

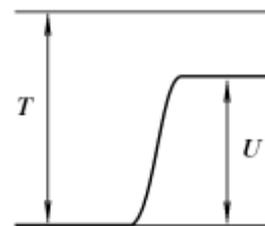
## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 1

1. Частица находится в потенциальном ящике. Вычислить вероятность найти частицу в первом возбужденном состоянии в первой трети ящика.
2. Электрон находится в потенциальном ящике шириной 0,6нм. Определить наименьшую разность энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Частица в потенциальном ящике шириной  $L$  находится в низшем возбужденном состоянии. Определите вероятность  $P$  нахождения частицы в крайней правой четверти ящика.

[0,091]

4. Частица движется слева в однородном потенциальном поле, показанном на рисунке. Левее барьера, высота которого  $U = 15$  эВ, кинетическая энергия частицы  $T = 20$  эВ. Как и во сколько раз изменится дебройлевская длина волны частицы при переходе через барьер?



[ Увел. в  $\sqrt{T/(T-U)} = 2$  ]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 2

1. Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ , где  $a = 4\pi\epsilon_0(\hbar/2\pi)^2/(e^2m)$  (боровский радиус). На каком расстоянии от центра атома плотность вероятности нахождения электрона равна  $1/3$  максимальной плотности вероятности.
2. В потенциальный ящик шириной 10см поместили частицу массой  $10^{-23}$ г. Будет ли спектр этой частицы дискретным? Почему?
3. Частица в потенциальном ящике шириной  $L$  находится в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ). Определите в каких точках интервала ( $0 < x < L$ ) плотность вероятности  $|\psi(x)|^2$  нахождения частицы максимальна и минимальна. Постройте график.  
[Макс. при  $x_1$  и  $x_3 = 3L/4$ ; мин. при  $x_2 = L/2$ ]
4. Найти нормировочный коэффициент  $A$  для волновой функции  $\psi(x) = A \cdot \sin(k \cdot x)$ , которая удовлетворяет граничным условиям  $\psi(a) = \psi(b) = 0$ .

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 3

1. В одномерный потенциальный ящик шириной  $l$  поместили частицу. Вычислить во сколько раз вероятность нахождения частицы в основном состоянии в интервале  $l/4 < x < l/2$  больше вероятности нахождения частицы во втором возбужденном состоянии в том же интервале.
2. Будет ли спектр электрона сплошным, если его поместить в потенциальный ящик шириной 20см? Почему?
3. Частица находится в основном состоянии в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины  $L$  с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < L$ ). Найдите вероятность пребывания частицы в области  $L/3 < x < 2L/3$ .  
[ $P = 1/3 + 3/2\pi = 0,61$ ]
4. Волновая функция частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  задано функцией  $\psi(x) = A x(L-x)$ . Убедившись в том, что эта функция удовлетворяет граничным условиям, найдите нормировочный коэффициент . [ $A = 30^{1/2} L^{5/2}$ ]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 4

1. Вычислить вероятность нахождения частицы в третьем возбужденном состоянии во второй трети ящика, если частица находится в потенциальном ящике.
2. Электрон находится в потенциальном ящике. Найти отношение разности энергий четвертого и третьего энергетических уровней к энергии частицы в состоянии с квантовым числом  $n = 3$ .
3. В одномерном потенциальном ящике шириной  $L$  находится электрон. Вычислите вероятность  $P$  нахождения электрона на первом энергетическом уровне во второй левой четверти ящика.  
[0,409]
5. Частица массой  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти энергию частицы  $E$  в стационарном состоянии, описываемом волновой функцией, пропорциональной  $\sin kx$ , где  $k$  - заданная постоянная,  $x$  - расстояние от одного края ямы.

