

Лекция 6. Квантовые свойства излучения

1 Гипотеза Планка. Фотоны

В конце XIX века после открытия Максвеллом системы уравнений окончательно победила волновая электромагнитная теория света. Тем не менее, к началу XX века появились экспериментальные факты, которые волновая теория не могла объяснить: 1) законы излучения абсолютно черного тела; 2) законы фотоэффекта.

Излучение абсолютно черного тела. Рассмотрим *излучательную способность* $f(\omega, T)$ – спектральную плотность энергии света, излучаемую с единицы поверхности тела в единицу времени. В 1900 г. Рэлей и Джинс исходя из термодинамической гипотезы о равнораспределении энергии по степеням свободы получили следующую формулу

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT, \quad (1)$$

где ω – циклическая частота излучения, c – скорость света в вакууме, k – постоянная Больцмана, T – температура. В 1896 г. Вин исходя из распределения Больцмана получил другую формулу для излучательной способности:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\frac{\hbar \omega}{kT}}, \quad (2)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка дана в современных обозначения. Формулы (1) и (2) не могли описать всю совокупность экспериментальных данных и согласовывались с экспериментом каждая в своей области спектра излучения: формула Рэля-Джинса – в области малых частот, формула Вина – в области больших частот. Планк в 1900 г. предложил формулу для излучательной способности, которая при малых частотах переходила в формулу Рэля-Джинса, а при больших – в формулу Вина (рис. 1):

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}. \quad (3)$$

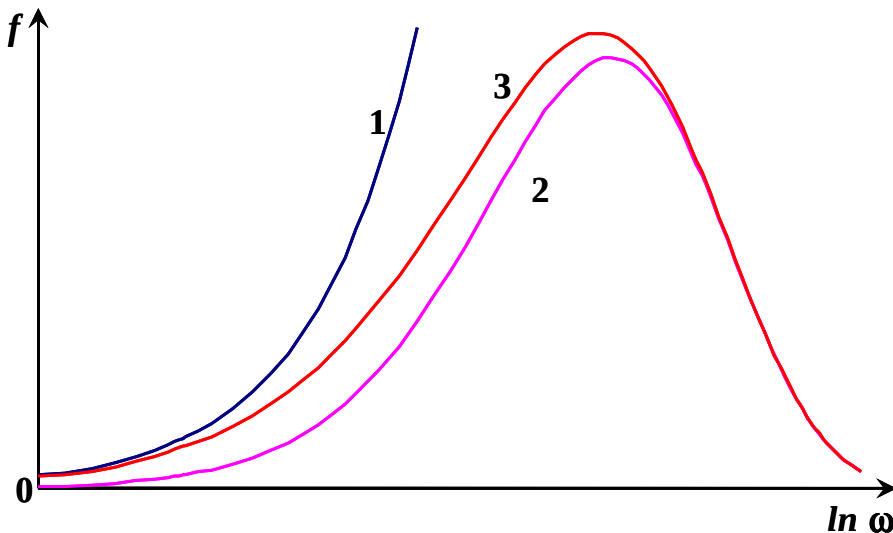


Рис. 1 Зависимость излучательной способности f от $\ln \omega$: 1 – формула Рэля-Джинса, 2 – формула Вина, 3 – формула Планка.

Формула Планка дала блестящее согласие с экспериментом. Планк далее теоретически получил формулу (3), исходя из следующей гипотезы.

Гипотеза Планка. Электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии ε (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = \hbar \omega. \quad (4)$$

Планк высказал свою гипотезу применительно к излучению линейных осцилляторов в твердом теле, излучающих при нагревании тела.

В 1905 г. Эйнштейн обобщил гипотезу Планка на все явления испускания, поглощения и распространения света и ввел понятие **фотона** – частицы электромагнитного поля. Рассмотрим основные характеристики этой частицы.

