Глава 10. Конвективный теплообмен

10.1. Основные понятия

Конвективный теплообмен = конвекция + теплопроводность

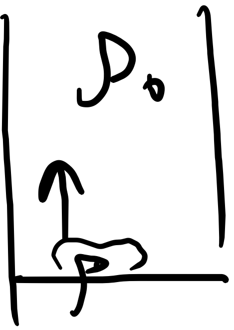
конвекция — перенос тепла при перемещении частиц ж-сти/газа

м/у потоком ж-сти и поверх-ью тела → (конвективная) теплоотдача

Закон Ньютона-Рихмана:

$$\underbrace{dQ_c}_{\text{поток тепла через пов-сть тела}} = \alpha(\underbrace{T_c}_{\text{темп. пов. тела}} - \underbrace{T_ж}_{\text{темп. ж-сти}}) \cdot \underbrace{dS}_{\text{элем. площадь пов-сти}}$$

α – коэфф. теплоотдачи.



Конвекция

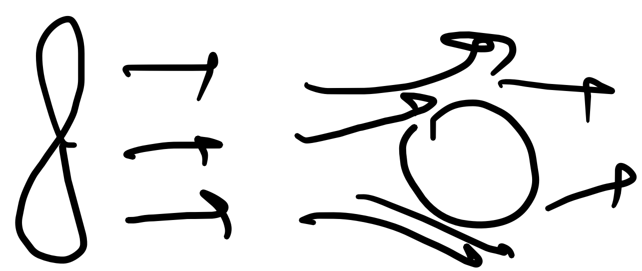
Свободная

① Движ. жидкости — следствие неоднор. массовых сил

Вынужденная

① внешние силы на границах

② запас кин. эн.



Плотность тепл. потока:

$$\vec{q} = \vec{q}_T + \vec{q}_K = \underbrace{-\lambda \nabla T}_{=\vec{q}_T} + \underbrace{\vec{v}\rho h}_{=\vec{q}_K}$$

$h = \frac{dH}{dm}$ – массовая плотность энтальпии.

10.2. Уравнение конвективного теплообмена

Рассм. одноp. и изотр. ~~ж~~-сть.

(Ранее изучено): $\boxed{\rho\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla\vec{q} + q_v}$

Подставим $\vec{q}$:

$$\rho\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla\left(-\lambda\nabla T + \rho\vec{v}h\right) + q_v$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T) - \nabla(\rho \vec{v} h) + q_v =$$

$$= \Big/ \lambda = const; \ \rho = const;$$

$$\nabla \nabla T = \nabla^2 T;$$

$$\nabla(\vec{v} h) = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}(v_i h) = \sum_i \left(h \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + v_i \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) = (\nabla \vec{v}) \cdot h + (\vec{v} \nabla) \cdot h \Big/$$

$$= \lambda \nabla^2 T - \rho h \cancelto{0}{(\nabla \vec{v})} - \rho (\vec{v} \nabla) h + q_v$$

Ур-е непр-сти: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$

Если $\rho = const \Rightarrow \nabla \vec{v} = 0$

Т.о. получим: $\frac{\partial h}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)h = \frac{1}{\rho}\nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho}$

В общ. сл. $dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp$

$h = h(p, T)$

При $p = const$ $\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T \approx 0$.

$$\Rightarrow \quad dh = \left(\frac{dh}{dT}\right)_p dT = c_p\, dT$$

$$\Rightarrow \quad c_p \frac{\partial T}{\partial t} + c_p (\vec{v}\nabla) T = \frac{\lambda}{\rho} \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}\nabla) T = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c_v}$$

Ур-е переноса энергии

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ – коэфф. температуропроводности.

Движ. ж-ти опр-ся сист. из ур-я Навье-Стокса

$$\begin{cases} \rho = \text{const} \\ \nabla \vec{v} = 0 \end{cases}:$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \left(= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} \right) = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v}$$

и ур-я непрерывности

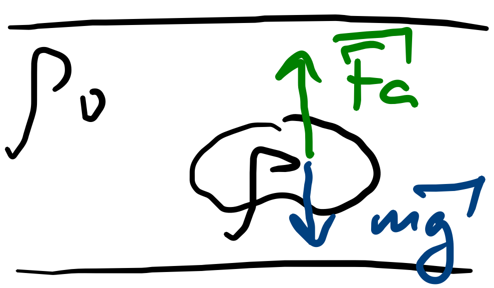
Здесь не учтена зависимость идеал. от темп.

