

Раздел 1. Электростатика.

Глава 1. Электрическое поле.

1.1. Электрический заряд.

Эл. заряд (q, Q) – фунд. св-во материи.
Определяет Эл/м вз-е.

Свойства электрического заряда.

1) Э. заряд бывает "+" и "-". $q < 0$, $q > 0$ ($q = 0$)

2) Справедлив закон сохранения электрического заряда:

Суммарный эл. заряд системы заряженных тел сохраняется, если система электрически изолирована.

3) Электрический заряд релятивистски инвариантен. $q = i n v$
т.е. не изменяется при переходе в другую ИСО.

4) \exists элементарный заряд $q_e \equiv e$, т.е. $\forall q \geq e$,

У тела $q = Ne$, $N \in \mathbb{Z}$

⊗ Обычно тела электрически нейтральны, т.е. $q = 0 \Rightarrow \underline{N^+ = N^-}$.

Заряды основных элем. частиц:

протон p $q_p = +e$ электрон e $q_e = -e$ нейтрон n $q_n = 0$.

кварки u, d . $q_u = \frac{2}{3}e$; $q_d = \underline{-\frac{1}{3}e}$;

$p = \underline{uud}$. $n = \underline{udd}$.

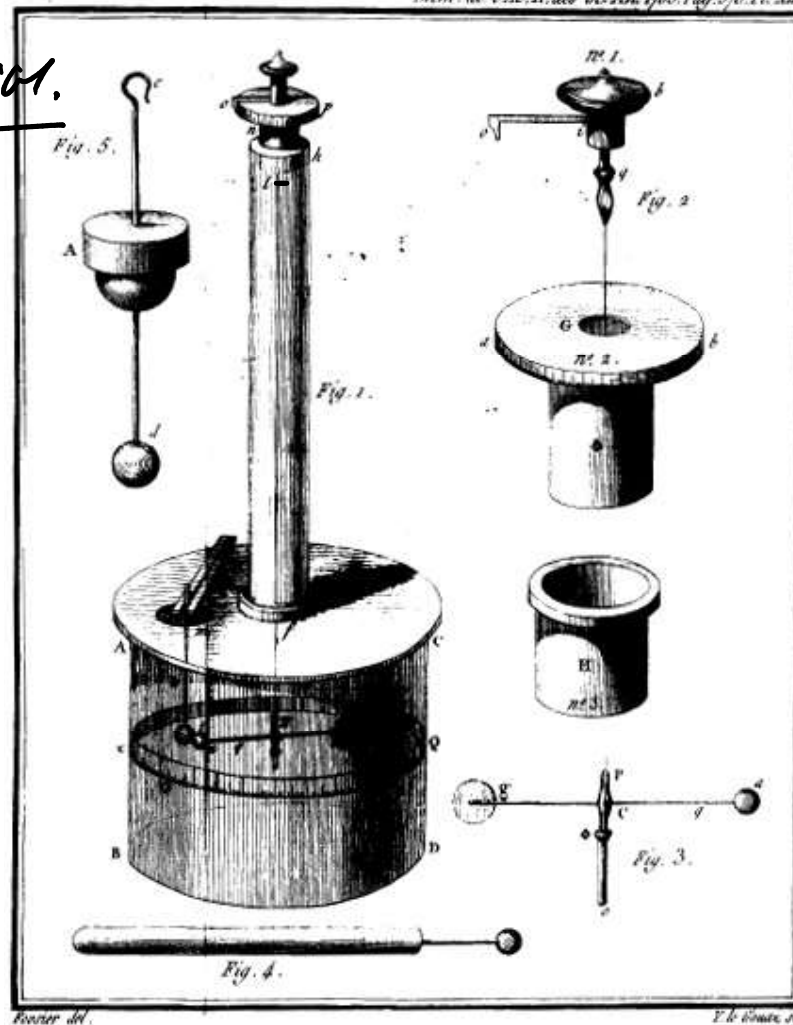
1.2. Закон Кулона.

Точечный заряд — заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до другого заряда, с которым происходит взаимодействие.

