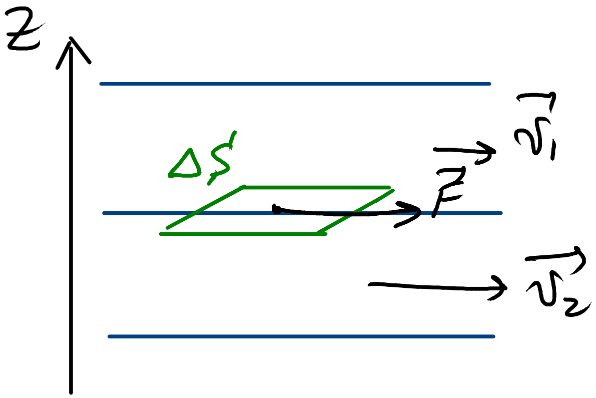
Глава 2. Движение тел в жидкостях и газах.

Теория идеального ветряка

2.1. Вязкость

или внутреннее трение

Рассм. 2 слоя ж-сти с разными скоростями $v_1 < v_2$



На 1 слой действ. сила внутр. трения

$$\boxed{\vec{F} = -\eta \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \Delta S}$$

Закон вязкости Ньютона

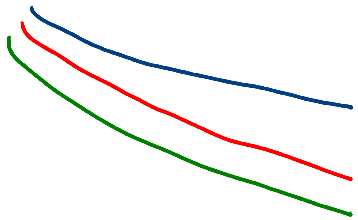
η – (динамическая) вязкость

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость

$[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$

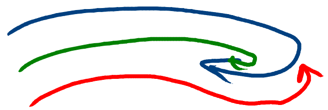
2.2. Ламинарное и турбулентное течение

Течение ж-сти



Жидкость разделяется на слои, которые скользят др. отн. др не перемешиваясь

ЛАМИНАРНОЕ (слоистое)



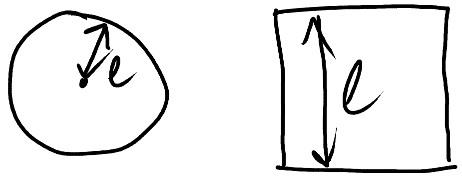
Течение не стационарно жидкость перемешивается

Турбулентное

Хар-р теч-я зависит от знач-я величины:

$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}$	Число Рейнольдса

ρ – плотность ж-сти; v – ср. (по сечению) скорость потока,
η – вязкость; l – характерный для поперечного сечения размер.



$Re < (Re)_{кр}$ – ламинарное теч-е

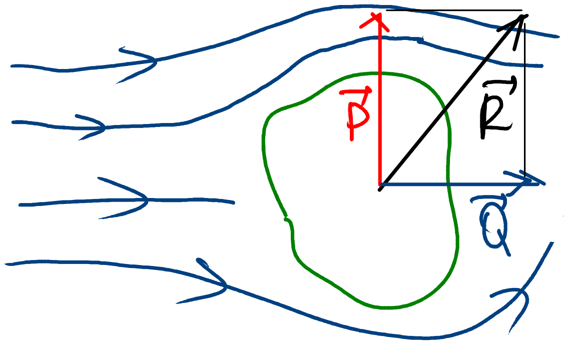
$Re > (Re)_{кр}$ – турбулентное теч-е

Пр Круглая труба

$l = r$;

$Re = \frac{\rho v r}{\eta}$; $(Re)^{кр} \approx 1000$

2.3. Движение тел в жидкостях и газах



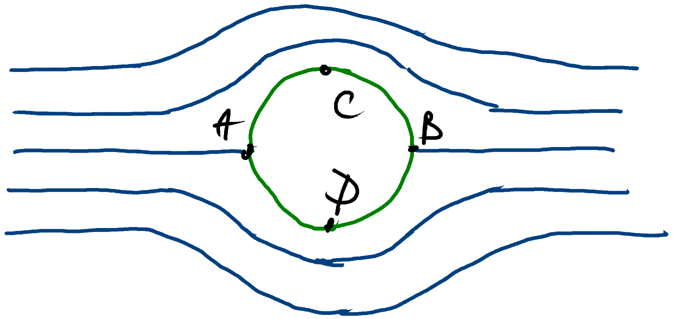
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$\vec{Q}$ – лобовое сопр-е, $\parallel$ потоку

$\vec{P}$ – подъемная сила, $\perp$ потоку

В ид. ж-сти без вязкости равномерное движ-е не вызывает сопротивление.