Энергия фотона линейно зависит от частоты:

$$E_\gamma = \hbar \omega. \quad (5)$$

С другой стороны, согласно специальной теории относительности $E_\gamma = m_\gamma c^2$, где m_γ – релятивистская масса фотона. Следовательно масса фотона

$$m_\gamma = \hbar \omega / c^2. \quad (6)$$

Импульс фотона

$$\mathbf{p}_\gamma = m_\gamma c \mathbf{e}_\gamma = \hbar \omega \mathbf{e}_\gamma / c = \hbar \mathbf{k}, \quad (7)$$

где $\mathbf{e}_\gamma$ – единичный вектор, направленный по направлению движения фотона, $k = \omega/c$ – волновое число; $\mathbf{k} = k \mathbf{e}_\gamma$ – волновой вектор. В формулах (5), (7) слева стоят характеристики частицы (энергия, импульс), а справа – характеристики волны (частота, волновой вектор). Это следствие **корпускулярно-волновой двойственности фотонов**.

Каждый объект (прежде всего микрочастицы) имеет противоречивый набор свойств: **волновые** (объект ведет себя как волна) и **корпускулярные** (объект ведет себя как частица). Эти свойства не могут проявляться одновременно. Например, к волновым относят *интерференцию*, *дифракцию*. К корпускулярным – *фотоэффект*, *эффект Комптона*, *эффект Мёссбауэра*.

2 Фотоэффект

Фотоэффектом называют явление испускания электронов веществом под действием света. Это явление было открыто в 1887 г. Г. Герцем и подробно изучено в работах А. Столетова, В. Гальвакса, П. Ленарда и др. Схема установки для исследования фотоэффекта приведена на рис. 2. Электрода катод K и анод A находятся в вакуумированном баллоне. Свет через кварцевое окно $Kв$ попадает в на катод K , изготовленный из исследуемого вещества. Электроны, испущенные катодом K , перемещаются под действием электрического поля к аноду A . В результате в цепи прибора течет ток, измеряемый гальванометром G . Напряжение между анодом и катодом можно регулировать с помощью потенциометра P .

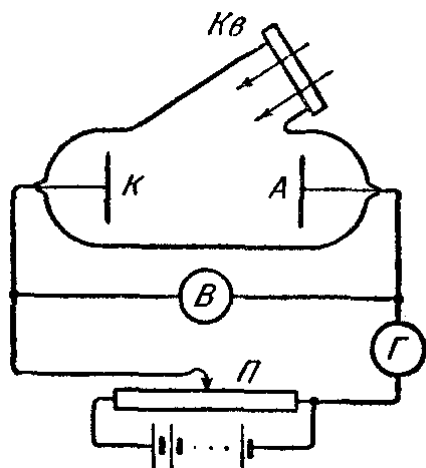


Рис. 2 Схема установки для исследования фотоэффекта

Характерная вольт-амперная характеристика – зависимость фототока от анодного напряжения – приведена на рис. 3. Фототок не равен нулю при нулевом анодном напряжении. Отрицательное напряжение U_3 , при котором фототок исчезает, называется *задерживающим*. При росте анодного напряжения фототок достигает значения насыщения i_n и далее не растет.

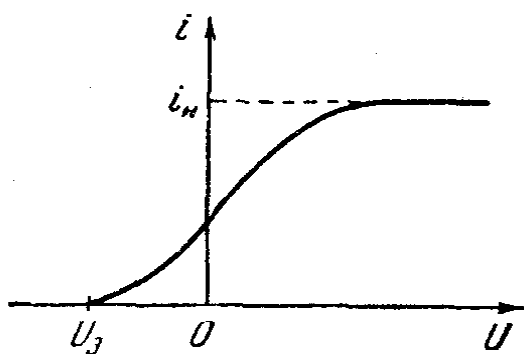


Рис. 3 Вольт-амперная характеристика фотоэффекта – зависимость фототока i от анодного напряжения U

Анализ экспериментальных фактов позволил сформулировать следующие **законы фотоэффекта**.

