

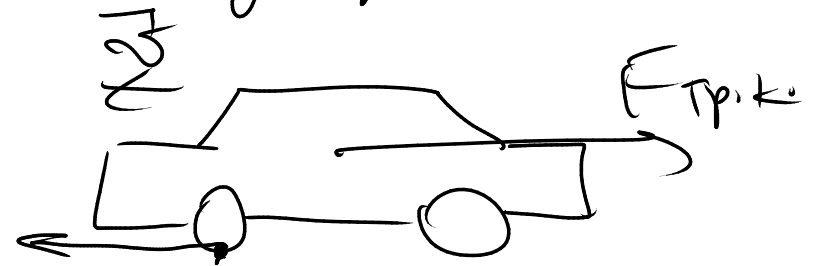
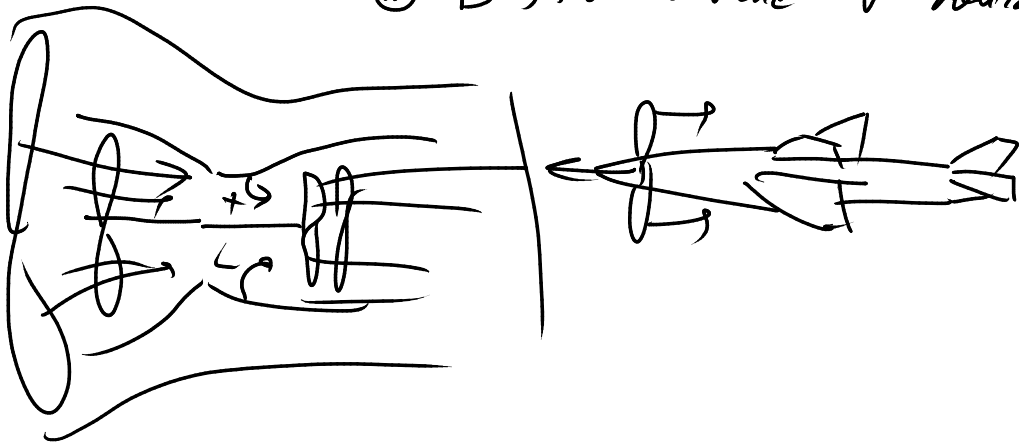
# Глава 10. Реактивное движение

## 10.1. Динамика тел с переменной массой

Реакт. движ. созд. за счет отбрасывания частей массы.

Сила тяги = сила реакции по 3<sup>ью</sup> Зак Ньютоня

⊙ В этом смысле  $\nabla$  Ил-76, созд. тягу — реактивной



В реак. движ. тела созд. продуктами сгорания, которые  
входят в массу ракеты.

---

Рассм. тело массы  $m$  и  $\infty$  скоростью  $\vec{v}$

Пусть в момент  $t$  отделяется масса  $dm'$  со скоростью  $\vec{u}$



Зак. сохр. массы:  
 $dm' + dm = 0$

ЗСУ:  
 $m\vec{v} = (m + dm)(\vec{v} + \Delta\vec{v}) + \vec{u}dm'$

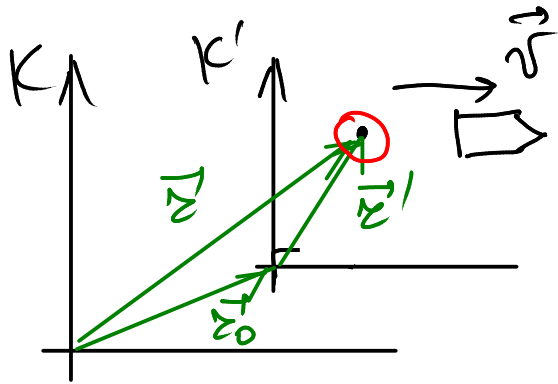
$$\begin{aligned}
 \cancel{m\vec{v}} &= m\vec{v} + m d\vec{v} + dm \cdot \vec{v} + dm \cdot d\vec{v} + \vec{u} dm' = \\
 &= / \text{пренебрегаем } 2^{\text{м}} \text{ порядком малости} / = \\
 &= \cancel{m\vec{v}} + m d\vec{v} + \vec{v} dm + \vec{u} dm'
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d(m\vec{v}) = -\vec{u} dm' = / dm' = -dm / = \vec{u} dm$$

