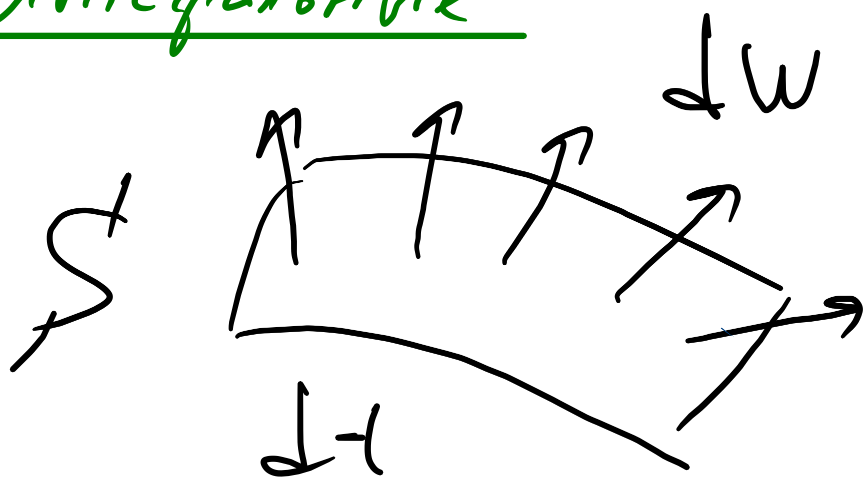
Глава 11. Теплообмен излучением

11.1. Величины, описывающие тепловое излучение

Интегральные



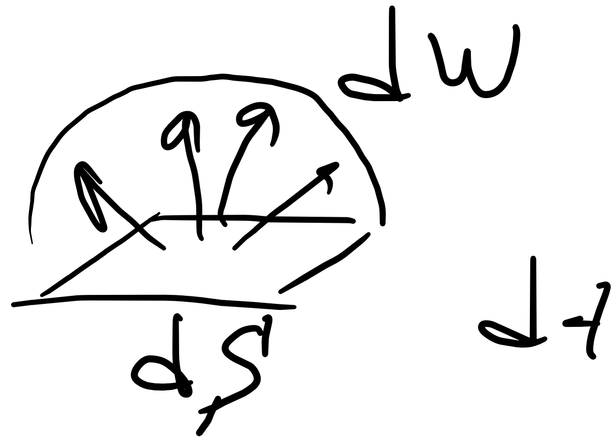
Поток излучения

$$Q = \frac{dW}{dt} \quad [\text{Вт}] -$$

– энергия переносимая изл-ем в ед. вр. чрез. пов-сть.

(Поверхностная) Плотность потока изл-я E (Вт/м²)