- 1) Существует граничная частота света $\omega_{кр}$ – красная граница фотоэффекта – ниже которой для данного материала фотоэффект отсутствует, независимо от плотности светового потока.
- 2) Электроны покидают поверхность с энергиями от нуля до максимальной E_{max} , которая не зависит от плотности светового потока и линейно зависит от частоты.
- 3) При фиксированной частоте излучения число электронов, выбитых из катода в единицу времени, прямо пропорционально плотности светового потока.

Законы фотоэффекта находятся в резком противоречии с классической волновой теорией света. И если качественно явление фотоэффекта еще объяснимо с позиций классической теории, то объяснить количественные законы невозможно.

В 1905 г. Эйнштейн предположил, что при взаимодействии с веществом свет можно рассматривать как поток фотонов. Фотон, столкнувшись с электроном в металле, поглощается и передает электрону всю свою энергию. Если электрон поглотил фотон в глубине металла, то часть этой энергии он потратит на случайные столкновения в веществе. Другая часть энергии, равная *работе выхода*, тратится на преодоление сил удерживающих электрон в веществе. Остаток

энергии образует кинетическую энергию электрона. Эта энергия максимальна, если электрон не теряет энергию на случайные столкновения. Следовательно, для электрона должно выполняться соотношение:

$$\hbar\omega = A + E_{\max}, \quad (8)$$

где $\hbar\omega$ – энергия фотона, A – работа выхода. Выражение (8) называется **уравнением Эйнштейна**. Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить все законы фотоэффекта.

- 1) При частоте света меньшей $\omega_{кр} = A/\hbar$, электрон не может преодолеть силы, удерживающие его в веществе, следовательно фотоэффект не наблюдается.
- 2) Линейная зависимость $E_{\max}$ от частоты прямо следует из (8).
- 3) Плотность светового потока энергии прямо пропорциональна плотности потока фотонов (число фотонов, проходящих через единицу площади за единицу времени). Число выбитых электронов прямо пропорционально числу фотонов.

3 Эффект Комптона

В 1923 г. А. Комpton, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ , содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалось не зависящей от первоначальной длины волны λ и природы рассеивающего вещества.

Схема опыта Комптона приведена на рис. 4.

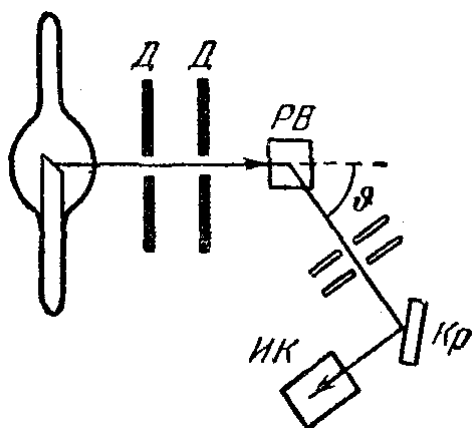


Рис. 4 Схема опыта Комптона

Выделяемый диафрагмами $Д$ узкий пучком монохроматического (характеристического) рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество $РВ$. Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла $Кр$ и ионизационной камеры $ИК$. Характерные результаты опытов приведены на рис. 5