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 5

1. Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ , где  $a = 4\pi\epsilon_0(\hbar/2\pi)^2/(e^2m)$  (боровский радиус). Определить расстояние  $r$ , на котором плотность вероятности нахождения электрона равна половине максимальной.
2. Частица массой  $10^{-30}$  кг в потенциальном ящике шириной 0,3 нм. Вычислить разность энергий четвертого и пятого энергетических уровней частицы. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Кинетическая энергия электрона в два раза превышает высоту потенциального барьера. Определите коэффициент отражения и коэффициент прохождения электронов на границе барьера.  
[0,0295; 0,97]
4. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы  $L$ . Оцените с помощью соотношения неопределенностей силу давления электрона на стенки этой ямы при минимально возможной энергии.

$$[F \approx \frac{\hbar^2}{mL^3}]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 6

1. Электрон поместили в одномерный потенциальный ящик шириной 1. Определить отношение вероятностей нахождения электрона во втором и четвертом возбужденных состояниях в интервале  $0 < x < 1/27$ .
2. Ширина потенциального ящика, в который помещен электрон, составляет  $10^{-8}$  см. Будет ли спектр электрона носить дискретный характер? Почему?
3. Коэффициент прохождения электронов через низкий потенциальный барьер равен коэффициенту отражения. Определите, во сколько раз кинетическая энергия электронов больше высоты потенциального барьера. [1,03]
4. Частица массы  $m$  движется в одномерном потенциальном поле  $U = kx^2/2$  (гармонический осциллятор). Здесь  $k$  – константа. Оцените с помощью соотношения неопределенностей минимально возможную энергию частицы в таком поле.

$$[E_{\min} \approx \hbar \sqrt{\frac{\chi}{m}} == \hbar \omega]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 7

1. Какова вероятность обнаружить частицу в первой четверти потенциально-го ящика, если она находится на пятом возбужденном уровне?
2. Поместим электрон в потенциальный ящик. Определить отношение разности энергий восьмого и девятого энергетических уровней к энергии восьмого уровня электрона.
3. Частица находится в потенциальном ящике в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы в средней трети ящика?  
[0,609]
4. Выведите формулу, связывающую коэффициент прохождения  $\tau$  электронов через потенциальный барьер и коэффициент преломления  $n$  волн де Бройля.

$$\left[ \tau = \frac{4n}{(1+n)^2} \right]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 8

1. Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = Ce^{-r/a}$ , где  $a = 4\pi\epsilon_0(\hbar/2\pi)^2/(e^2m)$  (боровский радиус). Определить расстояние, на котором плотность вероятности нахождения электрона максимальна.
2. Частица массой  $3 \cdot 10^{-23}$  г помещена в потенциальный ящик шириной 30 см. Будет ли спектр этой частицы дискретным? Почему?
3. Частица находится в потенциальном ящике в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы в левой крайней трети ящика?  
[0,195]
4. Частица находится в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найти отношение разности соседних энергетических уровней к энергии частицы в трех случаях: 1)  $n = 3$ ; 2)  $n = 10$ ; 3)  $n \rightarrow \infty$ . Пояснить физический смысл полученных результатов.

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 9

1. В одномерный потенциальный ящик шириной  $l$  поместили частицу. Вычислить во сколько раз вероятность найти частицу в первом возбужденном состоянии в интервале  $l/4 < x < l/2$  больше вероятности нахождения частицы в четвертом возбужденном состоянии в том же интервале.
2. Электрон находится в потенциальном ящике шириной  $0,4\text{ нм}$ . Какова разность энергий третьего и пятого энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Электрон находится в одномерном потенциальном ящике шириной  $L$ . Определите среднее значение координаты  $\bar{x}$  электрона ( $0 < x < L$ ).
4. Параллельный пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов  $U = 25\text{ В}$ , падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми  $d = 50\text{ мкм}$ . Определите расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенном на расстоянии  $L = 100\text{ см}$  от щелей.

$$\left[ \bar{x} = \frac{L}{2} \right]$$

$$[\Delta x = 2\pi\hbar L / d\sqrt{2meU} = 4,9\text{ мкм}]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 10