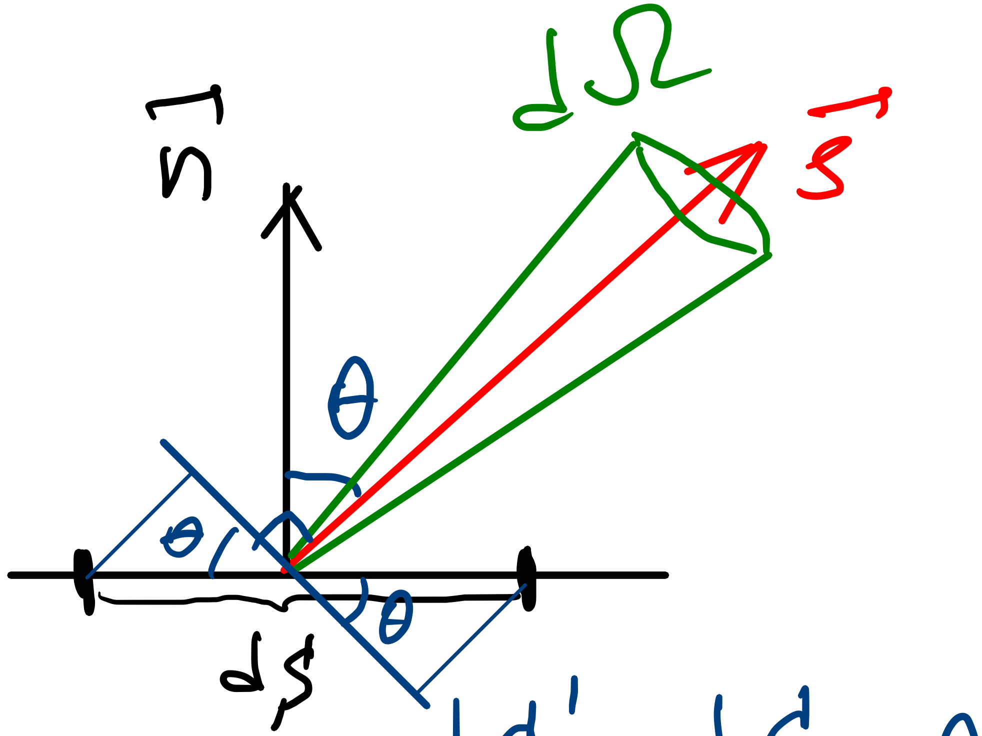
— энергия изл-я, проходящая через ед. площади пов-сти по всевозм. напр. в пределах полусферы $\Omega = 2\pi$.



$$E = \frac{d^2W}{dt\,dS} = \frac{dQ}{dS}$$

(Энергетическая) Яркость — отношение потока изл-я, распр. в данном напр-и в пределах элем. телесного угла, к единице тел. угла и ед. площади пов-ти, расп. в данной точке перпендикулярно напр. распр.

L (L_e, I, B, ...   интенсивность)

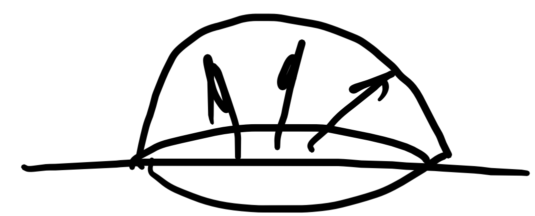


$$dS' = dS \cdot \cos\theta$$

$$L = \frac{d^3W}{dt\, dS'\, d\Omega} = \frac{d^2Q}{d\Omega\, dS' \cos\theta}$$

CQ236 :

$$E = \int_{\Omega = 2\pi} L \cos\theta \, d\Omega$$



$$Q = \int_{S'} dS' \int_{\Omega = 2\pi} d\Omega \, L \cdot \cos\theta$$

Спектральные хар-ки

Спектральная яркость (плотность яркости)

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda}; \quad L_\nu = \frac{dL}{d\nu} \ (\omega)$$

$$\lambda = c/\nu; \ \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu;$$

$$\Rightarrow L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} = \frac{\nu^2 dL}{c\, d\nu} = \frac{\nu^2}{c} L_\nu.$$

$$L = \int_0^\infty L_\lambda d\lambda = \int_0^\infty L_\nu d\nu.$$

Спектр. плотн. потока

$$E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}; \quad E_\nu = \frac{dE}{d\nu}$$