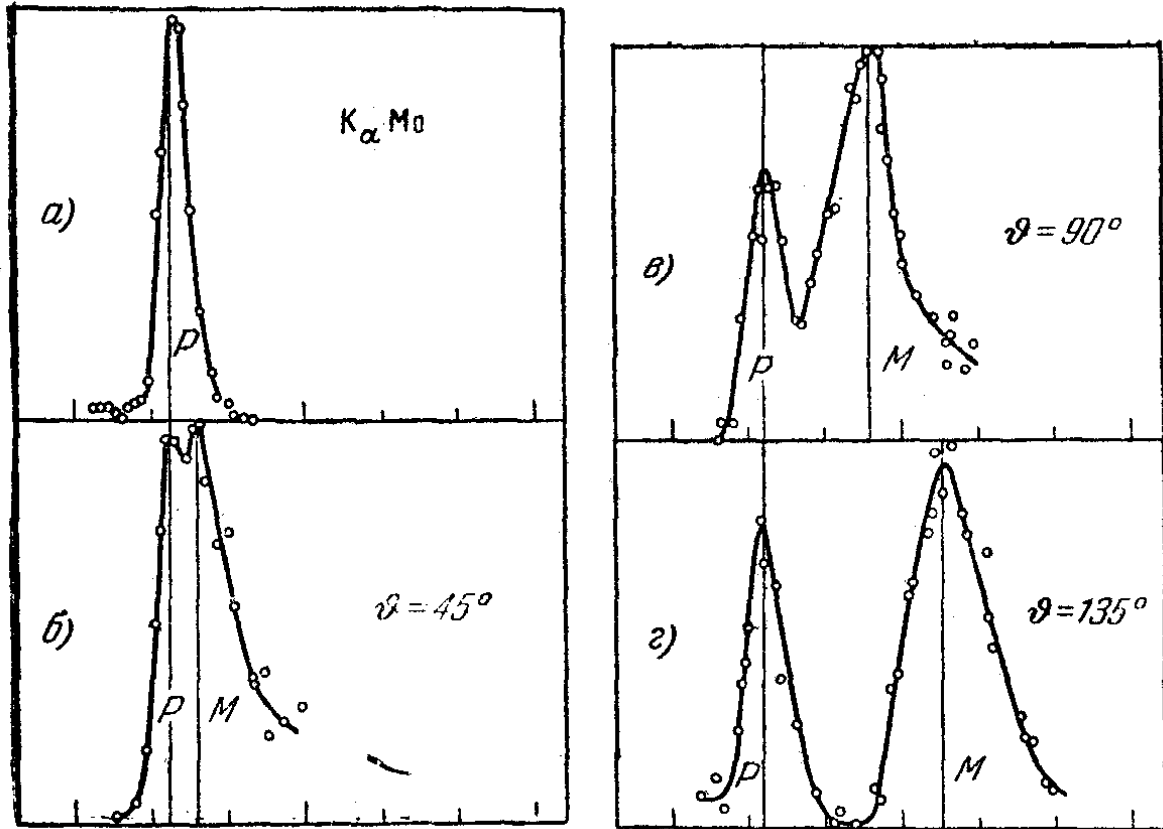


Рис. 5 Результаты опыта Комптона. По оси абсцисс отложена интенсивность излучения, по оси ординат – длина волны. Кривая а) соответствует первичному излучению, кривые б), в), г) соответствуют разным углам рассеяния

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, если рассмотреть процесс рассеяния рентгеновский лучей на веществе как упругое столкновение фотонов с первоначально покоившимися (практически) свободными электронами.

Рассмотрим столкновение фотона с частотой ω с первоначально покоившимся электроном. Запишем закон сохранения энергии:

$$E_{\gamma} + E_e = E'_{\gamma} + E'_e, \quad (9)$$

где E_{γ} , E_e – энергии фотона и электрона до столкновения, E'_{γ} , E'_e – энергии частиц после столкновения. Энергия фотона связана с частотой соотношением:

$$E_{\gamma} = \hbar\omega, \quad E'_{\gamma} = \hbar\omega'. \quad (10)$$

Полная энергия электрона до и после столкновения запишется следующим образом:

$$E_e = m_e c^2, \quad E'_e = m_e c^2 + T_e, \quad (11)$$

где m_e – масса покоя электрона, T_e – кинетическая энергия электрона после столкновения.