1. В одномерном потенциальном ящике шириной  $l$  находится электрон. Какова вероятность обнаружить электрон во втором возбужденном состоянии в интервале  $0 < x < l/4$ ?
2. Какова должна быть ширина потенциального ящика, чтобы спектр электрона в нем был дискретным?
3. Электрон находится в потенциальном ящике. Найдите отношение разности соседних энергетических уровней  $\Delta E_{n+1,n}$  к энергии  $E_n$  для  $n=3$ .  
[0,78]
4. Считая выражение для коэффициента отражения  $\rho$  от потенциального барьера и коэффициента прохождения  $\tau$  известными, покажите, что  $\tau + \rho = 1$ .

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 11

1. В одномерном потенциальном ящике шириной  $l$  находится электрон. Вычислить вероятность присутствия электрона в интервале  $3l/7 < x < 4l/7$ , если он находится в основном состоянии.
2. Поместим частицу в потенциальный ящик. Во сколько раз разность энергий четвертого и пятого энергетических уровней больше энергии четвертого уровня частицы?
3. Электрон в одномерной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими потенциальными стенками находится в возбужденном состоянии ( $n = 4$ ). Определите вероятность обнаружения электрона в первой четверти «ямы».  
[0,25]
4. Электрон с энергией 100 эВ попадает на потенциальный барьер высотой 64 эВ. Определите вероятность того, что электрон отразится от барьера.  
[0,0625]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 12

1. Поместим частицу в потенциальный ящик. Вычислить отношение вероятностей нахождения частицы в основном и третьем возбужденном состоянии во второй трети ящика.
2. Какова должна быть масса частицы, чтобы в потенциальном ящике шириной  $10^{-8}$  см ее спектр был дискретным? Есть ли такие частицы в природе?
3. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике шириной  $L$ . Вычислите вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ), обнаружен в средней трети ящика. [0,195]
4. Найти нормировочный коэффициент  $A$  для волновой функции  $\psi(x) = A \cdot \sin(k \cdot x)$ , которая удовлетворяет граничным условиям  $\psi(a) = \psi(b) = 0$ .

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 13

1. Поместим электрон в одномерный потенциальный ящик шириной  $l$ . Какова вероятность обнаружить электрон в четвертом возбужденном состоянии в интервале  $l/6 < x < 5l/6$ ?
2. Ширина потенциального ящика, в который поместили частицу массой  $10^{-31}$  кг, равна  $0,2$  нм. Вычислить разность энергий третьего и шестого энергетических уровней частицы. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Частица в потенциальном ящике шириной  $L$  находится в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ). Определите, в каких точках интервала ( $0 < x < L$ ) плотность вероятности  $|\psi_2(x)|^2$  нахождения частицы максимальна и минимальна.

[ $3L/4$ ;  $L/2$ ]

4. Состояние частицы описывается волновой функцией  $\psi(x) = A \cdot \exp(-\alpha \cdot x^2)$ , где  $\alpha$  - положительная постоянная. Найти нормировочный коэффициент  $A$ .

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 14

1. Вычислить вероятность обнаружить электрон в интервале  $l/5 < x < 2l/5$  одномерного потенциального ящика шириной  $l$ , если он находится в основном состоянии.
2. Будет ли спектр частицы массой  $10^{-26}$  кг сплошным, если она находится в потенциальном ящике шириной 5 см? Почему?
3. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими стенками находится в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ). Определите вероятность обнаружения частицы в области  $3/8 L \leq x \leq 5/8 L$ .  
[0,091]
4. Электрон с энергией 100 эВ попадает на потенциальный барьер высотой 64 эВ. Определите вероятность того, что электрон отразится от барьера.  
[0,0625]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 15