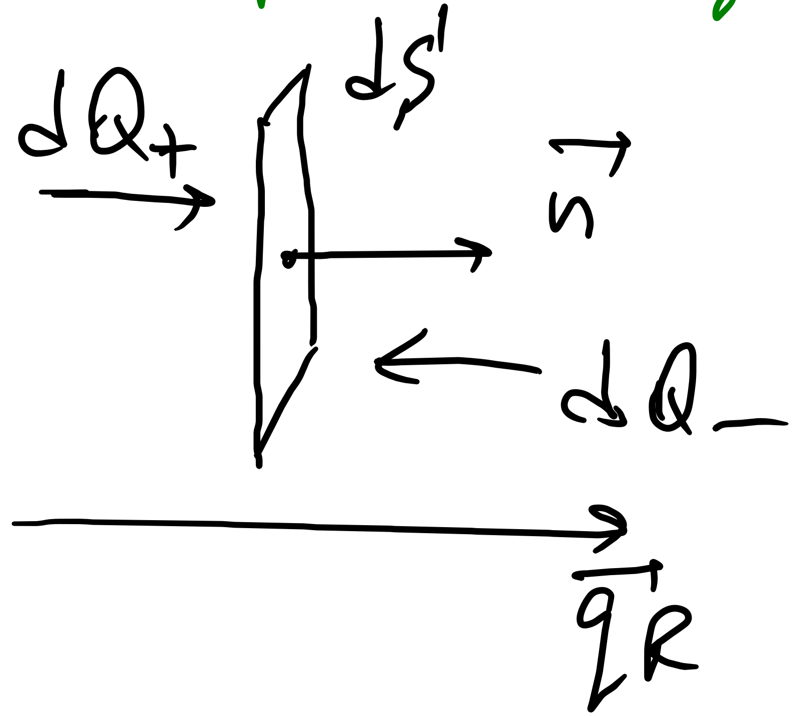
$$E = \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda$$

Поток монохром. изл.

$$Q_\lambda = \frac{dQ}{d\lambda}; \quad Q_\nu = \frac{dQ}{d\nu}$$

Вектор плотност потока изл-я $\vec{q}_R$

направлен в сторону наибольш. интенсивности (яркости)



$$\boxed{Q = \int_S \vec{q}_R \, d\vec{S}}$$

$$\vec{q}_R = \frac{dQ_+ - dQ_-}{dS}\vec{n} =$$

$$= \int_{\Omega = 4\pi} L(\vec{n}) \, d\Omega$$

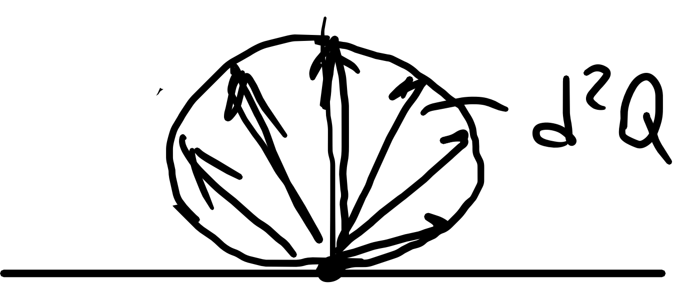
11.2. Законы излучательного теплообмена

Закон Ламберта. Яркость излучения в данной точке идеально рассеивающей поверхности не зависит от направления

$$L = \frac{d^2Q}{d\Omega\, dS \cdot \cos\theta} \Rightarrow$$

$$d^2Q \sim \cos\theta$$

закон косинусов



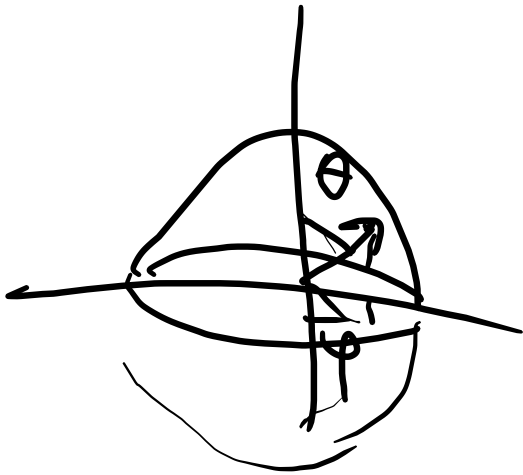
При $L = \underline{const}$. $E = \int L \cos\theta \, d\Omega =$

$= /$ см. СК, $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi / =$

$$= L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \, \sin\theta \cos\theta =$$

$$= 2\pi L \cdot \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d(\sin\theta) = 2\pi L \cdot \frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow E = \pi L$$



