

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор-директор ИФВТ  
\_\_\_\_\_.В.В. Лопатин  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2010 г.

К.Е. Евдокимов

## **ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ**

Методические указания к практическим занятиям  
для студентов всех специальностей

Издательство  
Томского политехнического университета  
2010

УДК

**Евдокимов К.Е.**

Электромагнитная индукция: Методические указания к выполнению практических заданий для студентов всех специальностей/  
К.Е. Евдокимов; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. – 12 с.

Физика является одной из тех наук, знание которой необходимо для успешного изучения общенаучных и специальных дисциплин. При изучении курса физики студенты должны прочно усвоить основные законы и теории, овладеть необходимыми навыками решения задач по физике. Единственный способ научиться решать задачи, пытаться решать их самостоятельно. Знание теории закрепляется с использованием ее для решения задач.

Методическое пособие содержит основные формулы, задачи различной степени сложности по разделу «Электромагнитная индукция» курса «Электричество и магнетизм».

Методические указания рассмотрены и  
рекомендованы к изданию методическим семинаром  
кафедры теоретической и экспериментальной физики  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2010 г.

Зав. кафедрой  
профессор, доктор физ.-мат. наук

В.Ф. Пичугин

Председатель учебно-методической комиссии

*Рецензент*

доктор физико-математических наук, доцент

*С.И. Борисенко*

© ГОУ ВПО «Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет», 2010

© Евдокимов К.Е., 2010

© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2010

### Основные формулы

• Магнитный поток  $\Phi$  через плоский контур площадью  $S$ :

а) в случае однородного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha; \text{ или } \Phi = B_n S,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости контура и вектором магнитной индукции  $\mathbf{B}$ ;  $B_n$  — проекция вектора  $\mathbf{B}$  на нормаль  $\mathbf{n}$  ( $B_n = B \cos \alpha$ );

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется во всей поверхности  $S$ .

• Потокосцепление, т. е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида или тороида,

$$\Psi = N \Phi$$

где  $\Phi$  — магнитный поток через один виток;  $N$  — число витков соленоида или тороида.

• Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I \Delta \Phi,$$

где  $\Delta \Phi$  — изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром;  $I$  — сила тока в контуре.

• Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея — Максвелла)

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

где  $\mathcal{E}_i$  — электродвижущая сила индукции;  $N$  — число витков контура;

$\Psi$  — потокосцепление.

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

а) разность потенциалов  $U$  на концах проводника длиной  $l$ , движущегося со скоростью  $v$  в однородном магнитном поле,

$$U = B l v \sin \alpha, \text{ где } \alpha \text{ — угол между направлениями векторов}$$

скорости  $v$  и магнитной индукции  $\mathbf{B}$ ;

б) электродвижущая сила индукции  $\mathcal{E}_i$ , возникающая в рамке, содержащей  $N$  витков, площадью  $S$ , при вращении рамки с угловой скоростью  $\omega$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$

$$\mathcal{E}_i = B N S \omega \sin \omega t,$$

где  $\omega t$  — мгновенное значение угла между вектором  $\mathbf{B}$  и вектором нормали  $\mathbf{n}$  к плоскости рамки.

- Количество электричества  $Q$ , протекающего в контуре,

$$Q = \Delta\Psi/R,$$

где  $R$  — сопротивление контура;  $\Delta\Psi$  — изменение потокосцепления.

• Электродвижущая сила самоиндукции  $\mathcal{E}_i$ , возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем,

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}, \quad \text{или} \quad \langle \mathcal{E}_i \rangle = -L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где  $L$  — индуктивность контура.

- Потокосцепление контура

$$\Psi = L I,$$

где  $L$  — индуктивность контура.

- Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

где  $n$  — число витков на единицу длины соленоида,  $V$  — объем соленоида.

• Мгновенное значение силы тока  $I$  в цепи, обладающей активным сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$ :

а) после замыкания цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} \left( 1 - e^{-(R/L)t} \right)$$

где  $\mathcal{E}$  — ЭДС источника тока;  $t$  — время, прошедшее после замыкания цепи;

б) после размыкания цепи

$$I = I_0 e^{-(R/L)t}$$

где  $I_0$  — сила тока в цепи при  $t=0$ ;  $t$  — время, прошедшее с момента размыкания цепи.

## Примеры решения задач

**Пример 1.** В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток  $I=50$  А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной  $l=65$  см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий рамку?

