Раздел II. Теплообмен

Теплообмен / теплопередача – явление, связанное с самопроизвольными необратимыми процессами распространения теплоты в пространстве

Осн. способы Т.О.

Теплопроводность

вызван движением молекул/атомов в-ва (микроскоп.)

Конвекция

вызвана перемещением ж-сти/газа (макроск.)

Тепловое излучение

перенос с помощью э/м излучения

Возможные комбинации

(сложные типы Т.О)

- Т+К — конвективный Т.О.
- К+Т.И — радиационно-конвективный
- Т+Т.И — радиационно-кондуктивный Т.О.

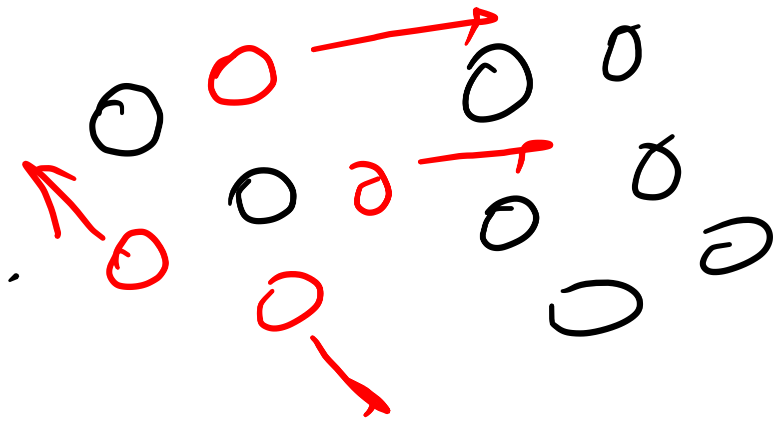
и т.д.

Глава 7. Теплопроводность

7.1. Закон Фурье

Причины теплопроводности:

в газах — диффузия атомов/молекул.