Ограничимся приближенным учетом **переменной плотности**

Пусть ж-сть имеет ρ_0 при T_0 и ρ при T.

+ сила тяжести.

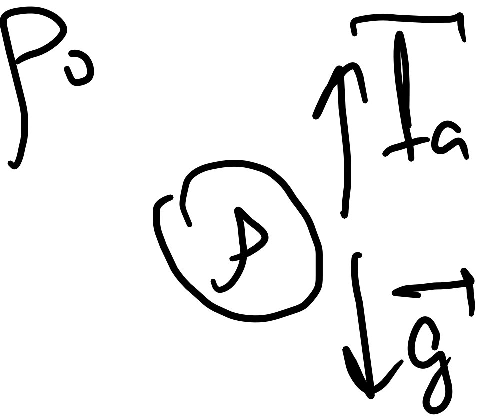
$$\theta = T - T_0$$



$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F_A}$$

$$\vec{f} = \vec{g} + \vec{f_a}$$

dm: $\quad d\vec{F}_a = -\vec{g}\rho_0 dV \Rightarrow$



$$\vec{f}_a = \frac{d\vec{F}_a}{dm} = -\vec{g}\rho_0 \underbrace{\frac{dV}{dm}}_{= \frac{1}{\rho}} =$$

$$= -\frac{\rho_0}{\rho}\vec{g}$$

$$\Rightarrow \vec{f} = \vec{g} - \frac{\rho_0}{\rho}\vec{g} = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)\vec{g}$$

Коэфф. объемного расширения: $\beta_{(V)} = \frac{1}{V_0}\frac{dV}{dT}\Big|_p$

Пусть $\beta = const$ $\Rightarrow$ $\int \beta\, dT = \int \frac{1}{V_0} dV$

$\Rightarrow \underbrace{\beta(T - T_0)}_{\theta} = \frac{V - V_0}{V_0} = \left(\frac{V}{V_0} - 1\right) =$

$= \underbrace{\frac{m}{V_0}}_{\rho_0} \cdot \underbrace{\frac{V}{m}}_{1/\rho} - 1 = \frac{\rho_0}{\rho} - 1$

$\Rightarrow \vec{f} = -\beta\theta\vec{g}$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\vec{g}\beta\theta - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{v}$$

Ур. движ. ж-сти

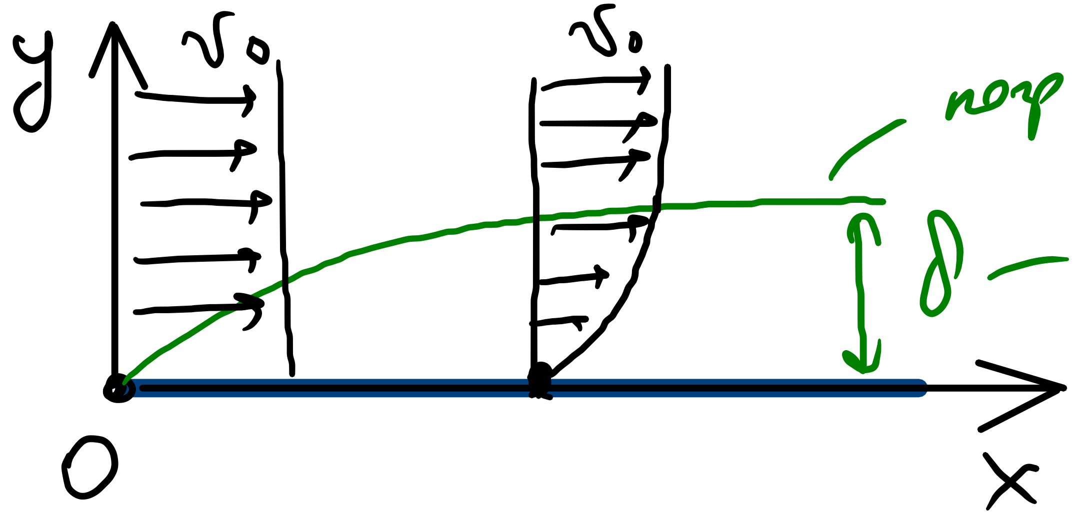
10.3. Пограничный слой

Условие "прилипания" $\vec{v}\big|_{гр} = 0$.