С учетом этих соотношений, закон сохранения энергии (9) можно переписать в следующем виде:

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + T_e. \quad (12)$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$\mathbf{p}_{\gamma} = \mathbf{p}'_{\gamma} + \mathbf{p}_e, \quad (13)$$

где $\mathbf{p}_\gamma$, $\mathbf{p}'_\gamma$ – импульсы фотона до и после столкновения, $\mathbf{p}_e$ – импульс электрона после столкновения, а импульс электрона до столкновения равен нулю. Импульсная диаграмма приведена на рис. 6,

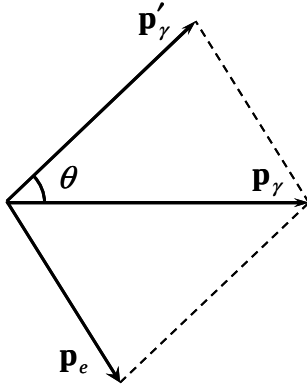


Рис. 6 Импульсная диаграмма при столкновении электрона и фотона

Для того, чтобы получить в явном виде угол θ , выразим импульс электрона:

$$\mathbf{p}_e = \mathbf{p}_\gamma - \mathbf{p}'_\gamma. \quad (14)$$

Возведем (14) в квадрат:

$$p_e^2 = p_\gamma^2 + p'^2_\gamma - 2p_\gamma p'_\gamma \cos \theta. \quad (15)$$

Импульс фотона связан с частотой соотношением:

$$p_\gamma = \hbar\omega/c, \quad p'_\gamma = \hbar\omega'/c. \quad (16)$$

Импульс электрона связан с кинетической энергией известным соотношением специальной теории относительности:

$$p_e^2 c^2 = T_e (T_e + 2m_e c^2) = T_e^2 + 2T_e m_e c^2. \quad (17)$$

Домножим (15) на c^2 и учтем (16) и (17):

$$T_e^2 + 2T_e m_e c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar^2 \omega \omega' \cos \theta. \quad (18)$$

Выразим T_e из (12) и подставим в (18):

$$(\hbar\omega - \hbar\omega')^2 + 2(\hbar\omega - \hbar\omega')m_e c^2 = \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2 \omega'^2 - 2\hbar^2 \omega \omega' \cos \theta. \quad (19)$$

Раскроем скобки и поделим все на $\hbar$:

$$\omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' + 2(\omega - \omega')\frac{m_e c^2}{\hbar} = \omega^2 + \omega'^2 - 2\omega\omega' \cos \theta. \quad (20)$$

Приведем подобные и перенесем члены с $\omega\omega'$ в одну часть уравнения:

$$(\omega - \omega')\frac{m_e c^2}{\hbar} = \omega\omega'(1 - \cos \theta). \quad (21)$$

Откуда получим:

$$\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega} = \frac{\hbar}{m_e c^2} (1 - \cos \theta). \quad (22)$$

Циклическая частота связана с длиной волны соотношением:

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}. \quad (23)$$

Перепишем (22) с учетом этого соотношения:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar c}{m_e c^2} (1 - \cos \theta). \quad (24)$$

Получим окончательно **формулу Комптона** для угла рассеяния:

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \Lambda(1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (25)$$

где $\Lambda = 2\pi\hbar/(m_e c) = 2,42 \cdot 10^{-10}$ см – длина волны Комптона.

Формула (25), связывающая угол рассеяния и изменение длины волны полностью согласуется экспериментальными результатами Комптона.

В экспериментах (рис. 5) наряду с излучением с длиной волны λ' , наблюдается также излучение с первоначальной длины волны λ . Это связано с тем, что не все электроны в атоме могут считаться свободными относительно падающего рентгеновского излучения. Если энергия фотона много больше энергии связи электрона, то электрон может считаться свободным и при рассеянии длина волны фотона изменится на $\Delta\lambda$. Если энергия связи электрона больше энергии, которую может ему передать фотон при столкновении, то рассеяние происходит без изменения длины волны.

4 Опыт Боте

Согласно гипотезе Эйнштейна, свет не только испускается и поглощается квантами, но и распространяется в виде квантов. Наиболее непосредственным подтверждением этой гипотезы стал опыт Боте. Схема опыта приведена на рис. 7.