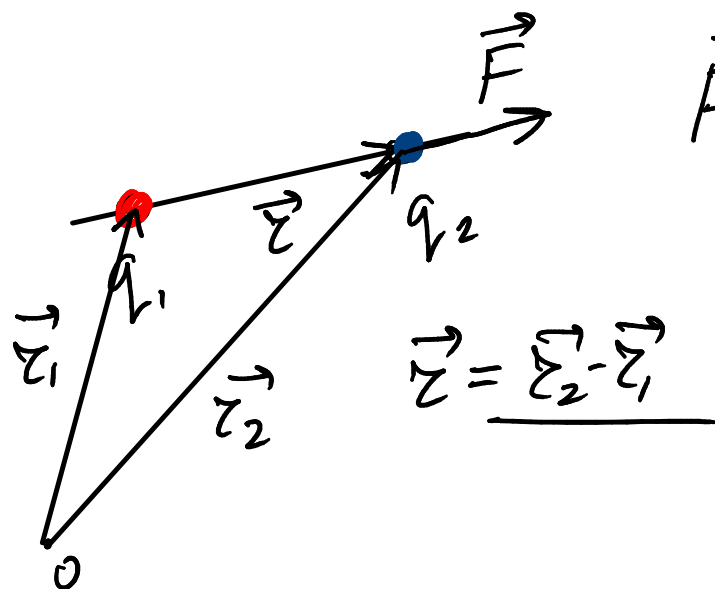
в 1785. Ш. Кулон.

Крутильные весы.

Mem. de l'Ac. R. des Sc. An. 1785. Pag. 576. Pl. XIII



Закон Кулона. Сила взаимодействия двух точечных зарядов пропорциональна произведению величин этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль оси, соединяющей заряды.



$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$k = c^2$$

$$q' = c q_1$$

$$F = \frac{q_1' q_2'}{r^2}$$

13. Системы единиц.

$$\begin{array}{l} \text{СГС} \\ \text{См, г, с} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \text{СГСЭ} \\ \text{СГСМ} \end{array} \cdot k=1; \quad \left(F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \right)$$

$$e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ эг. СГСЭ.}$$

Гауссова
система

$$g_{\text{СИ}} = \frac{2 \cdot \text{см}}{c^2} = \frac{[e]^2}{\text{см}^2}$$

$$[e] = \sqrt{\frac{2 \cdot \text{см}^3}{c^2}} = \frac{2^{1/2} \text{см}^{3/2}}{c}$$

$$\text{СИ. (м, кг, с)}. \quad [q] = 1 \text{ Кл.}$$

элемент. заряд.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{Ф}}$$

$$\underline{k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{Ф}}};$$

$$\underline{k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}}$$

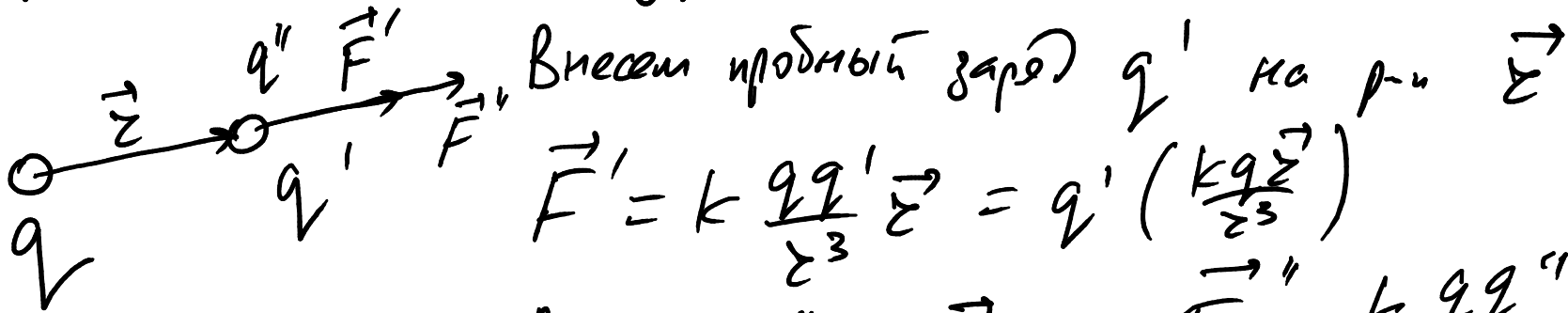
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

Электрическая постоянная.