Пов-сти, для кот. вып. закон Ламберта —

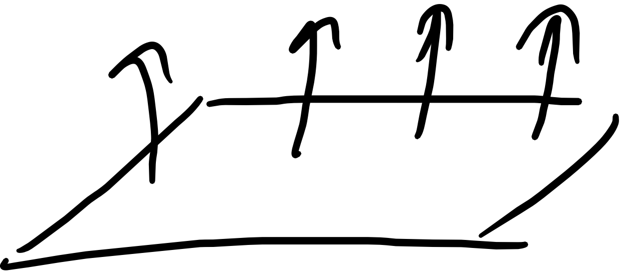
— диффузные (ламбертовы)

Излучатели ламбертовы, диффузные, косинусные.

Если рассм. сист. в термодин. равновесии, то

единственный вид изл., кот. может в нем находиться

— это тепловое изл-е.



Плотность потока, изл. самим телом — собственная плотность потока

$E_{соб}$

$E_{соб} = R$ — энерг. светимость

$E_{соб\,\lambda} = r_\lambda$ — изл. способность

АЧТ

Спектр. поглощат. способность $A_\lambda = \dfrac{E_\lambda^{погл}}{E_\lambda^{пад.}}$

Закон Кирхгофа

$$\frac{E_{соб.\,\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = f(\lambda,T)$$

унив. ф-я

Для АЧТ $A_\lambda = 1$

$$\Rightarrow f(\lambda,T) = E^{АЧТ}_{соб\,\lambda,T} = E_{0\,\lambda,T}$$

Закон Планка

$$E_{0\nu} = \frac{(2\pi\nu)^2}{c^2}\,\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

h – пост. Планка k – пост. Больцмана (k_B)

$$E_{0\lambda} = \frac{2\pi C_1}{\lambda^5}\left(e^{C_2/\lambda T}-1\right)^{-1}$$

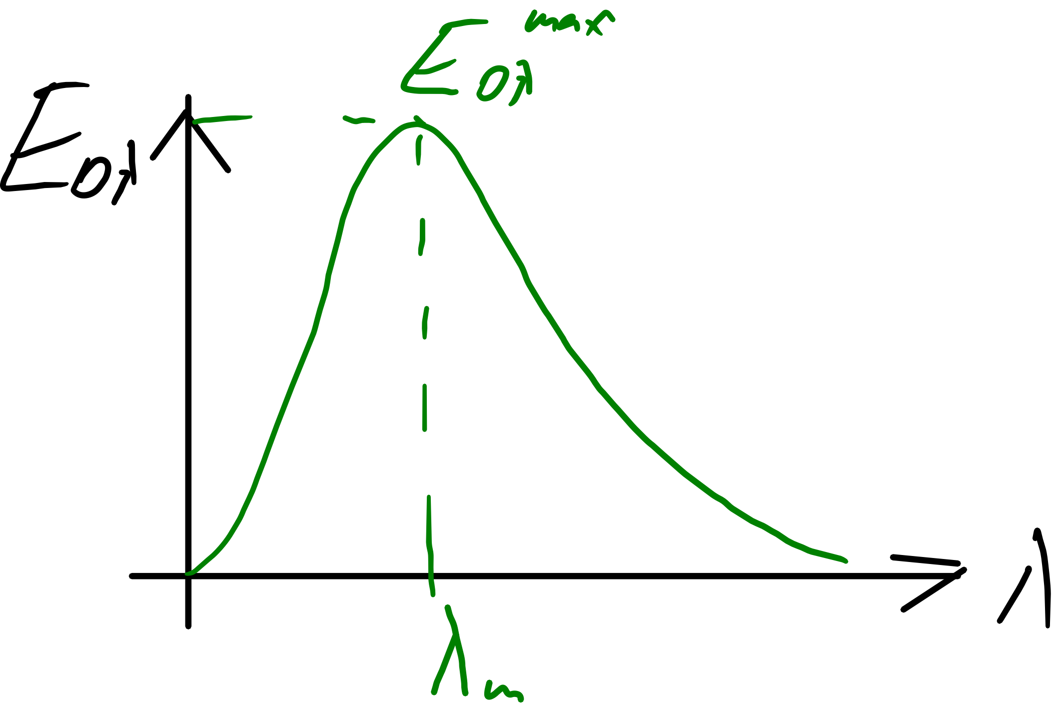
$C_1 = c^2 h = 5{,}944\cdot 10^{-17}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$; $C_2 = \frac{hc}{k} = 1{,}4388\cdot 10^{-2}$ м·К