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt} \quad | \quad \forall v < c$$

$$m d\vec{v} = \vec{u} dm - \vec{v} dm = (\vec{u} - \vec{v}) dm$$

$$\frac{m d\vec{v}}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt}$$



$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t \Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}$$

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{u}$  (green)  
 $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{u}'$  (red)  
 $\vec{v}$  (blue)

радиус-вектор  
отдельности тела  $dr'$

$$\Rightarrow \vec{u} = \vec{v} + \vec{u}'$$

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v} - \text{ скорость отдельности тела относительно тела}$$

В случае распада  $\vec{u}'$  — (отн.) скорости исхода (газов)

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}' \frac{dm}{dt}$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{u} - \vec{v}) \frac{dm}{dt}$$

Уравнение Мэнгера

В случае равновесия  
врем. сила

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u}' \frac{dm}{dt} + \vec{F}_{\text{врем}}$$

$$q = - \frac{dm}{dt} = \frac{dm'}{dt}$$

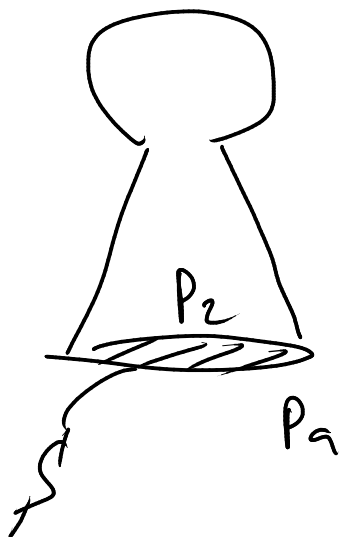
(секунда<sup>-1</sup>) (масса<sup>-1</sup>)  
расход топлива q

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -q \vec{u}' + \vec{F}_{\text{врем}}$$

$$\vec{F} = -q \vec{u}' \quad \text{Сила тяги}$$

## 10.2 Удельный импульс

Сила  $F = q u'$  — справедлива только если обрабатываемая часть — жидкость / ТВ. тело



Для газов

$$F = q u' + \int (p_2 - p_a)$$

$S$  — площадь <sup>среза</sup> сечения  
 $p_a$  — атм. давл.

$p_2$  — давл. газов на срезе сопла

Для удобства

$U_3 = U' + \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1)$	эффективная средняя скорость
--	---------------------------------

⊙ Определяется экспериментально

Вес, ед. изм кгс кг-сила.

$$F = \rho U_3 = \frac{U_3}{g} \cdot \rho g = I_y \cdot \rho g$$

$\rho g$  - весов. сес. расход  
 $[\rho g] = \frac{\text{кгс}}{\text{с}}$

$$[F] = \text{кгс}$$

$$[I_y] = \frac{\text{кгс}}{\text{кгс/с}}$$

← удельная тяга

$I_y = \frac{U_3}{g} - \text{удельный}$ импульс
--

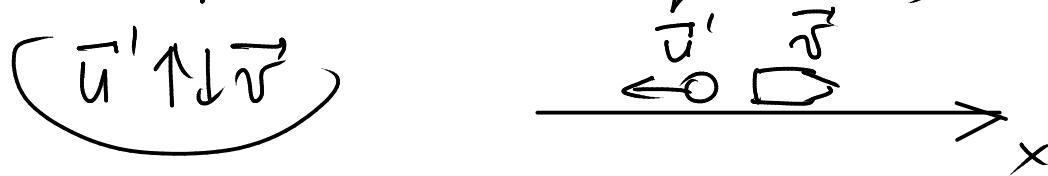
$$= \frac{\text{кгс} \cdot \text{с}}{\text{кгс}} \rightarrow \text{вес расхода}$$

↓  
удельный импульс

$$\underline{DU}: \quad [I_y] = \frac{M \cdot c^2}{g \cdot u} = C$$

### 10.3. Формула Циолковского

Рассм. изменение. Движ.,  $g = \text{const}$ ,  $\vec{F}_{\text{внеш}} = 0$



$$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = -u' \frac{dm}{dt} \quad \Rightarrow \quad dv = -u' \frac{dm}{m}$$

$$\int_{v_0}^{v_k} dv = -u' \int_{m_0}^{m_k} \frac{dm}{m} \quad | \Rightarrow \quad v_k - v_0 = -u' \ln m \Big|_{m_0}^{m_k} = -u' \ln \frac{m_k}{m_0}$$