1.4. Напряженность электрического поля.

✓ Заряд создает вокруг себя электрическое силовое поле.

Рассм. поле точечного заряда.



$$\vec{F}' = k \frac{q q'}{r^3} \vec{r} = q' \left(\frac{k q \vec{r}}{r^3} \right)$$

Внесит q'' на \vec{r} ; $\vec{F}'' = k \frac{q q''}{r^3} \vec{r} = q'' \left(\frac{k q \vec{r}}{r^3} \right)$

$\vec{F}' \neq \vec{F}''$, но $\frac{\vec{F}'}{q'} = \frac{\vec{F}''}{q''}$

Величина $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ - напряженность электрического поля,
основная силовая характеристика эл. поля.

Для точечного заряда:

$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}$ | полевая формула
закона Кулона

ед. изм.
 $[E] = \frac{В}{м}$

⊗ Грав. поле. $\vec{F}_{гп} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}$

Напряженность Грав. поля $\vec{g} = \gamma \frac{M}{r^3} \vec{r}$ | $\vec{F} = m \vec{g}$

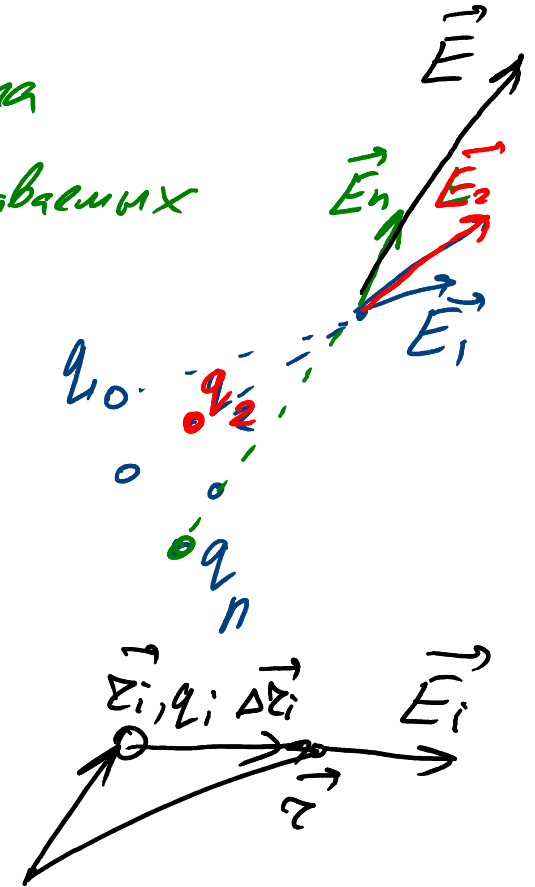
1.5. Принцип суперпозиции.

Напряженность эл. поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом системы.

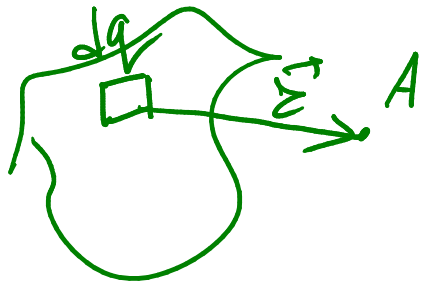
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \dots + \vec{E}_n + \dots = \sum_i \vec{E}_i$$

Система точечных зарядов (q_i, \vec{z}_i)

$$\underline{\Delta \vec{z}_i = \vec{z} - \vec{z}_i} \quad \left| \quad \vec{E}_i = k \frac{q_i}{\Delta z_i^3} \Delta \vec{z}_i; \quad \vec{E} = k \sum_i \frac{q_i \Delta \vec{z}_i}{\Delta z_i^3} \right|$$



Тело с непрерывно распределенным зарядом.