– 1-я и 2-я конст. изл-я.

При $h\nu \ll kT$; $e^{h\nu/kT} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + O\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 + \dots$

$$E_{0\nu} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\,\frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{0\nu} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT \text{ — ф-ла Рэлея–Джинса}}$$



$$\frac{\partial E_{0\lambda}}{\partial\lambda} = 0 \Rightarrow$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T$$

$b = 2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К – пост. Вина

$$E_{0\lambda}^{max} = C_3 \cdot T^5$$

$$C_3 = 1{,}307 \frac{Вт}{м^3 К^5}.$$

Интеграл от $E_{0\lambda}$:

Планка

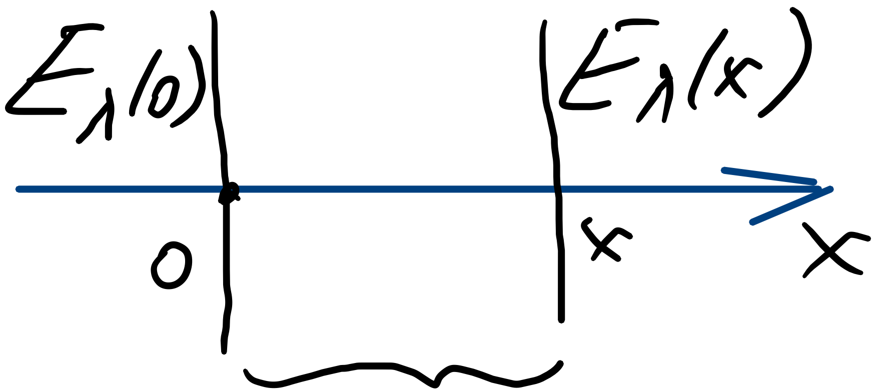
$$\int_0^\infty E_{0\lambda}\, d\lambda = \sigma \cdot T^4. \Rightarrow$$

$$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8} \frac{Вт}{м^2 К^4}$$

Закон Стефана-Больцмана

$$E_0 = \sigma \cdot T^4$$

Закон Бугера (–Ламберта–Бера)



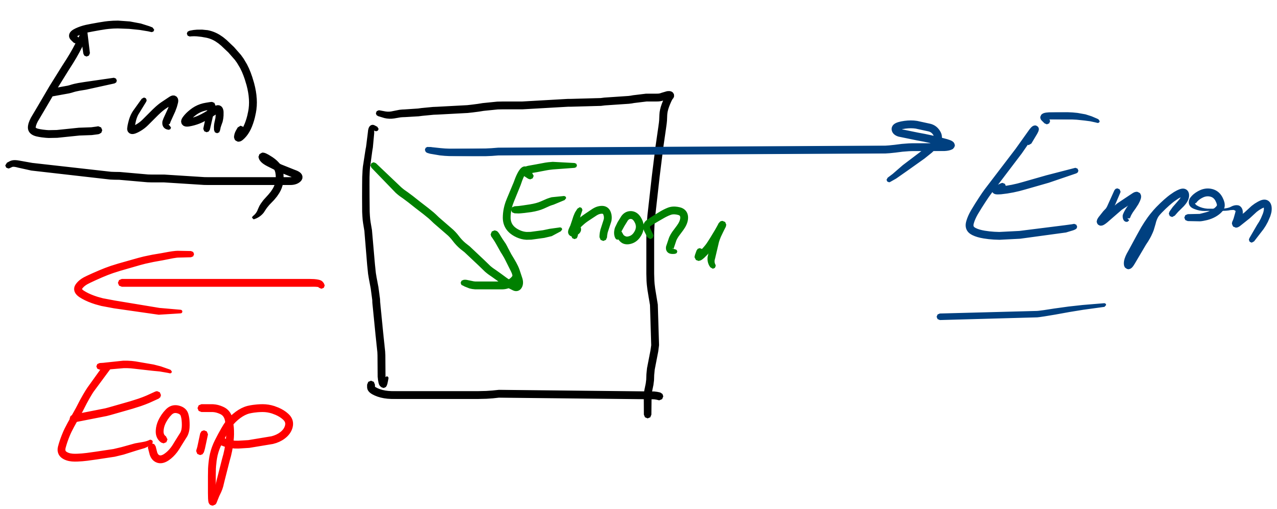
$$E_\lambda(x) = E_\lambda(0) \times \exp\left[-\int_0^x dx' \cdot k_\lambda(x')\right]$$