в ж-стях/тв. диэл — упр. волны

в металлах — диффузия своб. эл. (осн) / упр. волны (второстеп

$T = T(\vec{r}, t)$ — Температурное поле

Стационарное

$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$; $T = T(\vec{r})$

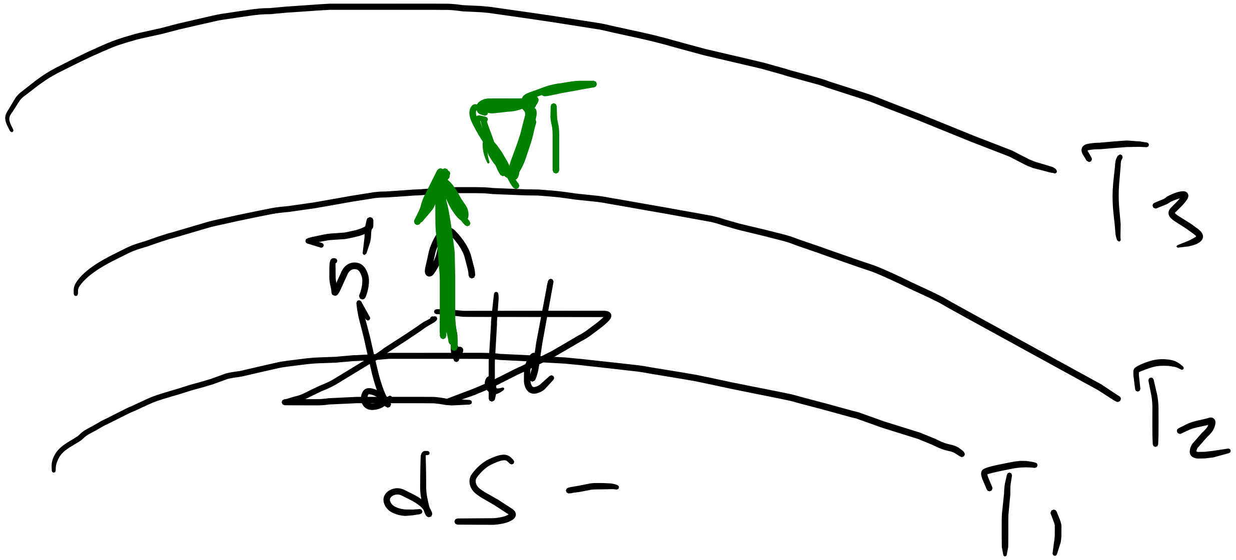
Нестационарное

$\frac{\partial T}{\partial t} \neq 0$

Поверхность равных температур $T(\vec{r}, t) = const$ —

— изотермическая поверхность

Сечение изотерм. пов. плоскостью (пов-стью) дает семейство кривых — изотерм.



dS – элемент изотерм. пов.

Вектор градиента темп.

∇T

аналогия $\varphi = const$

$\vec{E} = -\nabla\varphi$

$$\vec{q} = \frac{dW}{dt\,dS}\,\vec{n}$$

dW – тепл. эн., переносимая

за вр. dt

через элем. dS

плотность теплового потока

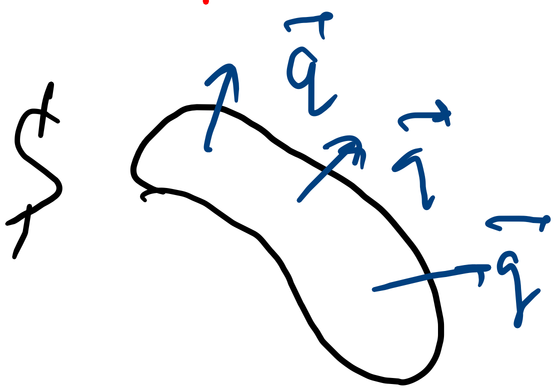
$[q] = \frac{Вт}{м^2}$

Закон (гипотеза) Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T$$

(!) Для газов можно вывести из МКТ.