Для бесконечного цилиндра картина обтекания симметрична

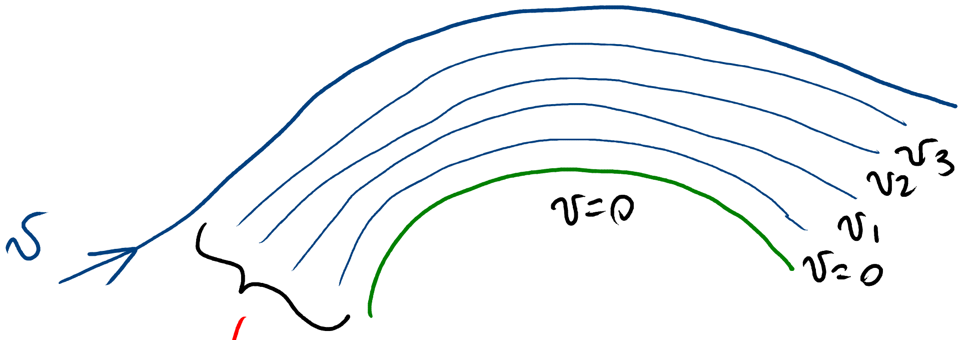


Давл-е одинаково у точек

A и B $\Rightarrow Q = 0$

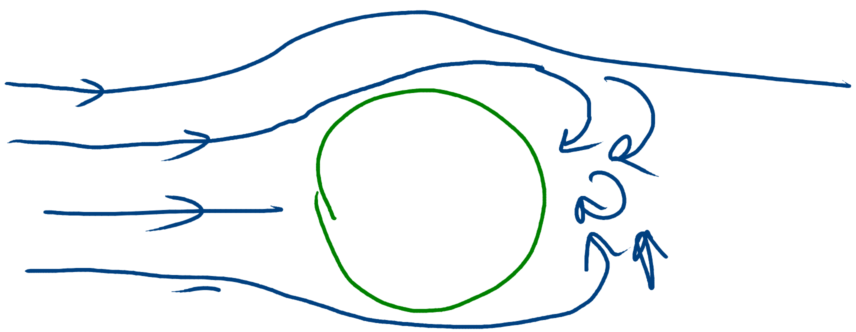
C и D $\Rightarrow P = 0$

Рассм. <u>вязкую жидкость</u>.



$0 < v_1 < v_2 < v_3 < v$

пограничный слой — слой ж-сти вблизи тела, где есть не нулевой градиент скорости



Из-за сил трения в пог. слое происходит отрыв потока от тела, в результате возникают вихри

Давл-е в обл. вихрей — пониженое

$\Rightarrow$ сопротивление давления

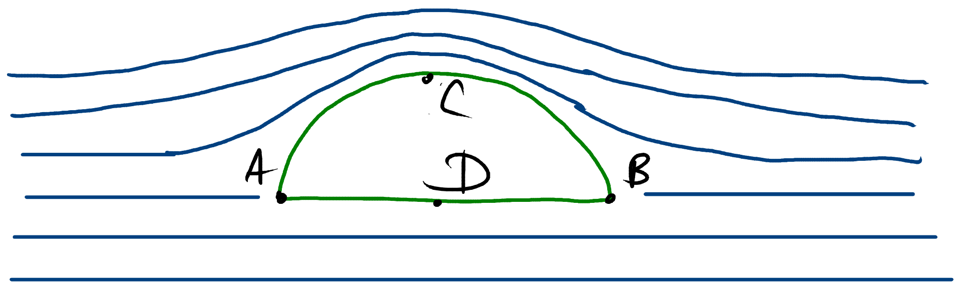
$$\text{Лобовое сопр-е} = \underbrace{\text{сопр-е трения}}_{\text{осн. роль при малых } Re} + \underbrace{\text{сопр-е давл-е}}_{\text{осн. вклад при больших } Re,}$$

При малых Re сила сопр-е $f \sim \eta v l$ Закон Стокса.