Пусть плоская поверхность тела обтекается безграничным потоком ж-сти

v_0, T_0 — ск. и темп. потока

$\vec{f} = 0$;



В напр. z тело бесконечно

$\Rightarrow$ $\underline{(x, y)}$.

В $\underline{\text{стац.}}$ случае:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \; +$$

Слой тонкий $\Rightarrow \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0$

В потоке, из ур-е Бернулли: $p + \dfrac{\rho v_0^2}{2} = const$

$\Rightarrow \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0$

$\Downarrow$

$\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0$ – в погр. слое

Оценим масштаб величин

l – масштаб вдоль x, δ – масштаб вдоль y

$$v_x = 0 \div v_0 \Rightarrow \frac{\partial v_x}{\partial x} = O\left(\frac{v_0}{l}\right)$$

из ур-неp. $\Rightarrow \dfrac{\partial v_y}{\partial y} = O\left(\dfrac{v_0}{l}\right)$

$$dy \sim O(\delta) \Rightarrow v_y = O\left(\frac{v_0}{l}\delta\right)$$

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = O\left(\frac{v_0^2}{\ell}\right); \quad v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = O\left(\frac{v_0^2 \cancel{\delta}}{\ell\, \cancel{\delta}}\right) = O\left(\frac{v_0^2}{\ell}\right)$$

$$\nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \nu \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial x} = O\left(\nu \frac{v_0}{\ell^2}\right)$$

$$\nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = O\left(\nu \frac{v_0}{\delta^2}\right)$$

$$\delta \ll \ell \Rightarrow \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$$

$$v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = O\left(\frac{v_0^2}{l^2}\frac{\delta^{\cancel{2}}}{\delta}\right) = O\left(\frac{v_0^2}{l^2}\delta\right)$$

Сравним $O\left(\frac{v_0^2}{l}\right)$ и $O\left(\frac{v_0^2\delta}{l^2}\right)$

$$\gg$$

$$\frac{\delta}{l} \ll 1 \Rightarrow$$

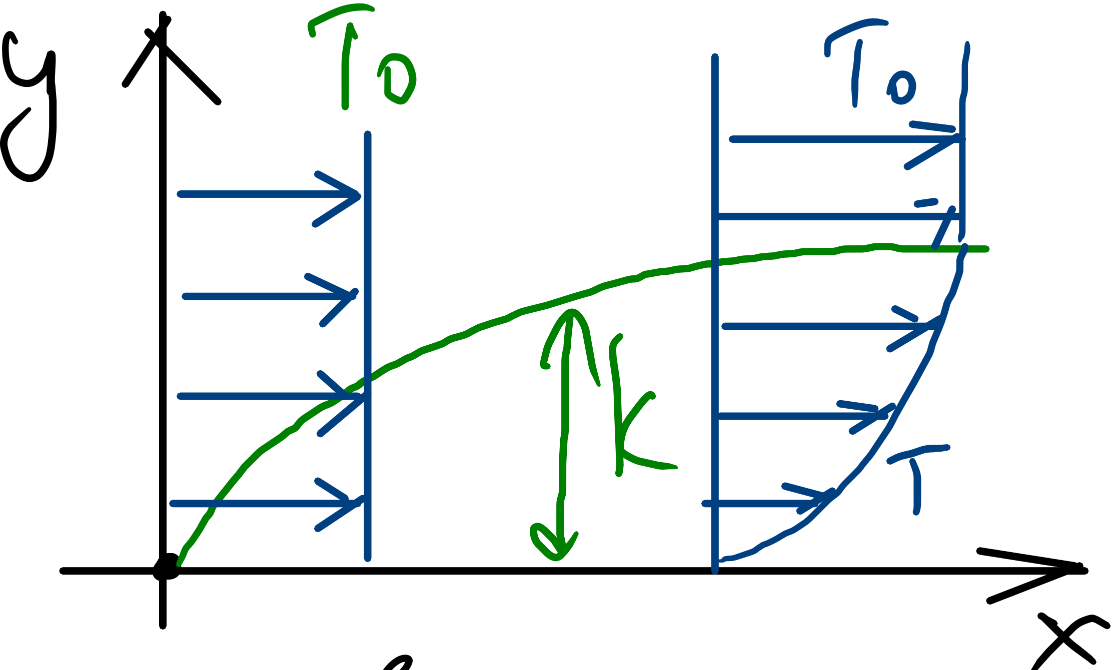
$\Rightarrow$ Ур-е для v_y можно <u>опустить</u>.