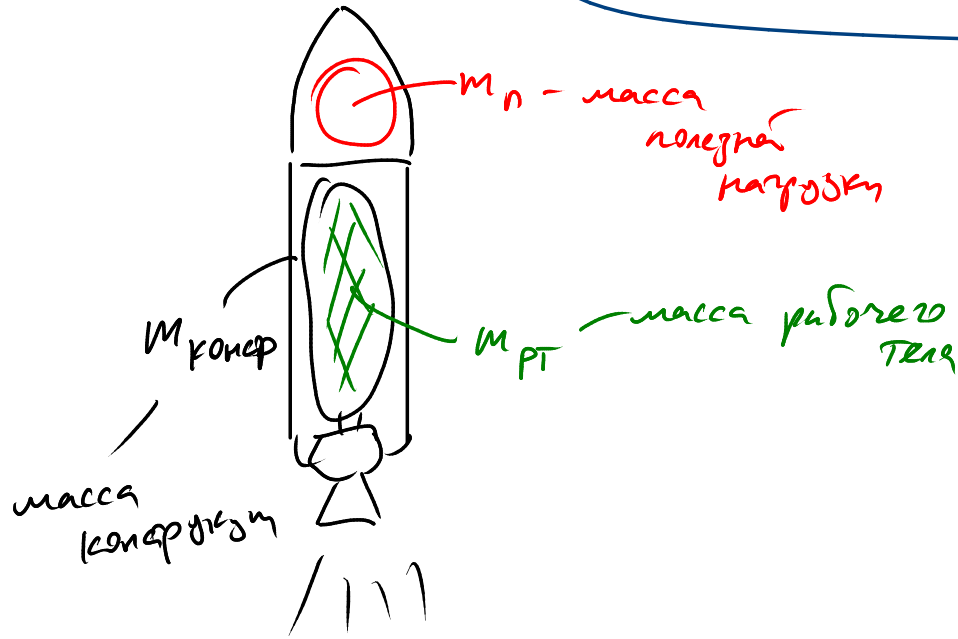
$\Delta v = v_k - v_0 = u' \ln \frac{m_0}{m_k}$	Формула Циолковского
---	----------------------



$\Delta v$  - χαρακτηριστική ταχύτητα

$$\Delta v = g I_{sp} \ln \frac{m_0}{m_k}$$

$z = \frac{m_0}{m_k}$  - ratio of initial mass to final mass



$$m = m_n + m_{PT} + m_{коноп}$$

конструктивная характеристика

$$S = \frac{m_0 - m_n}{m_k - m_n}$$

$\forall \text{parten } z < S$

④ Сатурн-5  $S = 16$

## 10.4. Многоступенчатые ракеты

$$\Delta v = u' \ln \frac{m_0}{m_1}$$

Венера. требуемая  $\Delta v$  разор  $\Delta v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

ск. иср.  $u' \approx 3 \frac{\text{км}}{\text{с}}$   
(керосин +  $O_2$ )

$$Z_{\text{неодк}} = \frac{m_0}{m_k} = e^{\Delta v / u'} = e^4 \approx \underline{54,6}$$

$H_2 + O_2$   $u' \approx 4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

$$Z \approx e^3 \approx \underline{20}$$

$m \dot{a} = F$ ;  $F = \text{const}$   $m$  уменьш.,  $\Rightarrow a$  растет.

— уменьшаем  $T_{\text{ж}} z$ .