11.3. Характеристики тел, связанные с изл-ем

Погл. способность $A = \dfrac{E_{погл}}{E_{пад}}$

Отраж. способность $R = E_{отр}/E_{пад}$

Пропускат. способность $D = E_{проп}/E_{пад}$



ЗСЭ: $A + R + D = 1$.

Аналогично, для спектр. хар-к. $A_\lambda + R_\lambda + D_\lambda = 1$.

$D_\lambda = 1 \Rightarrow D = 1$ $\quad E_{прош} = E_{пад}$ — прозрачное тело

Для большинства металлов и диэл $D_\lambda = 0$

$\Rightarrow A_\lambda + R_\lambda = 1$; $\quad A + R = 1$.

АЧТ: $A_\lambda = 1$; $\quad A = 1$;

A_λ – хар-ка самого тела

НО $A = \dfrac{E_{погл}}{E_{пад}} = \dfrac{\int_0^\infty E_{погл\,\lambda}\, d\lambda}{\int_0^\infty E_{пад\,\lambda}\, d\lambda} = \dfrac{\int_0^\infty A_\lambda E_{пад\,\lambda}\, d\lambda}{\int_0^\infty E_{пад\,\lambda}\, d\lambda}$

– зависит от спектр. состава

пад. изл.

$A_\lambda = A = const$ — серое тело

Степень черноты: $\varepsilon = \dfrac{E_{соб}}{E_0}$

$\varepsilon_\lambda = E_{соб\,\lambda}/E_{0\lambda}$

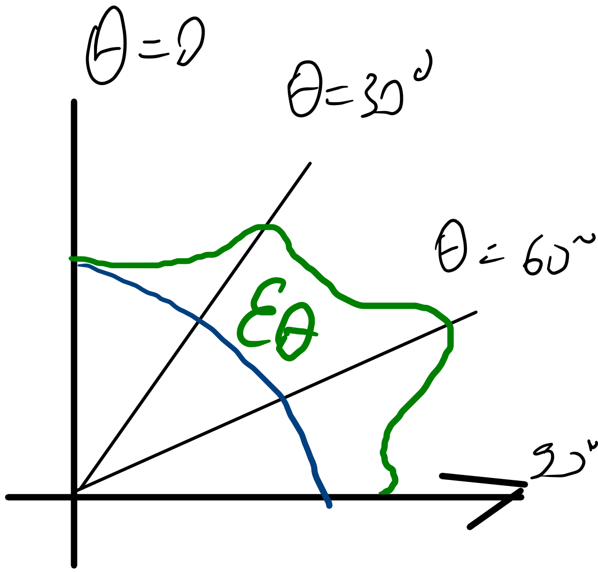
$\Rightarrow \quad E_{соб} = \varepsilon \sigma T^4$