г)

$$
\begin{cases}
v_x \dfrac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \dfrac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \dfrac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \\[2ex]
\dfrac{\partial v_x}{\partial x} + \dfrac{\partial v_y}{\partial y} = 0
\end{cases}
$$

Ур-е гидродинамического пограничного слоя

Аналогично, можно ввести **Тепловой пограничный слой**



K – толщина тепл. погр. слоя.

Внутри него $\frac{\partial T}{\partial y} \neq 0$

на внеш. гр. слоя и вне его $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$; $T = T_0$

$K \ll l$. $\Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$; $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$.

$$\Rightarrow \boxed{v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}$$

Ур-е энергии погр. слоя

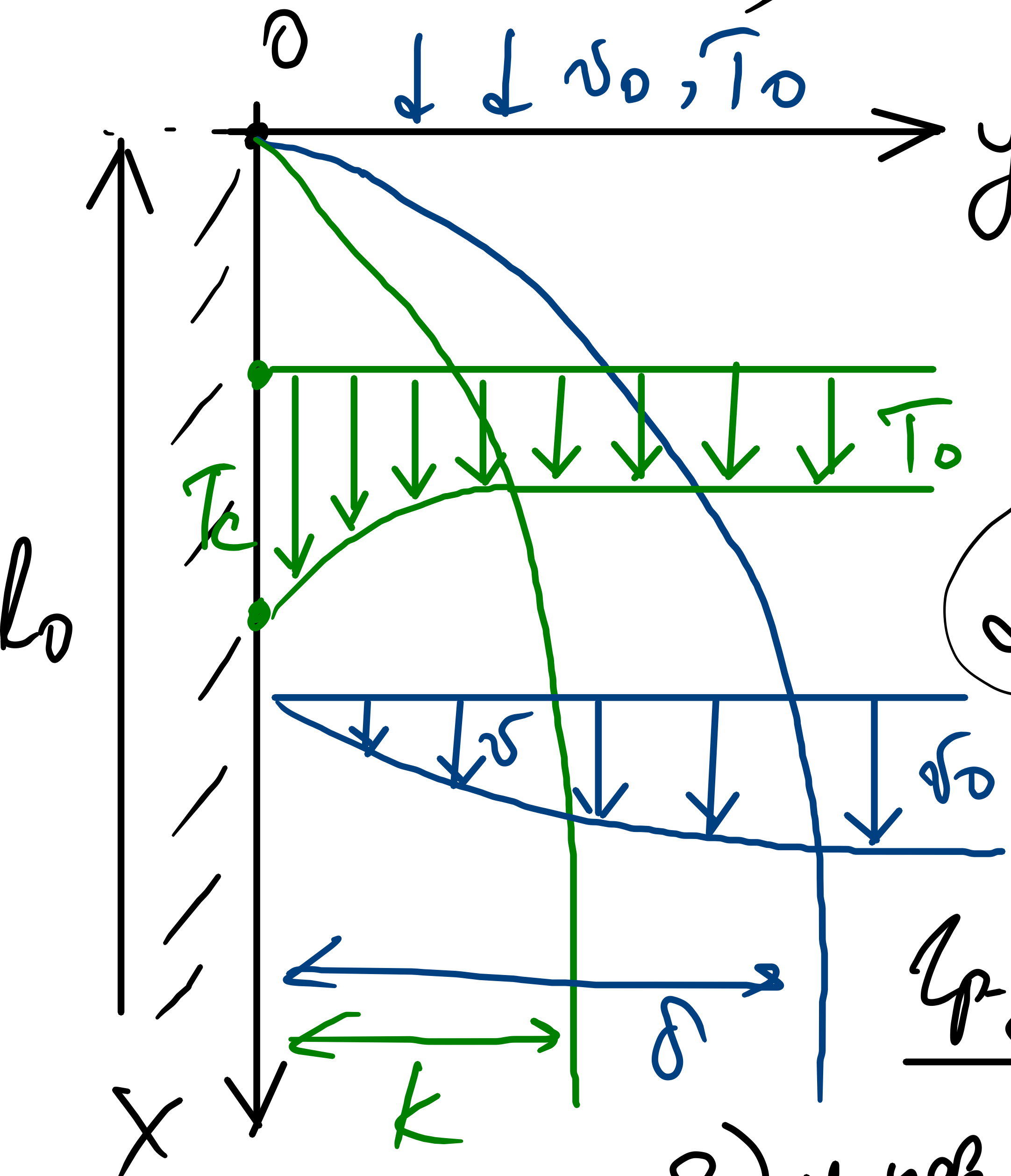
10.4. Ур-е конвекции в безразмерном виде