**Решение.** Магнитный поток  $\Phi$  через поверхность площадью  $S$  определяется выражением

$$\Phi = \int_S B_n dS.$$

В данном случае вектор магнитной индукции  $B$  перпендикулярен плоскости рамки. Поэтому для всех точек рамки  $B_n=B$ . Магнитная индукция  $B$ , создаваемая бесконечно длинным прямым проводником с током, определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x},$$

где  $x$  — расстояние от провода до точки, в которой определяется  $B$ .

Для вычисления магнитного потока заметим, что так как  $B$  зависит от  $x$  и элементарный поток  $\Phi$  будет также зависеть от  $x$ , то

$$d\Phi = B(x)dS.$$

Выделим узкую элементарную площадку длиной  $l$ , шириной  $dx$  и площадью  $dS=l dx$  (рис. 1). В пределах этой площадки магнитную индукцию можно считать постоянной, так как все части площадки равноудалены (на расстояние  $x$ ) от провода.

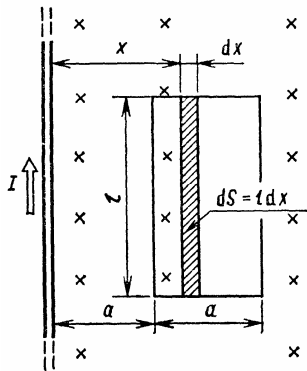


Рис. 1.

Тогда элементарный магнитный поток можно записать в виде

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx.$$

Проинтегрировав полученное выражение в пределах от  $x_1=a$  до  $x_2=2a$ , найдем

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln x \Big|_a^{2a}.$$

Подставив пределы, получим

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln 2. \quad (1)$$

**Проверим размерность:**

$$[\Phi] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Гн} \cdot \text{А} = \frac{\text{Вб} \cdot \text{А}}{\text{А}} = \text{Вб}$$

**Произведем вычисления:**

$$\Phi = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 0,65 \ln 2 = 4,5 \cdot 10^{-6} = 4,5 \text{ (Вб)}$$

**Пример 2.** Виток, по которому течет ток  $I=20$  А, свободно устанавливается в однородном магнитном поле  $B=16$  мТл. Диаметр  $d$  витка равен 10 см. Какую работу нужно совершать, чтобы медленно повернуть виток на угол  $\alpha=\pi/2$  относительно оси, совпадающей с диаметром?

**Решение.** При медленном повороте контура в магнитном поле индукционными токами можно пренебречь и считать ток в контуре неизменным. Работа сил поля в этом случае определяется выражением

$$A = I (\Phi_2 - \Phi_1),$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  — магнитные потоки, пронизывающие контур в начальном и конечном положениях.

Работа внешних сил противоположна работе сил поля:

$$A_{\text{вн}} = I(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Так как в начальном положении контур установился свободно, то момент внешних сил, действующий на контур, равен нулю. В этом положении вектор магнитного момента  $\mathbf{p}_m$  контура сонаправлен с вектором  $\mathbf{B}$  (рис. 2, а) и магнитный поток максимален ( $\alpha=0$ ,  $\cos \alpha=1$ ):  $\Phi_1 = B S$ , где  $S$  — площадь контура. В конечном положении (рис. 2, б) вектор  $\mathbf{p}_m$  контура перпендикулярен вектору  $\mathbf{B}$  ( $\alpha=\pi/2$ ,  $\cos \alpha=0$ ): и магнитный поток  $\Phi_2=0$ .

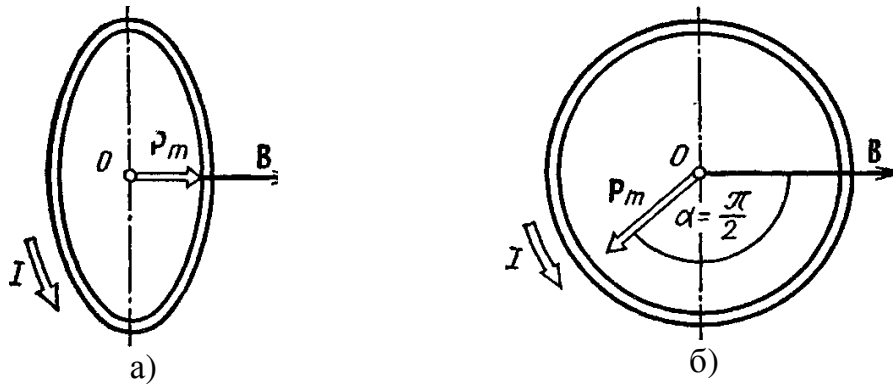


Рис. 2

Тогда работа внешних сил:

$$A_{\text{вн}} = I \Phi_1 = I B S = \frac{\pi}{4} I B d^2,$$

где  $S=\pi d^2/4$  — площадь контура.