Из зак. Кирхгофа: $\dfrac{E_{\cos.\lambda}}{A_\lambda} = E_{0\lambda}$

$$\Rightarrow \varepsilon_\lambda = A_\lambda$$

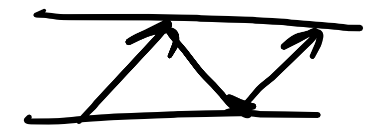
$$A_\lambda = \underline{A_{\lambda,T}(\theta)}.$$

Вводят ε_θ



$$\varepsilon = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta \cos\theta \, d\Omega$$

11.4. Теплообмен м/у телами, разделенными прозрачной средой



Методы расчета (осн): 1) Метод многократных отражений

учет всех проц. отр., прох., погл. ...

2) Метод полных потоков излуч-я

полный поток, исх. от тела — эфф. поток

пад. поток — эфф. поток от др. тел

результ. — разность.

Для сист. серых диффузно отраж. и изл. тел

поток соб. изл. $E_{соб} = A \cdot E_0$

-//- погл. изл. $E_{погл} = A E_{пад}$

-//- отр. изл. $E_{отр} = R E_{пад} = (1-A) E_{пад}$

-//- эфф. изл. $E_{эфф} = E_{соб} + E_{отр} =$

$= E_0 \cdot A + (1-A) E_{пад}$

-//- результ. изл. $E_{рез} = E_{погл} - E_{соб} =$

$= E_{пад} - E_{эфф}$

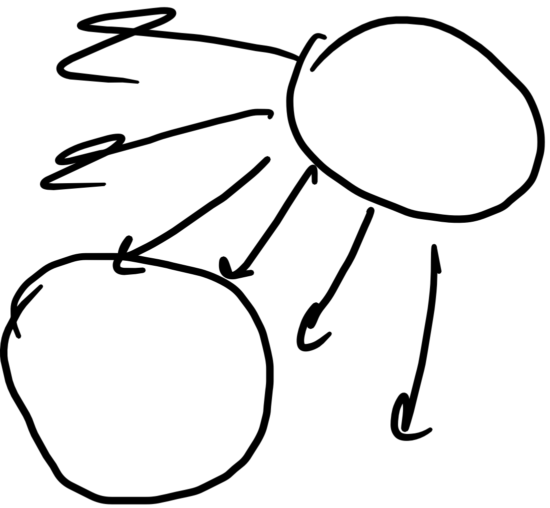
$$E_{над} = \frac{E_{эфф} - AE_0}{1-A}$$