1. Частица находится в потенциальном ящике. Определить отношение вероятностей обнаружить эту частицу во втором и пятом возбужденных состояниях в первой трети ящика.
2. Какой ширины потенциальный ящик Вы выберете, чтобы получить дискретный спектр частицы массой  $10^{-30}$  кг? Почему?
3. Моноэнергетический поток электронов с энергией 100 эВ падает на низкий потенциальный барьер бесконечной ширины. Определите высоту потенциального барьера, если известно, что 4% падающих на барьер электронов отражается.  
[55,6 эВ]
4. Вычислите отношение вероятностей  $P_1/P_2$  нахождения электронов на первом и втором энергетических уровнях в интервале  $L/4$ , равноудаленном от стенок одномерной потенциальной ямы шириной  $L$ .  
[5,22]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 16

1. В одномерный потенциальный ящик шириной  $l$  помещен электрон. Какова вероятность обнаружить электрон в шестом возбужденном состоянии в интервале  $2l/7 < x < 5l/7$ ?
2. Частица помещена в потенциальный ящик. Вычислить отношение разности энергий четвертого и второго энергетических уровней к энергии второго уровня частицы.
3. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите ширину ямы, если разность энергии между уровнями с  $n_1 = 2$  и  $n_2 = 3$  составляет  $\Delta E = 0,30$  эВ.  
[2,5 нм]
4. Определить характер (сплошной или дискретный) спектра частицы массой  $1,7 \cdot 10^{-27}$  кг в потенциальном ящике шириной 20 см.

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 17

1. В одномерный потенциальный ящик шириной  $l$  помещен электрон. Какова вероятность обнаружить электрон в основном состоянии в интервале  $l/4 < x < 3l/4$ ?
2. Частица массой  $10^{-27}$  г помещена в потенциальный ящик шириной  $0,25$  нм. Определить разность энергий пятого и шестого энергетических уровней частицы. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими стенками. Определите вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ( $n = 3$ ).

[1/3]

4. Электрон находится в потенциальном ящике шириной  $0,2$  нм. Определить наименьшую разность энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 18

1. Частицу поместили в потенциальный ящик. Вычислить отношение вероятностей нахождения частицы во втором и третьем возбужденных состояниях в первой четверти ящика.
2. Будет ли электрон иметь дискретный спектр, если его поместить в потенциальный ящик шириной 2см? Почему?
3. Электрон в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  с бесконечно высокими стенками находится в возбужденном состоянии ( $n = 4$ ). Определите вероятность обнаружения электрона в первой четверти ямы.

[0,25]

4. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность найти частицу в первой трети ящика.

### ВАРИАНТ № 19

1. Частица в потенциальном ящике шириной  $l$  находится в первом возбужденном состоянии. Определить, в каких точках интервала  $0 < x < l/3$  плотность вероятности нахождения частицы максимальна.
2. Поместим электрон в потенциальный ящик. Во сколько раз разность энергий седьмого и восьмого энергетических уровней больше энергии седьмого уровня электрона.
3. Электрон с энергией 50 эВ движется в положительном направлении оси  $X$ , встречая на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой 20 эВ. Определите вероятность отражения электрона от этого барьера.

[0,016]

4. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы  $L$ . Оцените с помощью соотношения неопределенностей силу давления на стенки этой ямы при минимально возможной его энергии.

$$\left[ F \approx \frac{\hbar^2}{mL^3} \right]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 20

1. Какова вероятность обнаружить частицу в первой четверти потенциально-го ящика, если она находится в основном состоянии?
2. Какой ширины потенциальный ящик надо взять, чтобы частица массой  $10^{-28}$  кг имела дискретный спектр? Почему?
3. Частица массой  $10^{-19}$  кг со скоростью 20 м/с движется в положительном направлении оси  $X$ , встречая на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой 100 эВ. Определите вероятность отражения волн де Бройля от этого барьера.

[0,146]

4. Определить характер (сплошной или дискретный) спектра частицы массой  $1,7 \cdot 10^{-27}$  кг в потенциальном ящике шириной 20 см.