λ – коэффициент теплопроводности

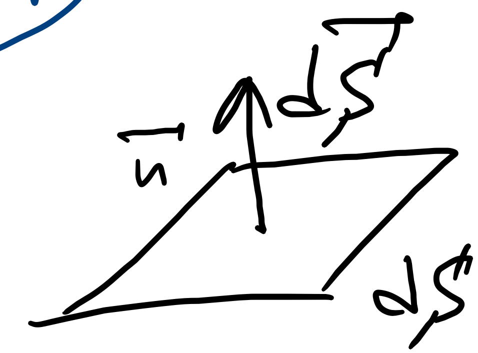


Кол-во теплоты, проходящее за ед. вр. через поверхность S

$$Q = \int \vec{q}\, d\vec{S}$$

Тепловой поток

$[Q] = Вт$

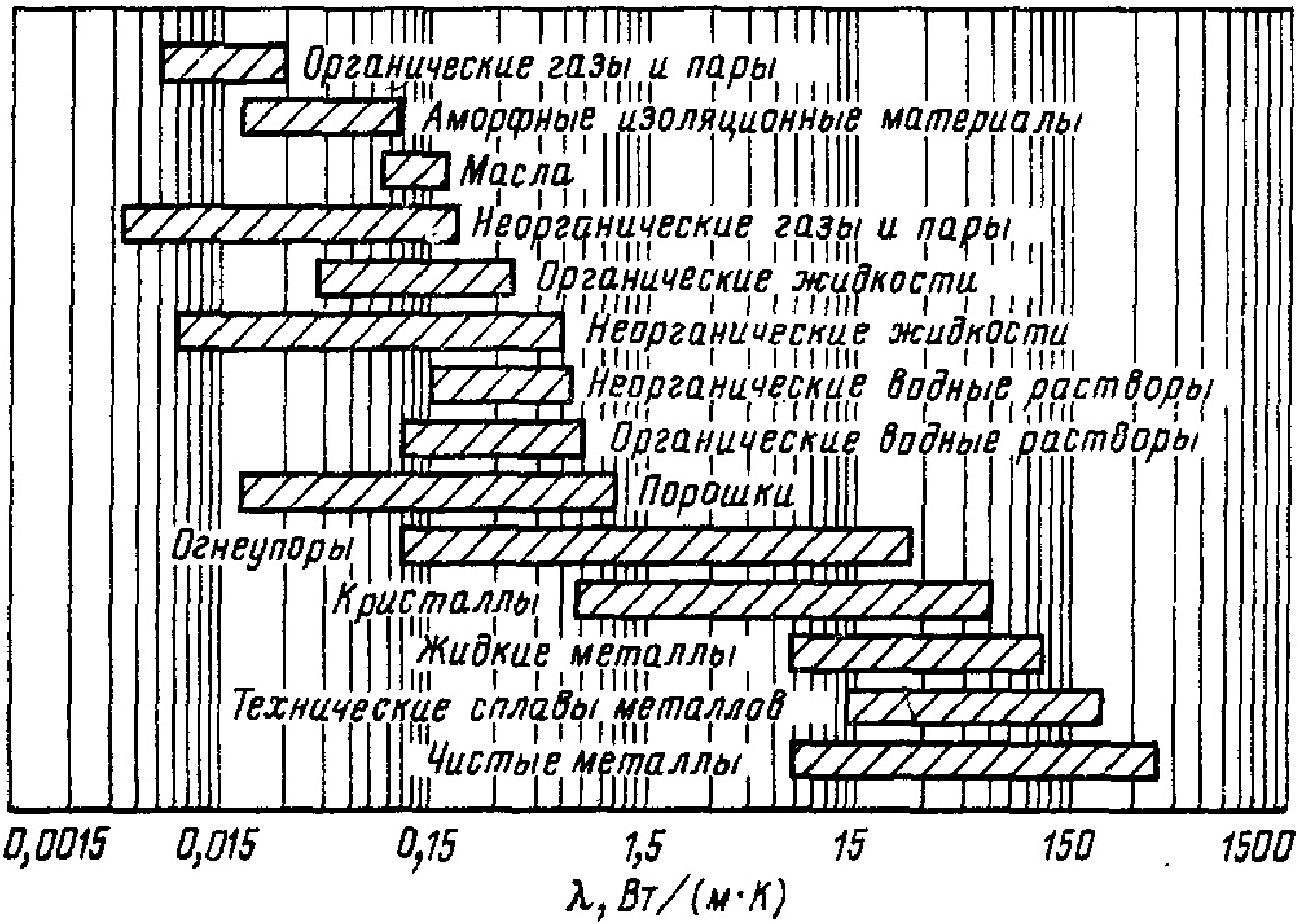


λ – коэфф. теплопроводности

$$[\lambda] = \frac{Вт\cdot м}{м^2 К} = \frac{Вт}{м\cdot К}$$

Закон Фурье $\Rightarrow$ $$\lambda = \frac{|\vec{q}\,|}{|\nabla T|}$$

λ – численно равен кол-ву теплоты, проходящей через единичную изотерм. пов-сть за ед. вр. при единичном градиенте температур


Органические газы и пары
Аморфные изоляционные материалы
Масла
Неорганические газы и пары
Органические жидкости
Неорганические жидкости
Неорганические водные растворы
Органические водные растворы
Порошки
Огнеупоры
Кристаллы
Жидкие металлы
Технические сплавы металлов
Чистые металлы
0,0015
0,015
0,15
1,5
15
150
1500
λ, Вт/(м·К)

Эксп для многих материалов

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(T - T_0)]$$

Для газов МКТ $\Rightarrow$ $\lambda = \frac{1}{3} \rho c_v \bar{v} \bar{l}$

ρ – плотность, c_v – удельная теплоемкость при пост. V

$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ – ср. кв. скорость

M – молярная масса

$\bar{l}$ – ср. длина своб. пробега

Для жидкостей   перенос упр. колеб.