Пов. тела омывается несжим. ж-стью (ρ = const) с темп. T_0 и ск. v_0

l_0 – размеры тела вдоль OX; → вдоль $OZ \Rightarrow l_0$, T_c – темп. пов. тела

$T_c > T_0$;   Стац. случай; $\theta = T - T_0$

$v_z = 0$ $dT = d\theta$



$\downarrow \vec{g}$

Ур-е погр. слоя:

$$\begin{cases} v_x \dfrac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \dfrac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \dfrac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + g\beta\theta \\ v_x \dfrac{\partial T}{\partial x} + v_y \dfrac{\partial T}{\partial y} = a \dfrac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \\ \dfrac{\partial v_x}{\partial x} + \dfrac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Гр. усл.   1) $y \to \infty$ $\theta = \theta_0 = 0$;

$v_x = v_0$; $v_y = 0$

2) у пов. $(y = 0;\ 0 \le x \le l_0)$ $\theta = \theta_c = T_c - T_0$

$v_x = v_y = 0$

Введем безразм. величины:

$$X=\frac{x}{l_0};\quad Y=\frac{y}{l_0};\quad V_x=\frac{v_x}{v_0};\quad V_y=\frac{v_y}{v_0};\quad \Theta=\frac{\theta}{\theta_c};$$

Ур-е $\Rightarrow$

$$\frac{v_0 V_x\,\partial(v_0 V_x)}{\partial(l_0 X)}+\frac{v_0 V_y\,\partial(v_0 V_x)}{\partial(l_0 Y)}=$$

$$=\nu\,\frac{\partial^2(v_0 V_x)}{\partial^2(l_0 Y)}+g\beta\theta_c\cdot\Theta$$

$$\frac{v_0^2}{l_0}\left(V_x\frac{\partial V_x}{\partial X}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial Y}\right)=\nu\,\frac{v_0}{l_0^2}\,\frac{\partial^2 V_x}{\partial Y^2}+g\beta\theta_c\,\Theta$$

$$\frac{l_0^{\cancel{2}}}{\partial \cancel{\nu_0}}\,\frac{\nu_0^{\cancel{2}}}{\cancel{l_0}}\left(V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} +$$

$$+\frac{l_0^2}{\partial \nu_0}\, g\beta\theta_c = 0$$

$$\frac{l_0 \nu_0}{\partial}\left(V_x\frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial}{l_0 \nu_0}\,\frac{g\beta\theta_c l_0^3}{\partial^2} = 0$$

<u>Ακολούθως:</u>

$$\frac{\nu_0 l_0}{a}\left(V_x\frac{\partial \Theta}{\partial x} + V_y\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}$$

$$\frac{\nu_0}{l_0}\left(\partial V_x/\partial x + \partial V_y/\partial y\right) = 0$$

Гр. усл. 1) $Y \to \infty$; $\Theta = \Theta_0 = 0$; $V_x = 1$; $V_y = 0$;

2) $Y = 0$; $0 \leq X \leq 1$; $\Theta = \Theta_c = 1$; $\underline{V_x = V_y = 0}$

Плотность тепл. потока:

$$\underbrace{q = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}_{\text{Закон Фурье}} = \underbrace{\alpha (T_c - T_0)}_{\text{Закон Ньютона-Рихмана}}$$

$$\Leftarrow$$

$$\alpha = -\frac{\lambda}{T_c - T_0}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = -\frac{\lambda}{\cancel{\Theta_c}} \frac{\partial(\cancel{\Theta_c}\,\Theta)}{\partial(l_0 Y)}\bigg|_{y=0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha l_0}{\lambda} = -\left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right)_{y=0}$$

