

Лекция 7. Гипотеза де Бройля. Волновые свойства микрочастиц

1 Гипотеза де Бройля

Дуализм «волны-частицы» был установлен прежде всего при изучении природы света. В 1924 г. де Бройль выдвинул гипотезу, которая расширила рамки этого дуализма.

Гипотеза де Бройля. Все материальные частицы обладают не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. То есть корпускулярно-волновой дуализм универсален и является свойством как материи (микрочастиц), так и взаимодействия (излучения).

Де Бройль перенес на случай материальных частиц правила перехода от одной картины к другой, применяемые для излучения. Характеристиками частицы являются энергия E и импульс p . Характеристиками волны являются частота ω и длина волны λ (или волновой вектор $\mathbf{k}$, связанный с длиной волны $k = 2\pi/\lambda$). Связь между этими величинами устанавливается соотношениями:

$$E = \hbar\omega, \quad (1)$$

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} \mathbf{e}_p = \frac{h}{\lambda} \mathbf{e}_p, \quad (2)$$

где $\hbar = h/2\pi = 1,055 \cdot 10^{-27}$ эрг – постоянная Планка, $\mathbf{e}_p$ – единичный вектор сонаправленный импульсу.

Вычислим скорость распространения волн де Бройля. Фазовая скорость волны – это скорость, с которой движутся точки волны с одинаковой фазой:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}, \quad (3)$$

где были использованы релятивистские выражения для энергии и импульса, m – релятивистская масса. Так как $v < c$, то фазовая скорость волн де Бройля всегда больше скорости света. Однако это не является противоречием с теорией относительности, так как фазовая скорость не характеризует ни скорости передачи информации, ни скорости перемещения энергии, и может быть как больше, так и меньше c .

Групповая скорость характеризует скорость, с которой волна переносит энергию. Ее можно найти по формуле:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}. \quad (4)$$

Найдем dE/dp . Изменение энергии dE частицы, движущейся под действием силы $\mathbf{F}$ на пути ds , равно $dE = \mathbf{F}ds$, но $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, следовательно

$$dE = \frac{d\mathbf{p}}{dt} ds = d\mathbf{p} \frac{ds}{dt} = \mathbf{v}d\mathbf{p} = vdp, \quad (5)$$

где было использовано то, что скорость и импульс сонаправлены. Подставляем в (4) и получаем групповую скорость волны де Бройля

$$v_g = \frac{dE}{dp} = \frac{v dp}{dp} = v. \quad (6)$$

То есть групповая скорость волны де Бройля равна скорости частицы.

Рассмотрим еще одно свойство волн де Бройля. В теории Бора для атома водорода условиями для выделения стационарных орбит являются правила квантования. Для круговой орбиты они записываются следующим образом:

$$L_z = \mu v_n r_n = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad (7)$$

где v_n – скорость электрона на n -ой орбите, r_n – радиус n -ой орбиты, μ – приведенная масса. Выразим скорость через импульс $\mu v_n = p_n$ и учтем соотношение между импульсом и длиной волны де Бройля (2):

$$\mu v_n r_n = p_n r_n = \frac{2\pi\hbar}{\lambda_n} r_n = n\hbar. \quad (8)$$

Откуда

$$2\pi r_n = n\lambda_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

то есть на стационарной боровской орбите укладывается целое число длин волн де Бройля.

Оценим, какую длину волны де Бройля будет иметь электрон с энергией 100 эВ (то есть прошедший разность потенциалов в 100 В):

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{2 \cdot 0,911 \cdot 10^{-27} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}}} = 1,23 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 1,23 \text{ \AA}, \quad (10)$$

где было использовано классическая связь импульса и энергии в силу малости скорости. Длина волны для такого электрона получается порядка длин волн для рентгеновского излучения. Это позволило использовать для исследования волновых свойств электронов те же методы, что и для рентгеновских лучей, то есть интерференцией в кристаллической решетке.

2 Опыты Дэвисона и Джермера

Одним из методов исследования интерференции рентгеновских лучей является метод Вульфа-Брэгга. Рентгеновские лучи падают на поверхность кристалла под углом. Отражение лучей от кристалла возможно только если этот угол удовлетворяет условию Вульфа-Брэгга:

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

где d – постоянная решетки, θ – угол между направлением распространения лучей и поверхностью кристалла, λ – длина волны падающих лучей (рис. 1).

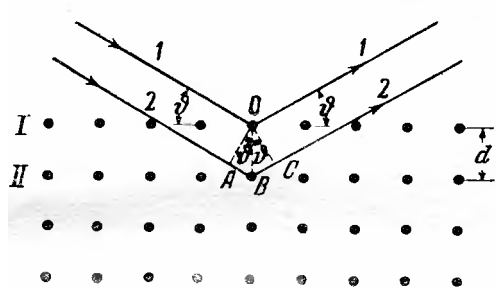


Рис. 1 Интерференционное отражение Вульфа-Брэгга

Дэвисон и Джермер провели аналогичные опыты для электронов. Схема опыта показана на рис. 2. Параллельный пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов U в электронной пушке, направлялся на кристалл, отраженные электроны собирались коллектором K , соединенным с гальванометром. Можно было регулировать как ускоряющее напряжение U (то есть энергию и следовательно длину волны электронов), так и угол установки коллектора относительно падающего пучка.