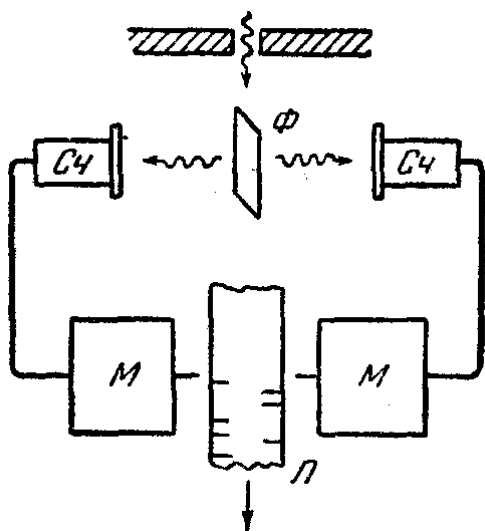


Рис. 7 Схема опыта Боте

Пучок рентгеновских лучей малой интенсивности падал на тонкую металлическую фольгу Φ . Фольга под действием рентгеновского излучения сама становилась источником рентгеновских лучей. Это явление называется *рентгеновской люминесценцией*. Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов света, излученных фольгой было невелико. Далее,

вторичные кванты попадали на два счетчика *Сч*. Счетчики были связаны с механизмами *М*, которые делали отметку на ленте *Л* при попадании в соответствующий счетчик кванта света.

Исходя из волновых представлений, вторичное излучение должно распространяться в виде сферической волны, счетчики должны срабатывать одновременно и на ленте должна быть последовательность рисок, расположенных одна напротив другой.

В действительности же последовательность рисок получилась хаотической. Это можно объяснить только тем, что вторичное излучение возникает в виде отдельных частиц, летящих то в одном, то в другом направлении.

5 Эффект Мёссбауэра

В оптике известно явление, называемое *резонансное поглощение*. Оно заключается в том, что атомы могут с особенно большой вероятностью поглощать свет такой частоты, которая соответствует разности энергий между основным и первым возбужденным состоянием. Поглотив свет такой частоты, атом переходит в возбужденное состояние и через определенный промежуток времени ($\tau \sim 10^{-7} - 10^{-8}$ с) вновь испускает фотон *той же самой частоты*.

Ядра атомов также имеют квантовые уровни энергии и переходы между этими уровнями также ведут к поглощению или излучению квантов электромагнитного излучения очень высокой частоты – γ -излучения (рис.).

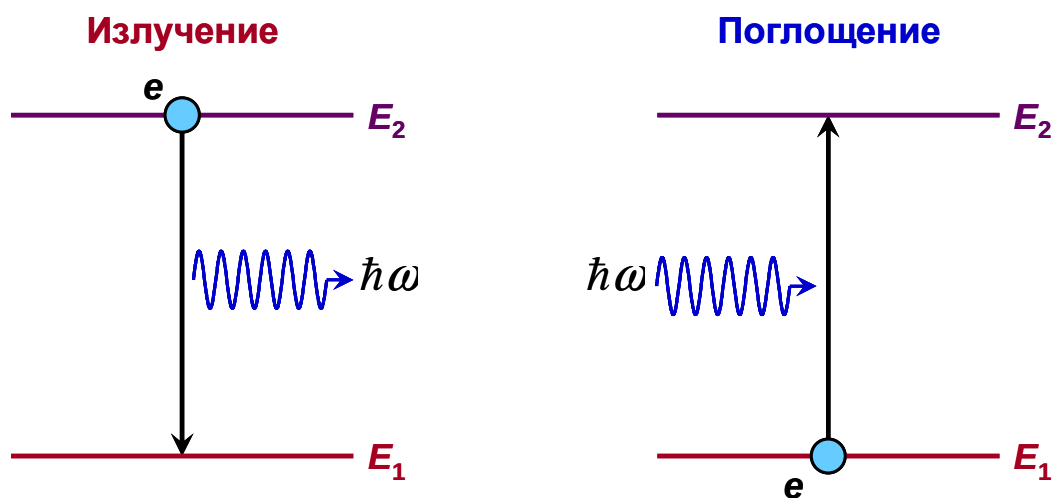


Рис. 8 Излучение и поглощение фотонов при квантовых переходах

Однако попытки осуществить с γ -лучами резонансное поглощение долгое время были неудачными. Причина состояла в том, что энергия и импульс γ -кванта достаточно велики и необходимо принимать их во внимание. Действительно, рассмотрим излучение фотона ядром атома при переходе из возбужденного состояния E_2 в основное E_1 . Запишем закон сохранения энергии:

$$E_2 = \hbar\omega_e + E_r + E_1, \quad (26)$$

где ω_e – циклическая частота испущенного фотона, E_r – энергия отдачи ядра. Запишем также закон сохранения импульса:

$$0 = \frac{\hbar\omega_0}{c} - p_r, \quad (27)$$

где слева стоит нуль, так как ядро до акт испускания фотона покоилось, справа $\hbar\omega_0/c \equiv \hbar\omega_e/c$ – импульс фотона (7), p_r – импульс отдачи ядра, $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ – циклическая частота испущенного фотона без учета отдачи. Принимая во внимание связь импульса и энергии (скорости достаточно малы, значить можно пользоваться классическим формулами) $E_r = p_r^2/2m_z$, где m_z – масса ядра, получаем выражение для энергии отдачи:

$$E_r = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{2m_z c^2}. \quad (28)$$

Тогда энергия испущенного фотона:

$$\hbar\omega_e = \hbar\omega_0 - E_r. \quad (29)$$

Рассмотрим поглощение ядром фотона. Аналогичные выкладки дают энергию поглощенного фотона:

$$\hbar\omega_a = \hbar\omega_0 + E_r. \quad (30)$$

Таким образом, линии испускания и поглощения смещены друг относительно друга на $\Delta\omega$:

$$\hbar\Delta\omega = \hbar\omega_a - \hbar\omega_e = 2E_r = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{m_z c^2}. \quad (31)$$

То есть, система-излучатель и система-поглотитель расстроены на удвоенную энергию отдачи. Для γ -лучей эта энергия больше, чем ширина спектральных линий, следовательно резонансное излучение маловероятно (рис. 9).

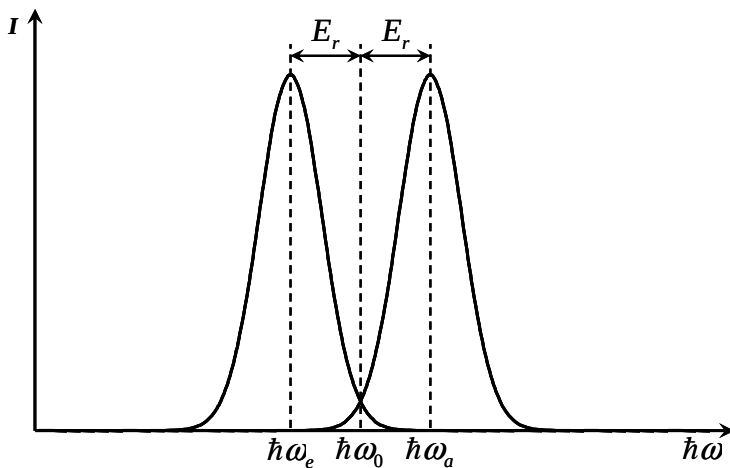


Рис. 9 Положение и форма линий испускания и поглощения γ -лучей

Чтобы улучшить перекрытие обеих кривых и тем самым сделать доступным наблюдению резонансное поглощение, было предложено и с успехом использовано смещение частоты линии испускания вследствие эффекта Допплера. Схема опыта приведена на рис. 10.