Числа подобия (критерии подобия):

$$Re = \frac{v_0 l_0}{\nu}$$ – число Рейнольдса

$$Nu = \frac{\alpha l_0}{\lambda}$$ – число Нуссельта (безразм. коэфф. теплоотдачи)

$$Pe = \frac{v_0 l_0}{a}$$ – число Пекле $\left(Pe = \frac{\rho C_p v_0 \theta}{\frac{\lambda}{l_0}\theta} \right)$ $\rho C_p v_0 \theta$ – конвекция, $\frac{\lambda}{l_0}\theta$ – теплопроводность

$$Gr = \frac{g\beta\theta_c l_0^3}{\nu^2}$$ – число Грасгофа

Более общий вариант Gr:

— число Архимеда;

$$Ar = \frac{g l_0^3}{\nu^2} \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}$$

При $\beta = const$

$$Ar = Gr$$

$$Nu = -\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0};$$

$$Re\left(V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{Gr}{Re}\Theta$$

$$Pe\left(V_x \frac{\partial \Theta}{\partial x} + V_y \frac{\partial \Theta}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

Сист. безразм. ур-й конвективной теплоотдачи

$$Nu = f_1(X_c, Y_c, Pe, Re, Gr)$$

$$H = f_2(X, Y, Pe, Re, Gr)$$

$$V_x = f_3(X, Y, Pe, Re, Gr)$$

$$V_y = f_4(X, Y, Pe, Re, Gr)$$

Учет давления дает еще одно число:

$$Eu = \frac{p - p_0}{\rho v_0^2}$$

— число Эйлера

$$Pe = Re\,Pr = \frac{v_0 l_0}{\nu}\frac{\nu}{a}$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$$ – число Прандтля

(a) Для газов $Pr = \underline{const}$.

Nu – ?

10.5. Теплоотдача при вынужденном продольном

Омывании плоской поверхности

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}; \Rightarrow \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{\partial q_y}{\partial y}; \quad \left(a = \frac{\lambda}{\rho c_p}\right)$$

$\Rightarrow$ Ур-е для тепл.:

$$\rho c_p \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\frac{\partial q_y}{\partial y}$$

Расс. $\int_0^\infty dy$ (ур-е):

$$\rho C_p \int_0^\infty dy \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\int_0^\infty \frac{\partial q_y}{\partial y}\, dy$$

$$-\int_0^\infty \frac{\partial q_y}{\partial y}\, dy = -q_y \Big|_0^\infty = q_y(0) - \cancel{q_y(\infty)}^{\to 0} = q_c$$

— тепл. поток через стенку

Ур-е неразр-сти: $\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow dv_y = -\frac{\partial v_x}{\partial x}\, dy$

$$\Rightarrow v_y = -\int_0^y \frac{\partial v_x}{\partial x}\, dy' \quad (v_y = 0 \text{ при } y = 0)$$

Правая часть: $\displaystyle\int_0^\infty dy\left(v_x\frac{\partial T}{\partial x}+v_y\frac{\partial T}{\partial y}\right)=$

$$=\int_0^\infty dy\left(v_x\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial T}{\partial y}\int_0^y\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dy'\right)= \Big/$$

$$\int_0^\infty dy\,\frac{\partial T}{\partial y}\int_0^y\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dy'=\left(\left.T\int_0^y\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dy'\right|_0^\infty-\int_0^\infty T\,\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dy\right)=$$

$$=\big/\,T(\infty)=T_0\,\big/=\int_0^\infty (T_0-T)\,\frac{\partial v_x}{\partial x}\,dy\ \Big/ \ =$$

$$=\int_0^\infty dy\left(-v_x\frac{\partial(T_0-T)}{\partial x}-(T_0-T)\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)=-\frac{d}{dx}\underline{\int_0^\infty v_x(T_0-T)\,dy}$$

При $y \geq k$; $T \simeq T_0$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\int_0^k \upsilon_x (T_0 - T)\,dy = -\frac{q_c}{\rho c_p}$$

интегральное ур-е энергии для погр. слоя

Аналогично, для скорости: $\nu \dfrac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial y^2} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu\dfrac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right)$

$$\Rightarrow \rho\left(\upsilon_x \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}\right) = \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

"τ"

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\int_0^\delta \upsilon_x(\upsilon_0 - \upsilon_x)\,dy = \frac{\tau_c}{\rho}$$

инт. ур-е для скорости

Ламинарный погр. слой

аппроксимируем скорость: $v_x = a + by + \underline{cy^2 + dy^3}$.