**Проверим размерность:**

$$[A_{\text{ен}}] = A \text{ Тл м}^2 = \frac{A \text{ Н м}^2}{A \text{ м}} = \text{Н м} = \text{Дж}$$

**Произведем вычисления:**

$$A_{\text{ен}} = \frac{3,14}{4} 20 \cdot 16 \cdot 10^{-3} (0,1)^2 = 2,5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \text{ (мДж)}$$

**Пример 3.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,1$  Тл равномерно вращается рамка, содержащая  $N=1000$  витков, с частотой  $\nu=10 \text{ с}^{-1}$ . Площадь  $S$  рамки равна  $150 \text{ см}^2$ . Определить мгновенное значение ЭДС  $\mathcal{E}_i$ , соответствующее углу поворота рамки  $30^\circ$ .

**Решение.** Мгновенное значение ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$  определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея — Максвелла:

$$\mathcal{E}_i = -d\Psi/dt. \quad (1)$$

Потокоцепление  $\Psi = N \Phi$ , где  $N$  — число витков, пронизываемых магнитным потоком  $\Phi$ . Подставив выражение  $\Psi$  в формулу (1), получим

$$\mathcal{E}_i = -N d\Phi/dt \quad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий рамку в момент времени  $t$ , изменяется по закону  $\Phi = B S \cos \omega t$ , где  $B$  — магнитная индукция;  $S$  — площадь рамки;  $\omega$  — угловая частота. Подставив в формулу (2) выражение  $\Phi$  и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = N B S \omega \sin \omega t. \quad (3)$$

Угловая частота  $\omega$  связана с частотой  $\nu$  вращения соотношением  $\omega = 2\pi\nu$ . Подставив выражение  $\omega$  в формулу (3) и заменив  $\omega t$  на угол  $\alpha$ , получим

$$\mathcal{E}_i = 2\pi \nu N B S \sin \alpha \quad (4)$$

**Проверим размерность:**

$$[\mathcal{E}_i] = \text{с}^{-1} \text{ Тл м}^2 = \frac{\text{Н м}^2}{\text{А м с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

**Произведем вычисления:**

$$\mathcal{E}_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 0,1 \cdot 150 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 30^\circ = 47,1 \text{ (В)}$$

**Пример 4.** При скорости изменения силы тока  $\Delta I/\Delta t$  в соленоиде, равной 50 А/с, на его концах возникает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_i = 0,08$  В. Определить индуктивность  $L$  соленоида.

**Решение.** Индуктивность соленоида связана с ЭДС самоиндукции и скоростью изменения силы тока в его обмотке соотношением

$$\mathcal{E}_i = -\Delta\Psi/\Delta t = -\Delta(L I)/\Delta t.$$

Вынесем константу у  $L$  за знак приращения, получим

$$\mathcal{E}_i = -L \Delta I/\Delta t$$

Знак ЭДС несущественен в этой задаче, поэтому его можно опустить. Тогда индуктивность:

$$L = \frac{\mathcal{E}_i}{\Delta I/\Delta t}.$$

**Проверим размерность:**

$$[L] = \frac{B}{A/c} = \frac{B c}{A} = \text{Гн}.$$

**Произведем вычисления:**

$$L = \frac{0,08}{50} = 1,6 \cdot 10^{-3} = 1,6 \text{ (мГн)}$$

**Пример 5.** Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков медного провода диаметром  $d=0,2$  мм. Диаметр  $d_0$  соленоида равен 5 см. По соленоиду течет ток  $I=1$  А. Определить количество электричества  $Q$ , протекающее через обмотку, если концы ее замкнуть накоротко. Толщиной изоляции пренебречь.