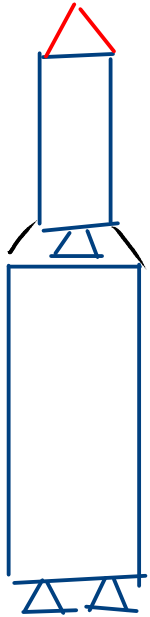


Составные ракет

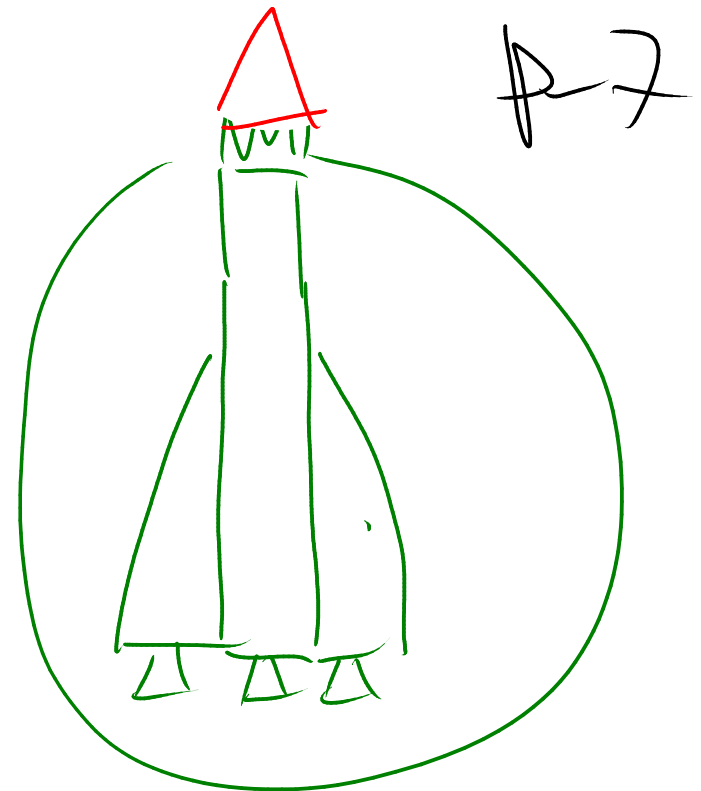
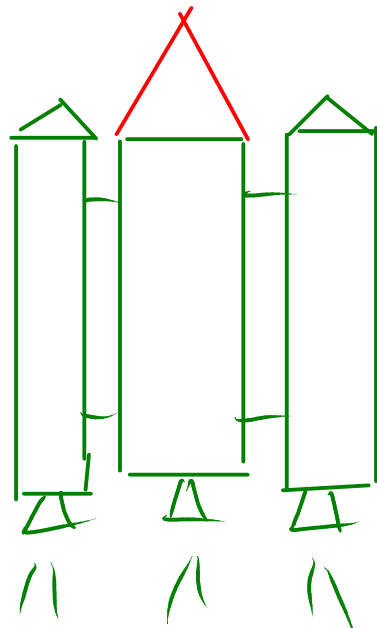
$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \dots$$

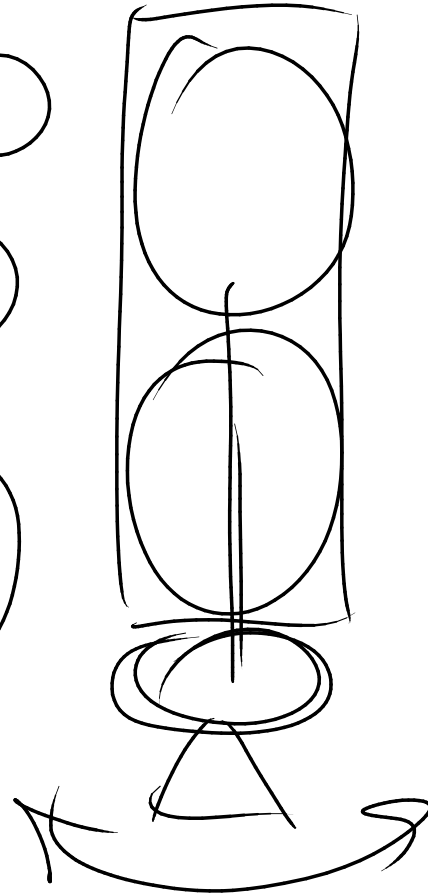