Усл-е: $v_x(0) = 0$; $v_x(\delta) = v_0$; $\frac{\partial v_x}{\partial y}(\delta) = 0$;

$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}(0) = 0$;

$a = 0$; $c = 0$; $\underbrace{b + 3d\delta^2 = 0; \quad b\delta + d\delta^3 = v_0}$

$\Rightarrow b = \frac{3}{2}\frac{v_0}{\delta}$; $d = -\frac{1}{2}\frac{v_0}{\delta^3}$

$$\Rightarrow \frac{v_x}{v_0} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

Подставив в инт. ур. сл., можно получить

$$\delta = \sqrt{\frac{280}{13}} \sqrt{\frac{\nu x}{v_0}} \approx 4{,}64 \sqrt{\frac{\nu x}{v_0}}$$

в безразм. виде:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4{,}64}{\sqrt{Re_x}}$$

$$Re_x = \frac{v_0 x}{\nu}$$

Пусть $T_c = const \Rightarrow$ $\quad \theta = T - T_c$; $\quad \theta_0 = T_0 - T_c$

Аналогично v_x:

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{k}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{k}\right)^3}$$

На границе: $\quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{3}{2}\frac{\theta_0}{k} - \frac{1}{2}\cdot 3\theta_0 \frac{y^2}{k^3}$

При $y = 0 \rightarrow$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3}{2}\frac{\theta_0}{k}$$

Ур-е для темп:

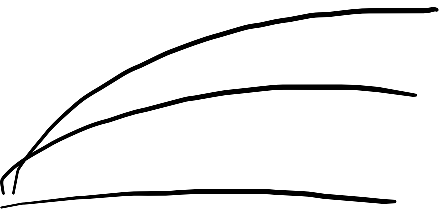
$$\int_0^k v_x(T_0-T)\,dy = \int_0^k v_x(\theta_0-\theta)\,dy =$$

$$= \theta_0 v_0 \int_0^k \left(1-\frac{3}{2}\left(\frac{y}{k}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{y}{k}\right)^3\right)\left(\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right)dy =$$

$$= /\text{самостоятельно}/ = \theta_0 v_0 \delta\left(\frac{3}{20}\left(\frac{k}{\delta}\right)^2-\frac{3}{280}\left(\frac{k}{\delta}\right)^4\right)$$

$$k<\delta \Rightarrow \left(\frac{k}{\delta}\right)^4 < \left(\frac{k}{\delta}\right)^2$$

$$\frac{d}{dx}\left(\theta_0 v_0 \delta \frac{3}{20}\left(\frac{k}{\delta}\right)^2\right) = -\frac{q_c}{\rho c_p} = \underbrace{\frac{\lambda}{\rho c_p}}_{=a} \frac{\partial \theta}{\partial y}\bigg|_{y=0} =$$



$$= a \cdot \frac{3}{2} \frac{\theta_0}{k}$$

Обозн. $\beta = k/\delta \Rightarrow \frac{3}{20} \cancel{\theta_0} v_0 \left(\frac{d\delta}{dx}\beta^2 + 2\beta \frac{d\beta}{dx}\delta\right) = \frac{3}{2} a \frac{\cancel{\theta_0}}{k}$

Распр. по x для δ_x и θ аналогичны $\Rightarrow \frac{d\beta}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} v_0 \beta^2 k \frac{d\delta}{dx} = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} v_0 \beta^2 k \frac{d\delta}{dx} = a \Rightarrow k = \delta\beta$$

$$\frac{1}{10} v_0 \beta^3 \delta \frac{d\delta}{dx} = a;$$

$$\beta^2 = \frac{280}{13}\frac{\nu x}{v_0} \Rightarrow \delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{280}{2\cdot 13}\frac{\nu}{v_0}$$

$$\Rightarrow \frac{280}{260} \cancel{v_0} \beta^3 \frac{\nu}{\cancel{v_0}} = a \Rightarrow \beta^3 = \frac{a}{\nu} = \frac{1}{Pr}$$