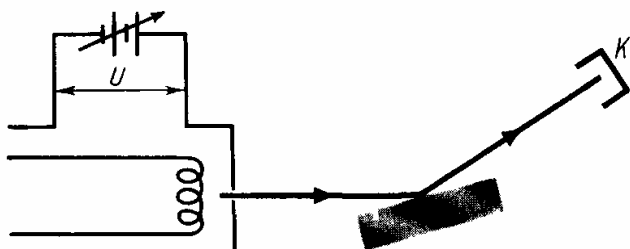


Рис. 2 Схема опыта Дэвисона и Джермера

Дэвисоном и Джермером была получена следующая зависимость интенсивности отраженного пучка электронов от ускоряющего напряжения, приведенная на рис. 3.

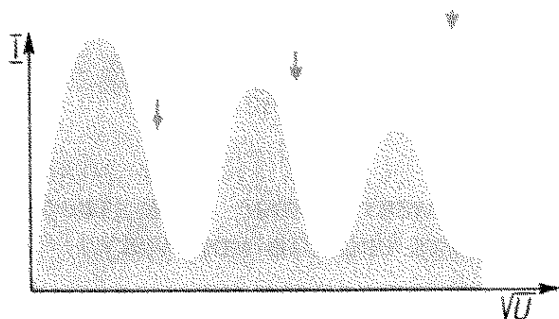


Рис. 3 Зависимость интенсивности отраженного пучка электронов от ускоряющего напряжения

Зависимость представляла из себя кривую с рядом максимумов. Получим условие для максимума интенсивности отраженного пучка электронов. Длина волны де Бройля связана с энергией соотношением (10), учтем связь энергии электрона с ускоряющим напряжением $E = eU$ и получим

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU}}. \quad (12)$$

Подставим (12) в формулу Вульфа-Брэгга (11):

$$2d \sin \theta = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2meU_k}} k, \quad (13)$$

где U_k – значение ускоряющего напряжения, соответствующее k -му максимуму. Выражение (13) можно переписать в следующем виде:

$$\sqrt{U_k} = \left(\frac{\pi \hbar}{d \sin \theta \sqrt{2me}} \right) k = \text{const} \cdot k, \quad (14)$$

то есть должна наблюдаться последовательность максимумов отражения и эти максимумы должны отстоять друг от друга на равном расстоянии, при условии, что по оси абсцисс отложена величина $\sqrt{U}$.

В эксперименте характер зависимости подтвердился (рис. 3). Тем не менее было обнаружено некоторое расхождение между положением начальных максимумов по теории, причем это расхождение сходило на нет с ростом энергии электронов. Это расхождение впоследствии было объяснено тем, что при выводе формулы Вульфа-Брэгга не учитывался показатель преломления в среде. Для низкоэнергетических электронов он оказался отличным от 1. Учет показателя преломления привел в полное соответствие теорию и эксперимент.

Результаты опытов Дэвисона и Джермера получили объяснение как проявление волновой природы электронов и дали количественное подтверждение справедливости формул де Бройля.

3 Опыты Томсона и Тартаковского

Другим способом изучения интерференции рентгеновских лучей является метод Дебая-Шерера. Если тонкий пучок рентгеновских лучей пропустить сквозь мелкокристаллический порошок или тонкую металлическую пластинку, которая является поликристаллом – агрегатом микрокристаллов, то среди них всегда найдутся такие, которые расположены к падающему пучку под углом, удовлетворяющим соотношению Вульфа-Брэгга. От таких кристалликов рентгеновские лучи испытывают отражение, причем все отраженные лучи для данного значения θ в формуле Вульфа-Брэгга пойдут по поверхности конуса. Поставив на пути рассеянных лучей фотопластинку, перпендикулярную направлению первичного пучка, получим на ней ряд интерференционных колец.

Томсон и Тартаковский независимо друг от друга провели аналогичные опыты с электронными пучками (рис. 4).