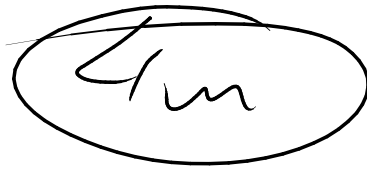
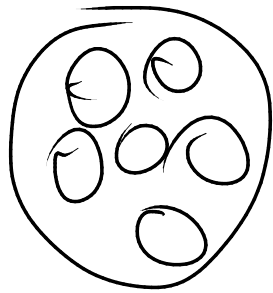
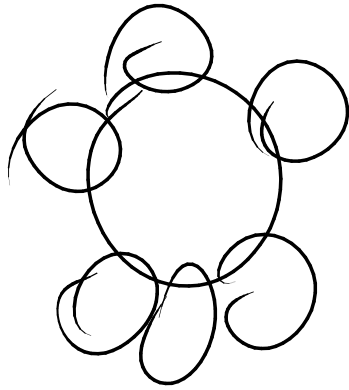
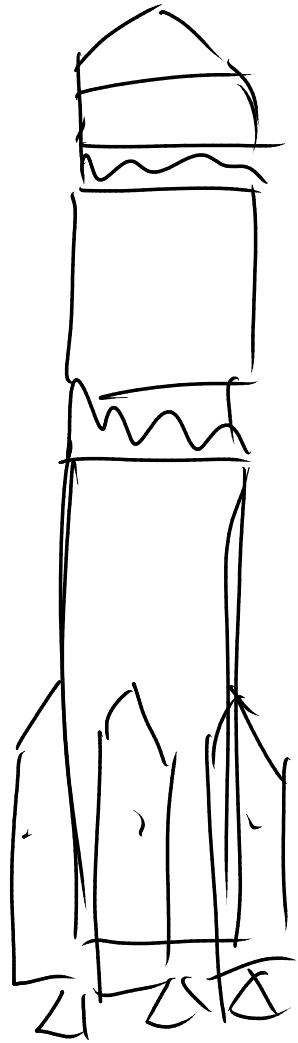
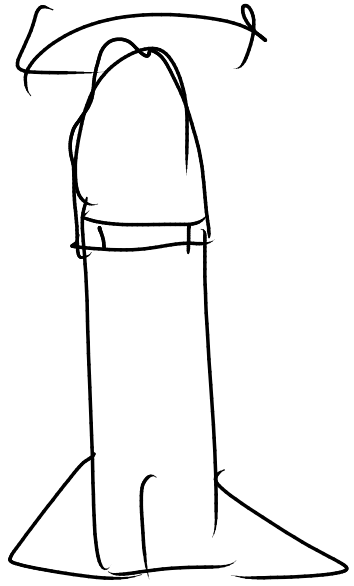
Т.е. если массы  $M$  ракет отбрасываются,  
то это вызывает уменьшение.