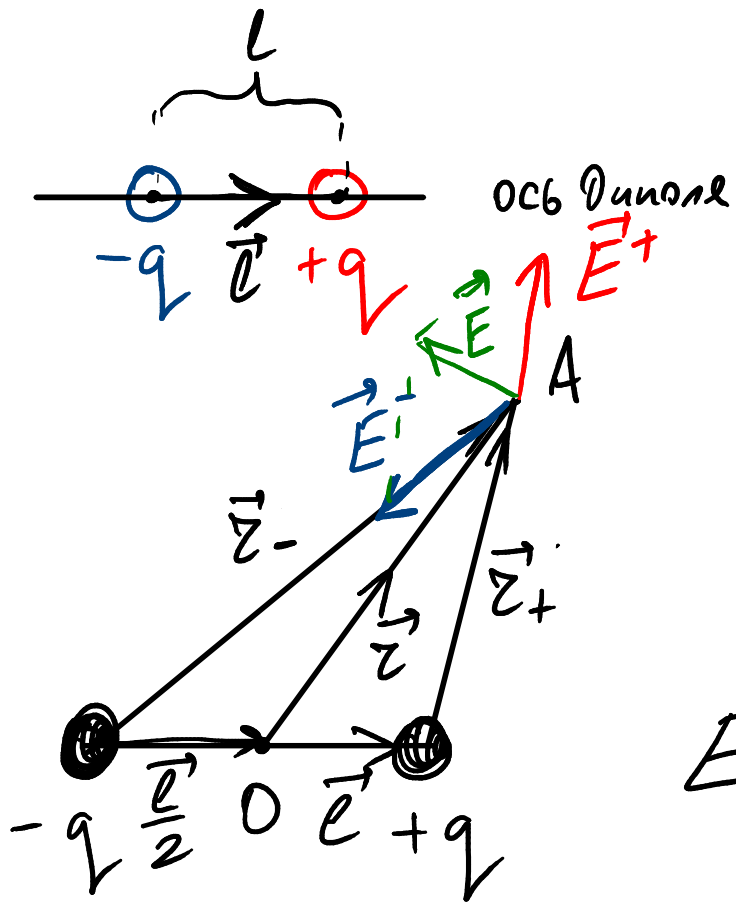


Для элем. dq запишем $d\vec{E} = k \frac{dq}{r^3} \vec{r}$

$$\underline{\vec{E} = \int \frac{k \vec{r}}{r^3} dq} \quad \left| \begin{array}{l} \text{интеграл берется} \\ \text{по всему заряд. телу.} \end{array} \right.$$

1.6. Электрический диполь.

Диполь (эл.) — система из двух одинаковых по величине разноименных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние между которыми $(l \ll r)$ расстояние до точки, где определяется эл. поле.



$$\vec{E} = \vec{E}^- + \vec{E}^+;$$

$$\vec{E}^\pm = k \frac{(\pm q)}{r_\pm^2} \vec{r}_\pm;$$

$$r_+ = r - \frac{l}{2}; \quad r_- = r + \frac{l}{2};$$

$$\vec{E} = kq \left(\frac{\vec{r} - \frac{l}{2} \vec{e}_x}{|\vec{r} - \frac{l}{2} \vec{e}_x|^3} - \frac{\vec{r} + \frac{l}{2} \vec{e}_x}{|\vec{r} + \frac{l}{2} \vec{e}_x|^3} \right)$$

$$f(x) = f(0) + f'(0) \frac{x}{1!} + f''(0) \frac{x^2}{2!} + \dots$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}}$$

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{|\vec{r} - \frac{\vec{l}}{2}|^3} = \frac{1}{\left((\vec{r} - \frac{\vec{l}}{2}) \cdot (\vec{r} - \frac{\vec{l}}{2}) \right)^{3/2}} =$$

$$\vec{r}^2 = \vec{r} \cdot \vec{r}$$

$$= \left(r^2 + \frac{l^2}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} (\vec{r} \cdot \vec{l}) \right)^{-3/2} = \frac{1}{r^3} \left(1 + \frac{l^2}{4r^2} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{l})}{r^2} \right)^{-3/2}$$

