле $\vec{E}'$, вызванное инд. зарядами q'.

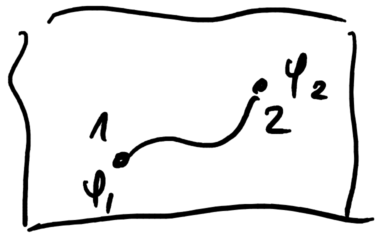
$\vec{E}' \uparrow\downarrow \vec{E}$

$$\vec{E}_{рез} = \vec{E} + \vec{E}'.$$

Пока $\vec{E}_{рез} \neq 0$, e^- движутся против него.

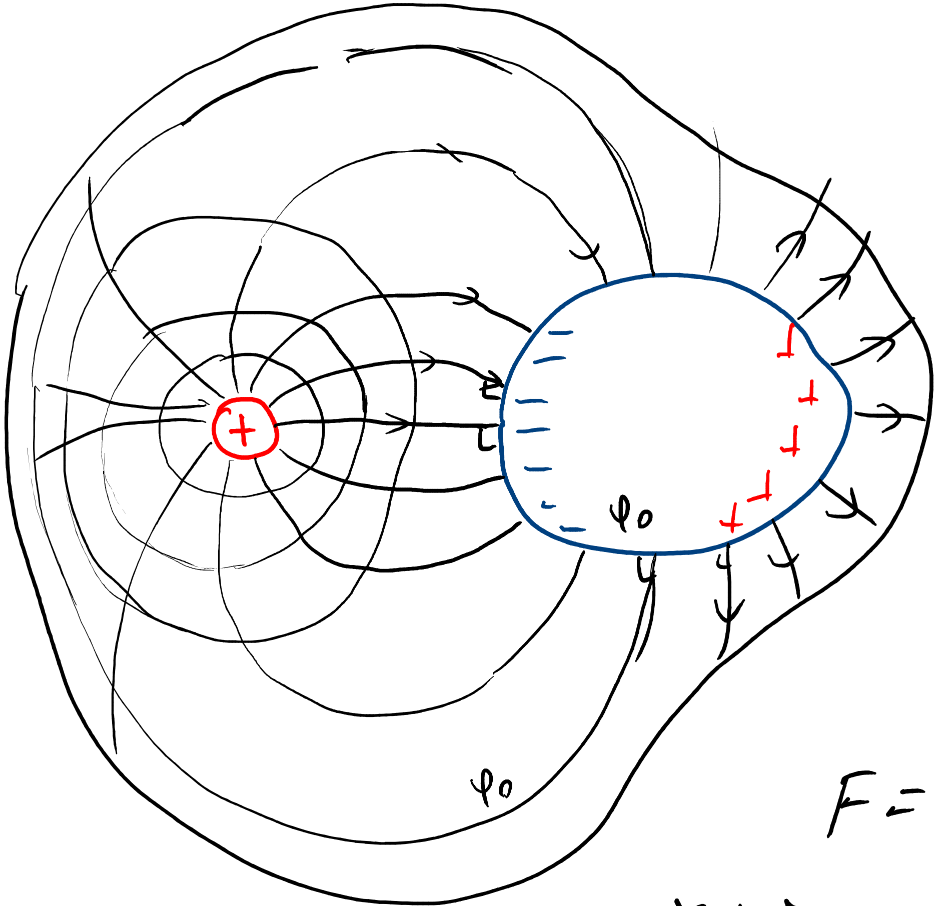
В итоге $\vec{E}_{рез} = 0 \Rightarrow$ т.о. внутри проводника эл. поле равно нулю.

Рассм. эл. потенциал. $\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_1^2 \vec{E}\, d\vec{l}$

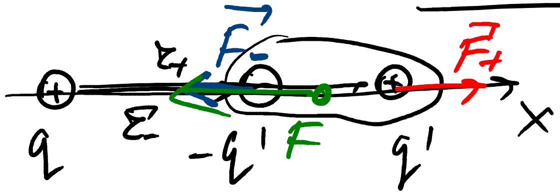


Т.к. $\vec{E} = 0$ внутри проводника, то $\varphi_1 = \varphi_2$ $\forall$ точек 1 и 2 внутри проводника.

