

## Индивидуальное задание №4 к курсу «Прикладная физика 2С-2»

### Вариант № 1

1. Волновая функция, описывающая  $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет максимум. [ $\rho = 0,76$  и  $5,24$ ]
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ , где  $a$  – радиус Бора. Определите вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме внутри сферического слоя с радиусами  $a$  и  $3a$ . [ $P = 5 e^{-6} (e^4 - 5) = 0,615$ ]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину  $r^2$ . [ $\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$ ]

## Вариант № 2

1. Волновая функция, описывающая  $3s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{300}(\rho) = (27 - 18\rho + 2\rho^2) \exp(-\rho/3) / (81\sqrt{3\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$ ,  $a$  – первый боровский радиус. Постройте графики зависимости  $|\psi_{300}(\rho)|^2$  от  $\rho$  и  $\rho^2 |\psi_{300}(\rho)|^2$  от  $\rho$ .
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . Определите вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом  $3a$ . [ $P = 1 - 25e^{-6} = 0,938$ ]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину  $(r - \langle r \rangle)^2$ . [ $\langle (r - \langle r \rangle)^2 \rangle = 3a^2 / 4$ ]

### Вариант № 3

1. Волновая функция, описывающая  $3s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{300}(\rho) = (27 - 18\rho + 2\rho^2) \exp(-\rho/3) / (81\sqrt{3\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$ ,  $a$  – первый боровский радиус. Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон равна нулю. [ $\rho = 0, 3(3 \pm \sqrt{3})/2$ ]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите вероятность  $P$  того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ . Волновую функцию считать известной:  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . [ $P = 1 - 5/e^2 = 0,323$ ]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднее значение модуля потенциальной энергии. [ $\langle |U| \rangle = e^2 / (4\pi\epsilon_0 a)$ ]

### Вариант № 4

1. Волновая функция, описывающая  $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости  $|\psi_{200}(\rho)|^2$  от  $\rho$  и  $\rho^2 |\psi_{200}(\rho)|^2$  от  $\rho$ .
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . Определите вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме снаружи сферы с радиусом  $2a$ . [ $P = 13e^{-4} = 0,238$ ]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднее значение модуля силы взаимодействия электрона и ядра. [ $\langle |F| \rangle = 2e^2 / (4\pi\epsilon_0 a^2)$ ]

### Вариант № 5

1. Волновая функция, описывающая  $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$ ,  $a$  – первый боровский радиус. Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум. [ $\rho = 0$  и  $2$ ]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Найдите отношение вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ , к вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ . Волновую функцию считать известной:  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . [0,478]
3. Вычислите среднее значение кинетической энергии для электрона в основном состоянии атома водорода. [ $\langle T \rangle = me^4 / (2\hbar^2)$ ]

### Вариант № 6

1. Волновая функция, описывающая одно из  $2p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{210}(\rho, \theta) = \rho \exp(-\rho/2) \cos \theta / (4\sqrt{2\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$ ,  $a$  – первый боровский радиус. Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет максимум при  $\theta = 0$ . [ $\rho = 4$ ]
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . Определите вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме снаружи сферы с радиусом  $3a$ . [ $P = 25e^{-6} = 0,0619$ ]
3. Найти средний электростатический потенциал, создаваемый электроном в основном состоянии в центре атома водорода. [ $\langle \varphi \rangle = -e / (4\pi\epsilon_0 a)$ ]

### Вариант № 7

1. Волновая функция, описывающая одно из  $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{310}(\rho, \theta) = \sqrt{2}\rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \cos \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум при  $\theta = 0$ . [ $\rho = 0$  и  $6$ ]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите отношение вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ , к вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ . Волновую функцию считать известной:  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . [2,09]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину  $r^3$ . [ $\langle r^3 \rangle = 15 a^3/2$ ]

### Вариант № 8

1. Волновая функция, описывающая одно из  $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{310}(\rho, \theta) = \sqrt{2}\rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \cos \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости  $|\psi_{310}(\rho)|^2$  от  $\rho$  и  $\rho^2 |\psi_{310}(\rho)|^2$  от  $\rho$  при  $\theta = 0$ .
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Волновую функцию считать известной  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ . Привести собственную нормированную волновую функцию к безразмерному виду (т.е. к зависимости от  $\rho = r/a$ ). Найдите, используя разложение функции  $e^{-2\rho}$  в ряд Маклорена, вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом  $0,05a$ . Здесь  $a$  – радиус Бора.  
$$[P \approx 4\rho^3/3 - 2\rho^4 = 1,6 \cdot 10^{-4}]$$
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину  $1/r^2$ . [ $\langle 1/r^2 \rangle = 2/a^2$ ]

### Вариант № 9

1. Волновая функция, описывающая одно из  $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{311}(\rho, \theta, \varphi) = \exp(i \varphi) \rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \sin \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$ .  
Определите расстояние  $\rho$  от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум при  $\theta = \pi/2$ . [ $\rho = 0; 6$ ]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите вероятность  $P$  того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу  $a$ . Волновую функцию считать известной:  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ .  
[ $P = 1 - 5/e^2 = 0,323$ ]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину  $1/r$ . [ $\langle 1/r \rangle = 1/a$ ]

### Вариант № 10

1. Волновая функция, описывающая одно из  $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{311}(\rho, \theta, \varphi) = \exp(i \varphi) \rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \sin \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости  $|\psi_{311}(\rho)|^2$  от  $\rho$  и  $\rho^2 |\psi_{311}(\rho)|^2$  от  $\rho$  при  $\theta = \pi/2$ .
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией  $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ , где  $a$  – радиус Бора. Определите вероятность  $P$  пребывания электрона в атоме вне сферического слоя с радиусами  $a$  и  $3a$ .  
[ $P = 1 - 5 e^{-6} (e^4 - 5) = 0,385$ ]
3. Волновая функция, описывающая  $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид:  $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$ , где  $\rho = r/a$  – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Вычислите для электрона в  $2s$ -состоянии среднее значение величину  $1/r^2$ . [ $\langle 1/r^2 \rangle = 1/(4a^2)$ ]