$$\Rightarrow \qquad \lambda = A\,\frac{c_p\,\rho^{4/3}}{M^{1/3}}$$

c_p – тепл. емк. при $p = const$

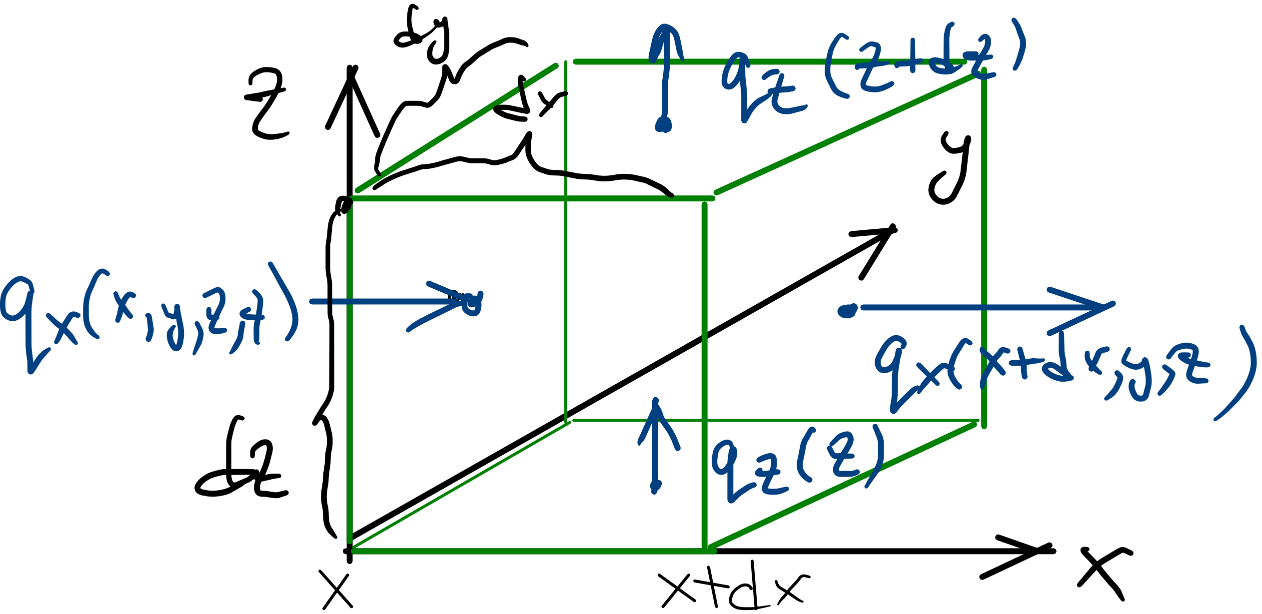
$A \sim \delta$ упр. волн. $\frac{\partial}{\partial T}(A c_p) = 0$

7.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Пусть в теле есть внутренние объемные источники тепла с плотностью

$$\boxed{q_v = \frac{dW}{dt\,dV}}$$

Рассм. элемент $dV = dx\,dy\,dz$



$$dW = dt\cdot dy\,dz\left(q_x(x,y,z,t) - q_x(x+dx,y,z,t)\right) + dt\,dx\,dy\times\left(q_z(z) - q_z(z+dz)\right) + dt\,dx\,dz\left(q_y(y) - q_y(y+dy)\right) + q_v\,dt\,dV$$

$$dx\,\frac{q_x(x,y,z,t)-q_x(x+dx,y,z,t)}{dx} = -dx\cdot\frac{\partial q_x}{\partial x}$$

$$\Rightarrow dW = dt\,\underbrace{dx\,dy\,dz}_{dV}\left(-\frac{\partial q_x}{\partial x}-\frac{\partial q_y}{\partial y}-\frac{\partial q_z}{\partial z}\right)+dt\,dV\,q_V =$$

$$= dt\,dV\left(-\nabla\vec{q}+q_V\right)$$

Изохорный процесс

$dW = dU = dm\, C_v\, dT =$

$= \rho\, dV\, C_v\, dT = dt\, dV \left(-\nabla \vec{q} + q_v\right)$

$du = \rho\, C_v\, dT$

$$\Rightarrow \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \vec{q} + q_v$$

ДУ изохорного переноса тепла

Изобарный процесс

$$p = const$$

$$\delta Q = dU + p\,dV \Rightarrow Q = \Delta U + p\Delta V =$$

$$= (U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) = \Delta H$$

$H = U + pV$ — энтальпия

$h = \dfrac{dH}{dV}$ объемная плотн. энт.