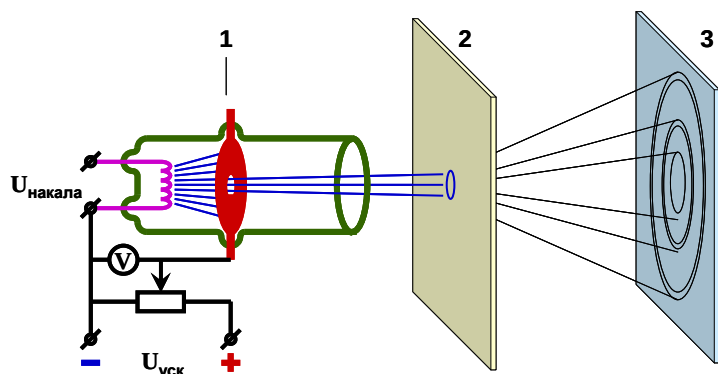


Рис. 4 Схема опытов Томсона и Тартаковского: 1 – источник электронов, 2 – металлическая фольга, 3 – фотопластинка

Томсон работал с быстрыми электронами (17,5 – 56,5 кэВ), Тартаковский – со сравнительно медленными (до 1,7 кэВ). Характерный вид электронограмм приведен на рис. 5, 6. Получаются типичные интерференционные кольца. Возникает вопрос: чем порождается интерференционная картина электронами или вторичными рентгеновскими лучами, возникающими при падении на пучка электронов на металлический лист? Томсон очень простым способом показал, что кольца образуются рассеянными электронами: при включении магнитного поля в промежутке между листком металла и фотопластинкой интерференционная картина смещалась и искажалась. В случае рентгеновских лучей такого не происходило бы.

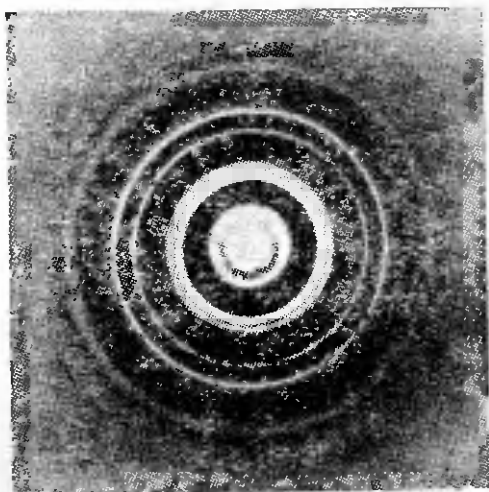


Рис. 5 Электронограмма тонких листков золота

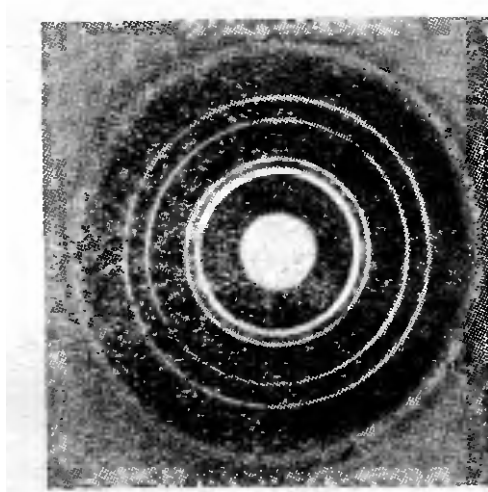


Рис. 6 Электронограмма тонких листков меди

Зная радиусы колец можно, как и в опыте Дэвисона и Джермера, проверить справедливость формул де Бройля. Такой анализ был проведен и формулы де Бройля были полностью подтверждены.

4 Опыты Бибермана, Сушкина и Фабриканта и опыты Яноши и Бергера

Описанные выше опыты проводились с пучками частиц. Поэтому возникает вопрос: являются ли наблюдаемые волновые явления выражением свойств пучка частиц или свойств отдельных частиц?

Для выяснения этого вопроса Биберманом, Сушкиным и Фабрикантом в 1949 г были поставлены специальные опыты по дифракции электронов в условиях, исключающих взаимодействие дифрагирующих электронов между собой. Электроны направлялись на кристалл с очень малой интенсивностью. Благодаря этому в кристалле не могло дифрагировать более одного электрона и исключалась возможность взаимодействия между ними в качестве причины дифракции.

Аналогичные опыты, но с рентгеновскими лучами проводились в 1954 г. Яноши и Бергером.

Каждый отдельный электрон или фотон оставлял на фотопластинке черную точку (при этом проявляются корпускулярные свойства) (рис. 7а). После длительного облучения потоком электронов или фотонов эти точки выстраиваются в дифракционные кольца (рис. 7б). Таким образом, на экране проявляются корпускулярные свойства частиц, а на дифракционном приборе (фольге или кристалле) проявляются волновые свойства.



Рис. 7 Схематичное изображение результатов опытов Бибермана, Сушкина и Фабриканта

Дифракционная картина при «индивидуальной» дифракции электронов и фотонов оказалась идентичной картине дифракции от обычных пучков. Результаты опытов доказывают, что волновыми свойствами обладает индивидуальная частица. Причем связь между волнами и частицами может быть истолкована только статистически: квадрат амплитуды волны в данном месте, соответствующий ее интенсивности, есть мера *плотности вероятности* найти частицу в этом месте.