Тандем

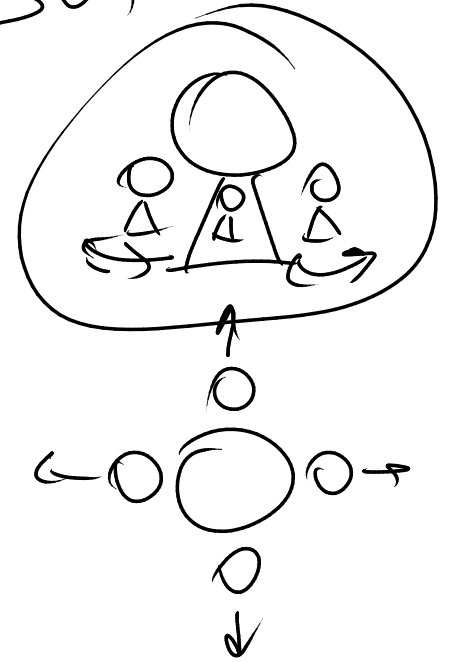


паралельно



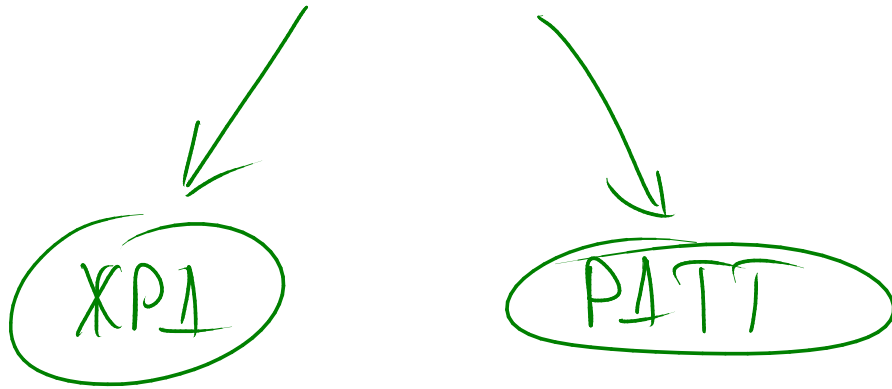


3m



## 10.5. Ракетные двигатели

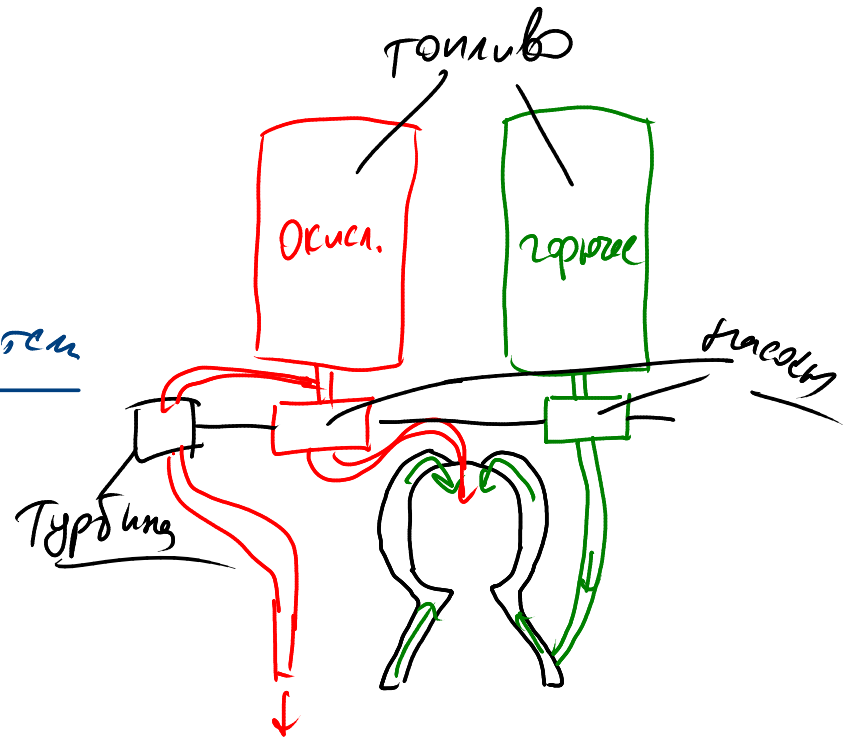
(Термо) химические двигатели



ЖРД — жидкостные ракетные двигатели

$$u \sim \sqrt{\frac{I}{M}} \quad (10\%)$$

молярная масса



горючее: керосин, жидкий водород ( $H_2$ ),  $HDM_2$

несymm. димети гидразин

окислитель: жидкий кислород ( $O_2$ ),  $HNO_3$ ,  $N_2O_4$  (AT)

косм. ракеты керосин +  $O_2$ ,  $H_2 + O_2$

военные



→ в косм. аппаратах,

керосин +  $O_2$   $u_{\text{г}}' = 2943 \text{ м/с}$

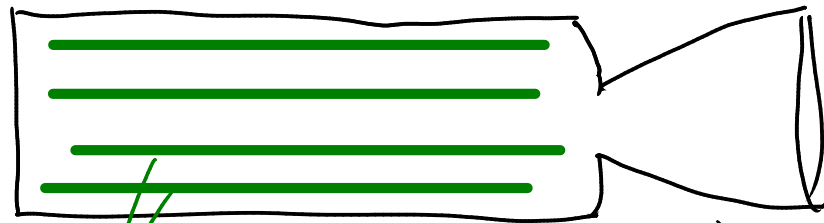
$H_2 + O_2$   $u_{\text{г}}' = 3835 \text{ м/с}$

AT +  $HDM_2$   $u_{\text{г}}' = 2855 \text{ м/с}$

$u_{\text{г}}' \approx 3400 \text{ м/с}$

до 4500 м/с

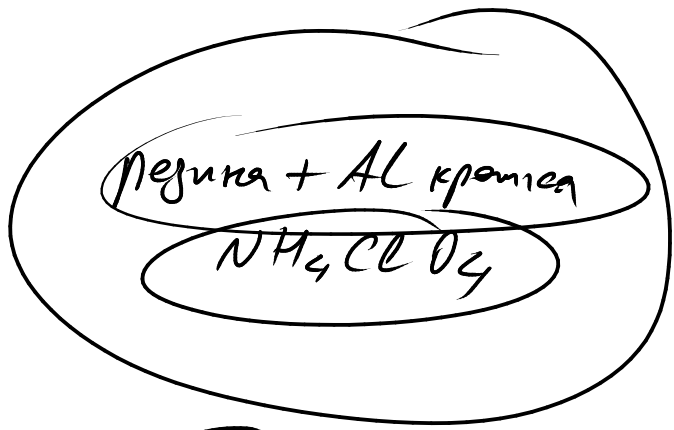
PATT.



форм. матрица

конус

//  
воздух + азот



песок + Al крица

$\text{NH}_4\text{ClO}_4$

$T_y = 250-280 \text{ c}$