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p=const}$$

$$dW = dH = dV \cdot dh = dV\,dt\left(-\nabla\vec{q} + q_v\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla\vec{q} + q_v$$

ДУ изобарного переноса

Для тв. тел. $\quad C_v \simeq C_p = C$

$$\Rightarrow \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \vec{q} + q_v; \qquad \vec{q} = -\lambda \nabla T$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c}\nabla(\lambda \nabla T) + \frac{q_v}{\rho c}}$$

ДУ теплопроводности (тв. тел)

$$\rho = \rho(\vec{z}, t); \quad c = c(\vec{z}, t); \quad \lambda = \underline{\lambda(\vec{z}, t)}.$$

Если λ, c и ρ – постоянные, тогда

$$\nabla(\nabla T) = \nabla^2 T = \Delta T$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c}}$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c}$$ – коэфф. температуропроводности

В стац. усл: $\boxed{\nabla^2 T = -\frac{q_v}{\lambda}}$ Ур-е Пуассона

$\nabla^2 \varphi = -\rho/\varepsilon_0$

В отсутствие источников (внутр.) $\boxed{\nabla^2 T = 0}$ Ур-е Лапласа

7.3. Условия однозначности

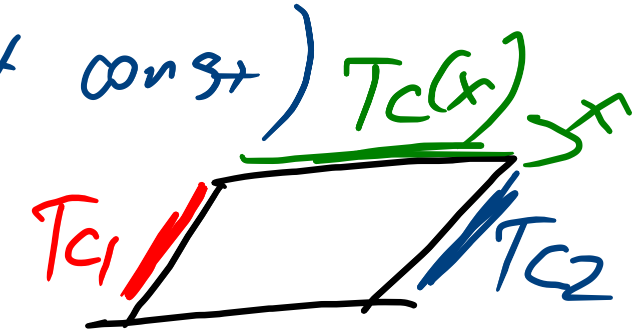
Для однозн. реш-я необх.:

Нач. усл. $\quad T(\vec{r}, t=0) = T_0(\vec{r})$

Граничные условия

$\boxed{1^{\text{го}} \text{ рода}}$. На границе задана знач. ф-и

$$T|_{\Gamma} = T_c \quad (\text{м.б.} \neq const)$$



$\boxed{2^{го} \text{ рода}}$ Задается производная ф-ии —

в данном случае — плотность тепл. потока —

$$q_n\Big|_п = q_п$$

$\boxed{3^{го} \text{ рода}}$ Задается закон теплообмена м/у телом и окр. средой

T_c — темп. пов. тела

T_* — темп. окр. среды

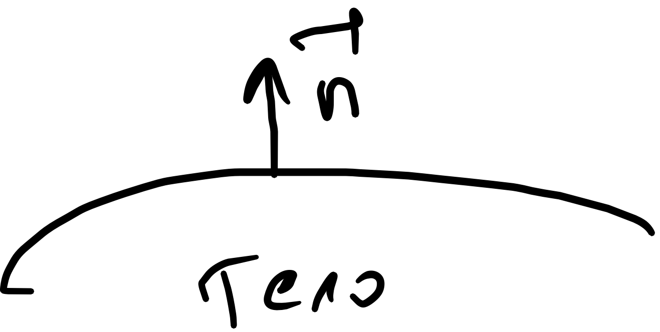
Закон Ньютона-Рихмана

$$q = \alpha\,(T_c - T_*)$$

$T_c > T_*$.