$$\frac{280}{260} \approx 1$$

$$\boxed{\frac{k}{\delta} = \frac{1}{Pr^{1/3}}}$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{4{,}64\, x}{\sqrt{Re_x}\,\sqrt[3]{Pr}}$$

$$q_y = \alpha(\underbrace{T_c - T_*}_{\theta_0}) = -\alpha \underline{\theta_0}.$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}\Big|_{y=0} = -\lambda \frac{2}{3}\frac{\theta_0}{k}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{3}{2}\frac{\lambda}{k}$$

$$\underbrace{\frac{\alpha x}{\lambda}}_{Nu_x} = \frac{3}{2}\frac{\cancel{\lambda}}{k}\frac{x}{\cancel{\lambda}} = \frac{3}{2}\frac{\cancel{x}\sqrt{Re_x}\,\sqrt[3]{Pr}}{4{,}64\,\cancel{x}} \simeq 0{,}33\sqrt{Re_x}\,\sqrt[3]{Pr}$$

$$Nu_x = 0{,}33 \cdot Re_x^{0{,}5}\, Pr^{0{,}33} \underbrace{\left(Pr_* / Pr_c\right)^{0{,}25}}_{!!}$$

для кап. ж-стей.

10.6. Формулы для коэфф. теплоотдачи при различных условиях

Т.о. при вынужд. продольном обтекании плоской пов-сти

лам. $Re \leq 4 \cdot 10^4$

лок. $Nu_{ж,x} = 0{,}33 \cdot Re_{ж,x}^{0,5} \, Pr_ж^{0,33} \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}$

ср. $Nu_{ж,l} = 0{,}66 \cdot Re_{ж,l}^{0,5} \, Pr_ж^{0,33} \left(Pr_ж/Pr_c\right)^{0,25}$

$C = \left(\frac{Pr_ж}{Pr_c}\right)^{0,25}$

Турб.: $Re > 4\cdot 10^4$

лок. $Nu_{ж,x} = 0{,}0296\cdot Re_{ж,x}^{0,8}\, Pr_{ж}^{0,43}\cdot C$

ср. $\overline{Nu}_{ж,x} = 0{,}037\cdot Re_{ж,l}^{0,8}\, Pr_{ж}^{0,43}\cdot C$

<u>Т.о. при вынужд. теч-и ж-сти в трубах</u>

<u>Лам.</u> $Re \le 2320$ $\overline{Nu}_{ж} = 0{,}15\cdot Re_{ж}^{0,8}\, Pr_{ж}^{0,43}\cdot C\cdot Gr_{ж}^{0,1}$

<u>Турб.</u>: $R > 2320$ $\overline{Nu}_{ж} = 0{,}021\cdot Re_{ж}^{0,8}\, Pr_{ж}^{0,43}$

Т.о. при поперечном омывании трубы

$$0 < Re < 10^3 \qquad \overline{Nu}_{*,d} = 0{,}5\, Re_{*,d}^{0{,}5}\, Pr_*^{0{,}38} \cdot C$$

$$10^3 < Re < 2\cdot 10^5 \qquad \overline{Nu}_{*,d} = 0{,}25 \cdot Re_{*,d}^{0{,}6}\, Pr_*^{0{,}38} \cdot C$$

$$2\cdot 10^5 < Re < 2\cdot 10^6 \qquad \overline{Nu}_{*,d} = 0{,}023 \cdot Re_{*,d}^{0{,}8}\, Pr_*^{0{,}37}\, C$$

Т.О. при свободном движении жидкости

верт. стенка.

лам. $10^3 < Gr_* Pr_* \leq 10^9$

$$Nu_{*,x} = 0{,}6 \cdot (Gr_{*,x} Pr_*)^{0{,}25} \cdot C$$

$$\overline{Nu}_{*,l} = 0{,}75 (Gr_{*,x} Pr_*)^{0{,}25} \cdot C$$

турб. $Gr_* Pr_* \geq 6 \cdot 10^{10}$

$$Nu_{*,x} = 0{,}15 \cdot (Gr_* Pr_*)^{0{,}33} \cdot C$$

$$\overline{Nu}_{*,l} = Nu_{*,l}.$$

горизонт. труба

$$10^3 < Gr_* Pr_* < 10^9$$

$$\overline{Nu}_{*,e} = 0{,}50\,(Gr_{*,e}\cdot Pr_*)^{0{,}25}\cdot C$$