≈ 0

$r \gg l$

$$\approx \frac{1}{r^3} \left(1 - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{l})}{r^2} \right)^{-3/2}$$

$$(1+x)^{-3/2}, \quad x = - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{l})}{r^2}$$

$$|x| \ll 1$$

\uparrow

$$(1+x)^{-3/2} = 1 + \left(-\frac{3}{2}\right) \frac{x^1}{1!} + \underline{0(x^2)}$$

$$(1+x)^{-3/2} \approx 1 - \frac{3}{2}x$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dx} (1+x)^{-3/2} &= \\ &= -\frac{3}{2} (1+x)^{-5/2} \end{aligned} \right|$$

Toda

$$\frac{1}{r_+^3} \approx \frac{1}{r^3} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{(\vec{r} \cdot \vec{\ell})}{r^2} \right)$$

$$\frac{1}{r_-^3} \approx \frac{1}{r^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{(\vec{r} \cdot \vec{\ell})}{r^2} \right)$$

$$e^x \approx 1+x$$

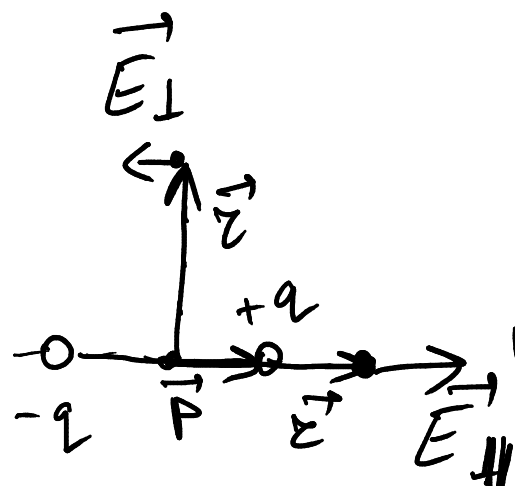
$$\sqrt{1+y} \approx 1 + \frac{1}{2}y$$

Тогда поле:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= kq \left(\frac{\vec{r} - \frac{\vec{l}}{2}}{r^3} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{(\vec{r}\vec{l})}{r^2} \right) - \frac{\vec{r} + \frac{\vec{l}}{2}}{r^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{(\vec{r}\vec{l})}{r^2} \right) \right) = \\ &= \frac{kq}{r^3} \left(\cancel{\vec{r}} - \frac{\vec{l}}{2} + \frac{3}{2} \frac{(\vec{r}\vec{l})}{r^2} \left(\cancel{\vec{r}} - \frac{\vec{l}}{2} \right) - \cancel{\vec{r}} - \frac{\vec{l}}{2} + \frac{3}{2} \frac{(\vec{r}\vec{l})}{r^2} \left(\cancel{\vec{r}} + \frac{\vec{l}}{2} \right) \right) = \\ &= \frac{kq}{r^3} \left(-\vec{l} + 3 \frac{(\vec{r}\vec{l})}{r^2} \vec{r} \right) \end{aligned}$$

$$\underline{q\vec{l} = \vec{p}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Дипольный} \\ \text{момент} \end{array} \right.$$

$$\underline{\frac{\vec{r}\vec{l}}{r^2} = \vec{n}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{ед. вектор} \\ \text{напряж.} \end{array} \right.$$



$$\vec{E} = \frac{k}{\epsilon^3} (3\vec{n}(\vec{n}\vec{r}) - \vec{r}) \quad \left| \begin{array}{l} \text{Эл. поле} \\ \text{Диполь} \end{array} \right.$$

На оси Диполь. $\vec{r} \parallel \vec{z} \parallel \vec{n}$; $\vec{n}(\vec{n}\vec{r}) = \vec{n}_i r_i = \vec{r}$

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{k}{\epsilon^3} (3\vec{r} - \vec{r}) = \frac{2k}{\epsilon^3} \vec{r}$$

⊥ оси Диполь

$\vec{r} \perp \vec{z}$; $(\vec{n}\vec{r}) = 0$

$$\vec{E}_{\perp} = \frac{k}{\epsilon^3} (-\vec{r}) = -\frac{k\vec{r}}{\epsilon^3}$$