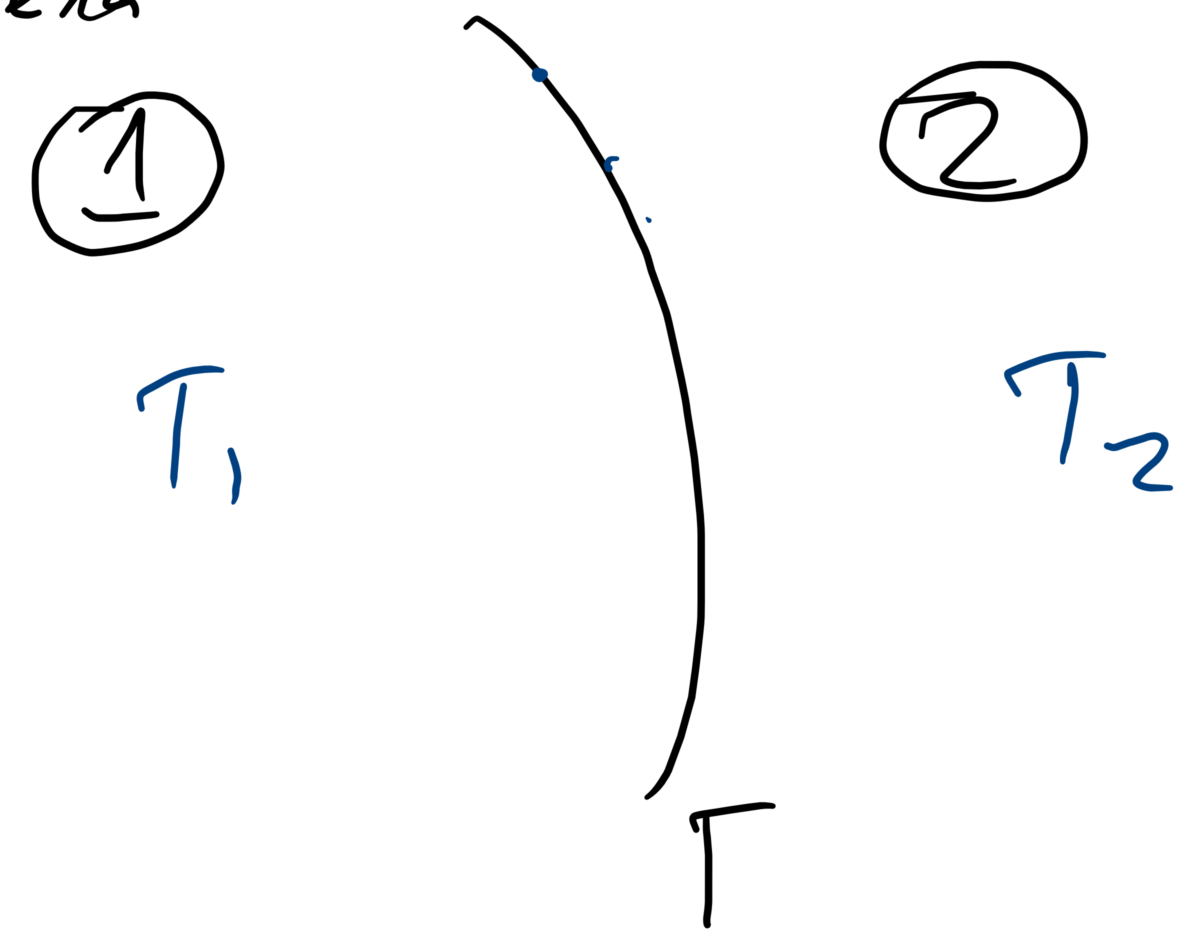
α – коэфф. теплоотдачи $\qquad [\alpha] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 K}$

3(3) $\Rightarrow \quad q = \alpha (T_c - T_*) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{\Gamma}$



$$\boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Big|_{\Gamma} = -\frac{\alpha}{\lambda}(T_c - T_*)}$$

2 тела



$$T_1\big|_\Gamma = T_2\big|_\Gamma$$

$$\vec{q}_1\big|_\Gamma = \vec{q}_2\big|_\Gamma$$