$$\Rightarrow E_{рез} = \frac{E_{эфф} - AE_0}{1-A} - E_{эфф} =$$

$$= \frac{\cancel{E_{эфф}} - AE_0 - \cancel{E_{эфф}} + AE_{эфф}}{1-A}$$

$$\Rightarrow E_{рез} = \frac{A}{R}\left(E_{эфф} - E_0\right)$$

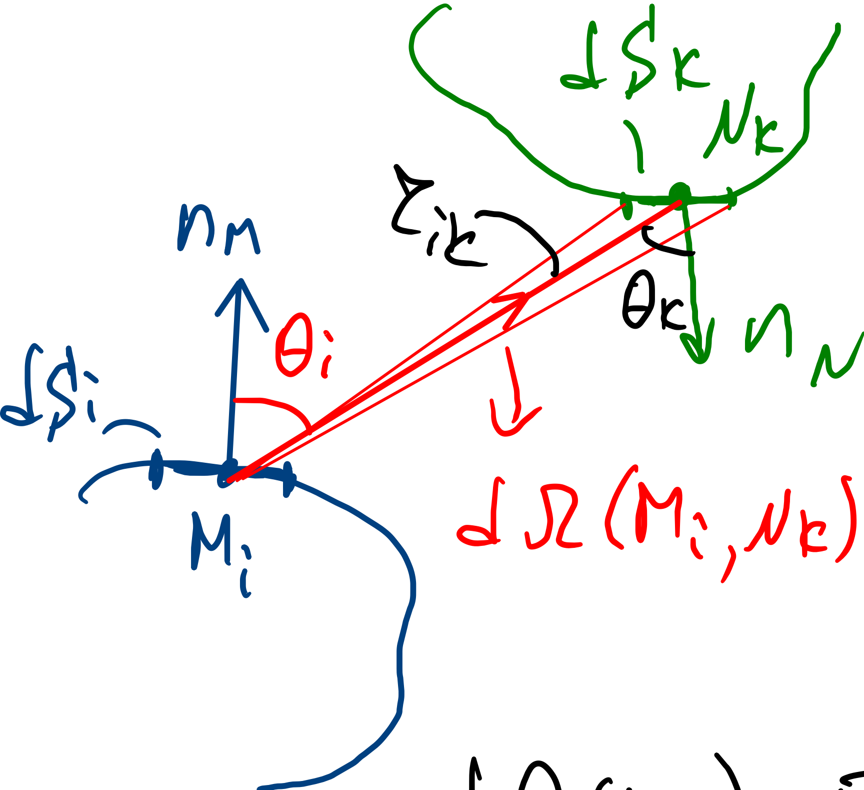
Формула Поляка



Учёт формы и напр. изл. —

— Угловые коэфф. изл-я.

Рассм. сист. АЧТ.



Локальный угл. коэфф. обл-я

– отношение потока изл. от dS_i к S_k к потоку собст. изл. dS_i

$$\varphi(M_i, S_k) = \frac{dQ(M_i, S_k)}{dQ(M_i)}$$

$$dQ(M_i) = E_0(M_i)\, dS_i;$$

$$dQ(M_i, S_k) = \int_{\Omega(M_i, S_k)} L_0(M_i) \cos\theta_i \, d\Omega(M_i, N_k)\, dS_i$$

Из опр. тел. угла: $d\Omega(M_i, N_k) = \dfrac{dS'_k \cdot \cos\theta_k}{r_{ik}^2}$.

АЧТ — диффузные изл.

$\Rightarrow$ По зак. Ламберта $L_0(M_i) = \dfrac{E_0(M_i)}{\pi}$

$$\Rightarrow \varphi(M_i, S'_k) = \frac{1}{\cancel{E_0(M_i)\, dS_i}} \int\limits_{\Omega(M_i, S_k)} \frac{\cancel{E_0(M_i)}}{\pi} \cos\theta_i \, \cancel{dS_i} \, \frac{dS_k \cos\theta_k}{r_{ik}^2}$$

$$\Rightarrow \varphi(M_i, S_k) = \int\limits_{S'_k} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_k}{r_{ik}^2} \, dS'_k$$

лок. угл. коэфф. изл.

Геом. фл:

$$K(M_i, N_k) = \frac{\cos\theta_i \cos\theta_k}{r_{ik}^2}$$

$$K(M_i, N_k) = K(N_k, M_i)$$

$$\varphi(M_i, S_k) = \int_{S_k} K(M_i, N_k)\, dS_k$$

Ср. угл. коэфф. изл.

$$\varphi_{ik} = \frac{Q_{ik}}{Q_i}$$

(для изотермич. пов-ей)

$$Q_{ik} = \int_{S_i} dQ(M_i, S_k) =$$

$$= E_{0i} \int_{S_i} \varphi(M_i, S_k)\, dS_i$$

$$Q_i = E_{0i} S_i$$

=)

$$\varphi_{ik} = \frac{1}{S_i}\int_{S_i} \varphi(M_i, S_k)\, dS_i =$$

$$= \frac{1}{S_i}\int_{S_i} dS_i \int_{S_k} dS_k \cdot K(M_i, N_k)$$

Взаимность: $\varphi_{ik} S_i = \varphi_{ki} S_k$

Замкн: $\sum_k \varphi_{ik} = 1$