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 21

1. В одномерный потенциальный ящик шириной  $l$  поместили электрон. Вычислить во сколько раз вероятность нахождения электрона в пятом возбужденном состоянии в интервале  $l/5 < x < 3l/5$  меньше вероятности нахождения электрона в третьем возбужденном состоянии в том же интервале.
2. Частица массой  $10^{-27}$  г находится в потенциальном ящике шириной  $0,2$  нм. Вычислить разность энергий четвертого и шестого энергетических уровней частицы. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Найдите вероятность нахождения электрона ( $n = 3$ ) в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике в последней трети ящика. [1/3]
4. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $0,1$  нм. Разность между высотой потенциального барьера и энергией движущегося в положительном направлении оси  $x$  электрона  $(U - E) = 5$  эВ. Определите, во сколько раз изменится коэффициент  $D$  прозрачности потенциального барьера, если разность  $(U - E)$  возрастет в 4 раза.

[Уменьшится в 10 раз]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 22

1. Поместим частицу в потенциальный ящик шириной  $l$ . Определить в каких точках интервала  $l/3 < x < 2l/3$  плотность вероятности обнаружить частицу минимальна, если она находится в третьем возбужденном состоянии.
2. Какова должна быть масса частицы, чтобы в потенциальном ящике шириной  $1\text{ см}$  она имела дискретный спектр? Есть ли такие частицы?
3. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике шириной  $L$ . Найдите вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ), будет обнаружен в средней трети ящика.

[0,195]

4. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $0,2\text{ нм}$ . Определите в электрон-вольтах разность энергий  $U - E$ , при которой вероятность прохождения электрона через барьер составит  $0,3$ .

[0,56 эВ]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 23

1. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность найти частицу во второй трети ящика?
2. Поместим электрон в потенциальный ящик. Во сколько раз разность энергий пятого и четвертого энергетических уровней больше энергии четвертого уровня электрона?
3. Электрон находится в потенциальном ящике. Найдите отношение разности соседних энергетических уровней  $\Delta E_{n+1,n}$  к энергии  $E_n$  для  $n = 3$ .  
[0,78]
4. Электрон с энергией 4,0 эВ движется в положительном направлении оси  $X$ , встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой 10 эВ и шириной 0,1 нм. Определите коэффициент прозрачности потенциального барьера.  
[0,1]

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 24

1. Электрон поместили в одномерный потенциальный ящик шириной  $l$ . Определить отношение вероятностей нахождения электрона в основном состоянии в интервале  $l/2 < x < 3l/4$  и четвертом возбужденном состоянии в том же интервале.
2. В потенциальном ящике шириной 4 см находится частица массой  $10^{-30}$  кг. Будет ли спектр этой частицы сплошным? Почему?
3. Волновая функция частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $L$  задана функцией  $\psi(x) = A x(L-x)$ . Убедившись в том, что эта функция удовлетворяет граничным условиям, найдите нормировочный коэффициент.

$$[A = 30^{1/2} L^{5/2}]$$

$$[0,21]$$

4. Электрон с энергией 4,9 эВ движется в положительном направлении оси  $X$ , встречая на своем пути прямоугольный барьер высотой 5 эВ. При какой ширине барьера вероятность прохождения электрона через него будет равна 0,2?

$$[0,495 \text{ нм}]$$

## Уравнение Шредингера и его применение

### ВАРИАНТ № 25

1. Частица находится в пятом возбужденном состоянии в потенциальном ящике шириной  $l$ . Определить, в каких точках интервала  $2l/5 < x < 3l/5$  плотность вероятности нахождения частицы максимальна.
2. Ширина потенциального ящика, в который помещен электрон,  $0,1\text{ нм}$ . Вычислить разность энергий четвертого и восьмого энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.
3. Постройте график зависимости плотности вероятности от координаты для электрона, находящегося в бесконечно глубокой потенциальной яме при  $n = 5$ .
4. При каком отношении высоты потенциального барьера к энергии электрона, падающего на барьер, коэффициент отражения равен  $0,5$ ?

[0,971]