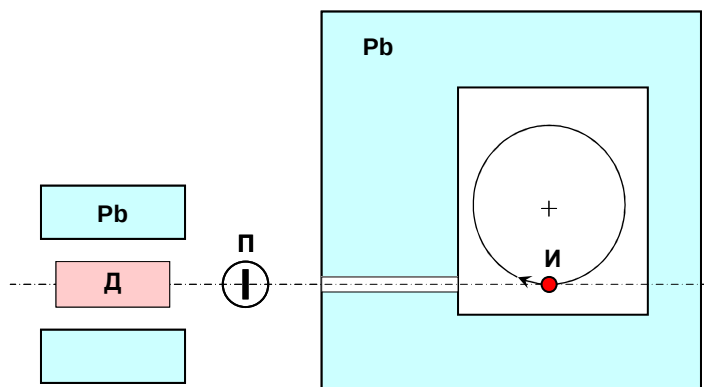


Рис. 10 Схема опыта по наблюдению резонансного поглощения γ -лучей

Здесь И – источник γ -лучей, укрепленный на роторе центрифуги. В нижней части траектории γ -лучи источника могут выходить наружу из защитного ящика Рб. Далее излучение проходит через поглотитель П из того же материала, что и источник. Число γ -квантов подсчитывалось счетчиком Д. Если менять скорость вращения центрифуги, то меняется и частота излучения вследствие эффекта Доплера. Чем ближе частоты излучения и поглощения, тем меньше фотонов доходят до счетчика. Таким образом удалось обнаружить резонансное поглощение γ -лучей.

В 1957 г. Мёссбауэр проводил эксперименты по схеме, показанной на рис. 10 с изотопами иридия и железа. Предполагалось, что кривая зависимость числа фотонов от скорости движения источника будет иметь минимум при некоторой скорости, соответствующей сдвигу линий излучения и поглощения вследствие ненулевой энергии отдачи (кривая 1 на рис. 11). Однако была получена кривая с минимумом при $v = 0$ (кривая 2 на рис. 11).

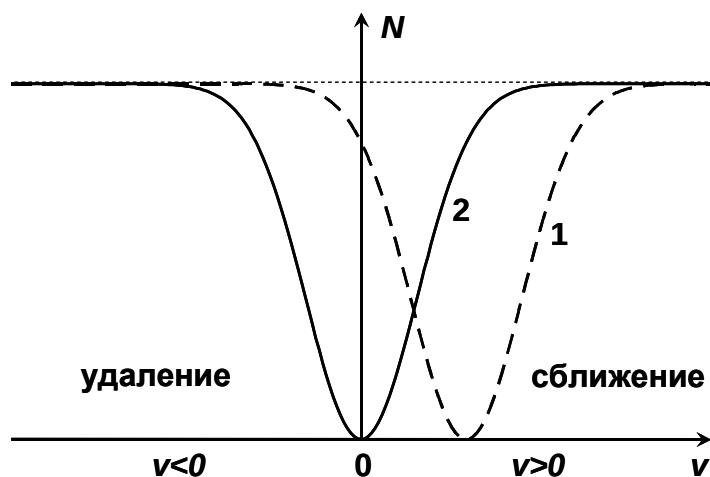


Рис. 11 Кривая зависимость числа фотонов от скорости движения источника в опыте Мёссбауэра. Кривая 1 соответствует предполагаемой зависимости для резонансного поглощения γ -лучей. Кривая 2 соответствует эффекту Мёссбауэра

Такой ход кривой свидетельствует о том, что резонансное поглощение происходит *без отдачи*. То есть энергия отдачи равна нулю $E_r = 0$. Так может происходить потому, что возбужденное ядро входит в состав кристаллической решетки, атомы которой совершают колебания около положения равновесия, то есть являются осцилляторами. В том случае, если энергия отдачи, обусловленная излучением или поглощением меньше энергии осциллятора решетки, то переходы в ядре не будут сопровождаться передачей энергии осцилляторам решетки, то есть происходят без отдачи.

Таким образом, **эффект Мёссбауэра** – это резонансное поглощение, при котором энергию отдачи принимает не одно ядро, а вся кристаллическая решетка.