Любой проводник является эквипотенциальной областью, а его поверхность — э-п. поверхность.



$q_+ = q'$; $\underline{q_- = -q'}$;



$$\underline{\vec F = \vec F_+ + \vec F_-};$$

Рассм. 1D случай.

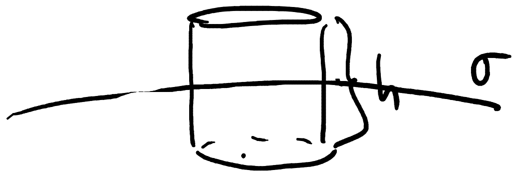
$$F_+ = k\frac{qq'}{r_+^2}; \quad F_- = k\frac{qq'}{r_-^2};$$

$$\underline{F = F_+ - F_- = kqq'\left(\frac{1}{r_+^2} - \frac{1}{r_-^2}\right)};$$

$r_+ > r_- \Rightarrow F < 0 \Rightarrow$ т.о. проводник притягивается в целом.

4.3. Эл. поле у поверхности проводника.

Рассм. участок поверхности проводника с пов. плотн. заряда σ.



$\sigma \neq 0$: 1) Эл. стат. индукция.

2) Сторонний заряд.

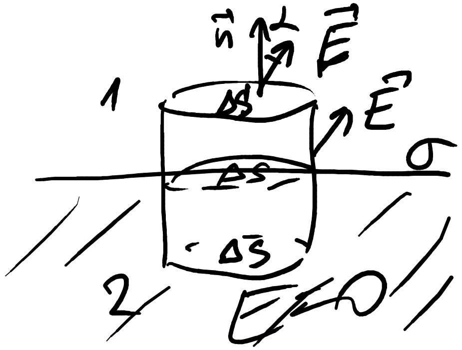
(!!) Сторонний заряд распр. по поверхности проводника, т.к. $E_{рез} = 0$.

Применим Т. Гаусса.

Выберем цилиндр в качестве поверхности инт-я.

Оси-е ∥ поверхности, высота h — мала

Основания малы, т.к. $E \simeq const$ на основаниях



$$\Phi = \Phi_{осн1} + \Phi_{осн2} + \Phi_{бок}$$

$$\underline{h \to 0} \Rightarrow \underline{\Phi_{бок} = 0}.$$

$$\Phi_{осн1} = \int\limits_{осн1} \vec{E} d\vec{S} = E \int\limits_{осн} \cos\alpha \cdot dS = E\cos\alpha \cdot \underbrace{S_{осн}}_{=\Delta S} = E_n \cdot \Delta S.$$

$$\Phi_{осн2} = 0 \Rightarrow \Phi = E_n \Delta S;$$

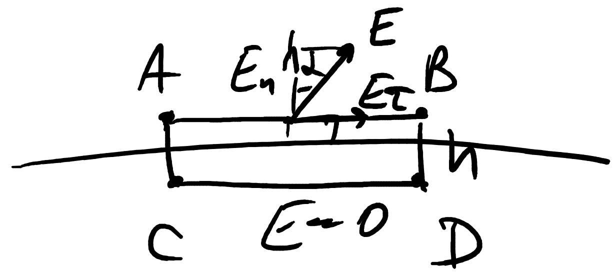
$$Q = \sigma \Delta S \Rightarrow E_n \cancel{\Delta S} = \sigma \cancel{\Delta S} / \varepsilon_0$$

$$\boxed{E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

норм. сост. поля
у пов-сти
проводника

Для нахождения E_τ рассм. Т. о циркуляции эл. стат. поле.