**Решение.** Заряд  $dQ$ , который протекает по проводнику за время  $dt$  при силе тока  $I$ , определяется выражением

$$dQ = I dt.$$

Сила тока  $I$  в соленоиде выражается через его сопротивление  $R$  и ЭДС индукции:

$$I = \mathcal{E}_i / R.$$

Тогда  $dQ = (\mathcal{E}_i / R) dt$ . С другой стороны, ЭДС индукции можно выразить по закону Фарадея — Максвелла  $\mathcal{E}_i = -d\Psi/dt$ . Подставляем ЭДС в выражение для  $dQ$ :

$$dQ = -d\Psi/R.$$

Интегрируя, получаем:



$$Q = -(\Psi_2 - \Psi_1)/R. \quad (1)$$

Потокоцепление  $\Psi$  пропорционально силе тока в соленоиде. Тогда  $\Psi_1 = L I$ , а  $\Psi_2 = 0$ , так как в момент времени, соответствующий  $\Psi_2$ , сила тока равна нулю. Следовательно, количество заряда

$$Q = I L/R.$$

Индуктивность соленоида:

$$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 \frac{N^2}{l_0^2} S_0 l_0 = \frac{\mu_0 N^2 S_0}{l_0} = \frac{\pi d_0^2 \mu_0 N^2}{4 l_0},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $n = N/l_0$  – число витков на единицу длины соленоида,  $V = S_0 l_0$  – объем соленоида,  $S_0 = \pi d_0^2/4$  – площадь соленоида,  $l_0$  – длина соленоида,  $d_0$  – диаметр соленоида.

Сопротивление обмотки соленоида:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление провода;  $l$  — длина провода;  $S$  — площадь сечения провода;  $d$  — диаметр провода. Подставив найденные выражения  $L$  и  $R$  в формулу для  $Q$ , получим

$$Q = I \frac{L}{R} = I \frac{\mu_0 N^2 \pi^2 d_0 d}{16 l_0 l \rho}.$$

Заметим, что длина провода  $l$  может быть выражена через диаметр  $d_0$  соленоида соотношением  $l = \pi d_0 N$ , а  $l_0/N$  – диаметр провода. Тогда выражению для  $Q$  можно придать вид

$$Q = \frac{\pi \mu_0}{16 \rho} d d_0 I.$$

**Проверим размерность:**

$$[Q] = \frac{\text{Гн м}^2 \text{ А}}{\text{м Ом м}} = \frac{\text{В с А}}{\text{Ом А}} = \text{А с} = \text{Кл}.$$

**Произведем вычисления:**

$$Q = \frac{3,14 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}}{16 \cdot 0,0172} \cdot 0,2 \cdot 50 = 1,44 \cdot 10^{-4} = 144 \text{ (мкКл)}$$

## Типичные задачи для решения на практическом занятии:

1. Рамка площадью  $150 \text{ см}^2$  вращается с угловой скоростью  $15 \text{ рад/с}$  в магнитном поле индукцией  $0,8 \text{ Тл}$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $30^\circ$  с направлением силовых линий магнитного поля. Найти максимальное значение ЭДС.
2. Определить силу тока, при которой в соленоиде длиной  $50 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $2 \text{ см}^2$ , если индуктивность его равна  $20 \text{ мГн}$  и объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна  $1 \text{ мДж/м}^3$ .
3. Две катушки имеют взаимную индуктивность  $5 \text{ мГн}$ . В первой катушке сила тока меняется по закону  $I = I_0 \sin \omega t$ , где  $I_0 = 10 \text{ А}$ ,  $\omega = 2\pi/T$  и  $T = 0,02 \text{ с}$ . Найти зависимость от времени ЭДС, индуцируемой во второй катушке и максимальное значение этой ЭДС.
4. Найти магнитную проницаемость сердечника соленоида длиной  $50 \text{ см}$ , сечением  $10 \text{ см}^2$ , имеющего  $400$  витков на единицу длины, если при токе в обмотке соленоида  $5 \text{ А}$  магнитный поток в сердечнике равен  $1,6 \text{ мВб}$ .
5. Проволочное кольцо радиусом  $10 \text{ см}$  лежит на столе. Определить количество электричества, которое протечет по кольцу при повороте кольца на  $180^\circ$ . Сопротивление кольца  $1 \text{ Ом}$  и вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна  $50 \text{ мкТл}$ . Ответ:  $3,14 \text{ мкКл}$
6. Определить среднюю ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке, индуктивность которой  $0,03 \text{ мГн}$ , если при замыкании цепи ток в катушке изменяется за  $120 \text{ мкс}$  от  $0,6 \text{ А}$  до  $0$ .

Учебное издание

ЕВДОКИМОВ Кирилл Евгеньевич

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Методические указания к выполнению практических заданий  
для студентов всех специальностей

Подписано к печати \_\_. \_\_. 11. Формат 60x84/16. Бумага «Классика».


Печать RISO. Усл.печ.л. 1,86. Уч.-изд.л. 1,68.

Заказ . Тираж 50 экз.



Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2000



ИЗДАТЕЛЬСТВО  тпу. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.