$$\oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$



Контур $L = ABCD$; $AB \parallel CD \parallel$ пов-сти, а $AC = BD = h$

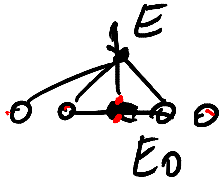
$$\oint\limits_L \vec{E} d\vec{l} = \underbrace{\int\limits_{AB} \vec{E} d\vec{l} + \int\limits_{CD} \vec{E} d\vec{l}}_{0} + \underbrace{\int\limits_{AC} \vec{E} d\vec{l} + \int\limits_{BD} \vec{E} d\vec{l}};$$

AB – мало, т.ч. $E = const$ в его пределах

При $h \to 0$; $\int\limits_{AC} \to 0$; $\int\limits_{BD} \to 0$;

$$\int\limits_{AB} \vec{E} d\vec{l} = E \int\limits_{AB} \sin\alpha \, dl = E \sin\alpha \int\limits_{AB} dl = \underline{E_\tau l_{AB}}$$

$$E_\tau l_{AB} = 0 \Rightarrow \boxed{E_\tau = 0}$$

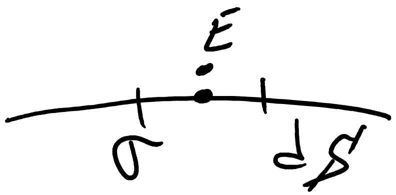


В итоге $E_n = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_\tau = 0$; $\Rightarrow \vec{E} \perp$ пов-сти $\boxed{E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}}$

напр. эл. поля у пов-сти проводника.

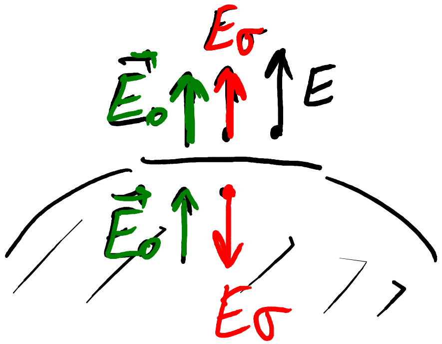
4.4. Силы, действующие на поверхность проводника.

Рассм. dS – элем. пов-сти, заряженной с плотностью σ.



$$d\vec{F} = \sigma\, dS\, \vec{E}_0,$$

где $\vec{E}_0$ – поле, созд. остальными зарядами системы, кроме $dq = \sigma\, dS$.



Участок dS созд. поле $E_\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (поле ∞-й заряж. плоскости)

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ – снаружи проводника

и $E = 0$ <u>внутри</u>.

Поле $\underline{\vec E = \vec E_0 + \vec E_\sigma}$;

<u>снаружи</u>: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_0 + \underbrace{E_\sigma}_{\sigma/2\varepsilon_0}$;

<u>внутри</u>: $E = 0 = E_0 - E_\sigma$

$\underline{E_0 = E_\sigma}$

$\underline{E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$;

$\Rightarrow \underline{\vec E_0 = \frac{1}{2}\vec E}$.

Тогда $d\vec{F} = \sigma dS\,\frac{1}{2}\vec{E} = dS\cdot E\varepsilon_0\frac{1}{2}\vec{E} = \underline{dS\cdot\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\vec{n}}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dS} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\vec{n} = \frac{\sigma^2\vec{n}}{2\varepsilon_0}}$$

Поверхностная плотность силы (удельная сила), действующей на проводник.

4.5. Метод электрических изображений.

Осн. задача эл. статики – поиск $\vec{E}(\vec{r})$ при заданной конфигурации зарядов $\{q_i\}$ или $\underline{\rho(\vec{r})}$.

Способы решения:

1) Закон Кулона и принцип суперпозиции.
2) Т. Гаусса. (Т. о циркуляции)
3) φ по пр. суперпозиции и $\vec{E} = -\nabla\varphi$
4) Ур-е Пуассона, $\vec{E} = -\nabla\varphi$

Заряд и проводящая плоскость.