коэфф. завис. от формы тела

Для шара

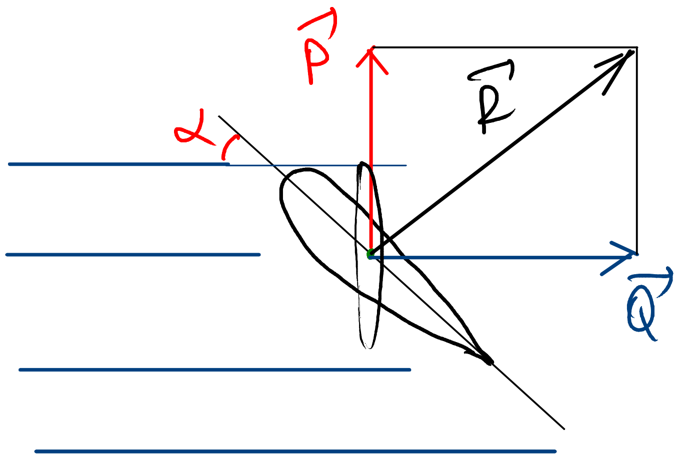
$f = 6\pi \eta v \cdot r$



Линии тока сгущаются у точки C отн. точки D

⇒ давл. снизу больше, чем сверху ⇒

подъемная сила



α – угол атаки

$$P = R_y = \frac{\rho v^2}{2} S \cdot C_y(Re)$$

коэфф. подъемной силы

$$Q = R_x = \frac{\rho v^2}{2} S \cdot C_x(Re)$$

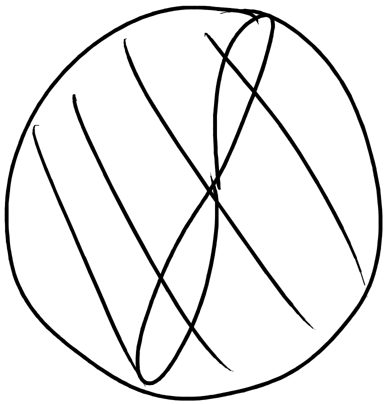
коэфф. лоб. сопр.

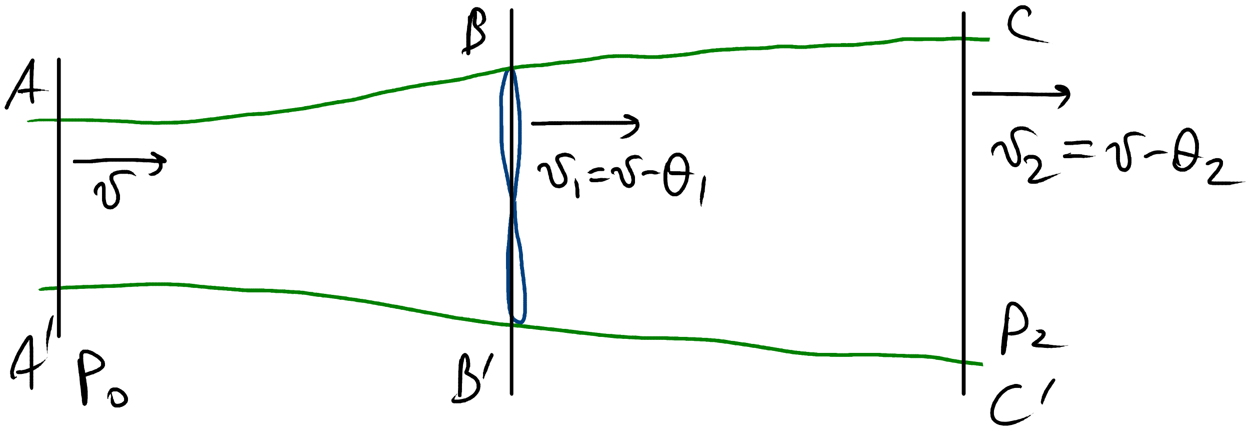
2.4. Расчет идеального ветряка

1920г Жуковский

Ид. ветряк:

- ось вращения параллельна v ветра
- бесконечное число лопастей бесконечно малой ширины
- сопр-е лопастей нулевое
- скорость потока тормозится равномерно по всей ометаемой площади
- угловая скорость $\omega \to \infty$





Рассм. равномерный несжимаемый идеальный поток ветра

Зак. Бернулли для AA' и CC': $\frac{P_0}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}$

$v > v_2$; $P_2 > P_0$

Пусть за время dt через сеч-е пройдёт $\underline{dm}$ – масса воздуха

Кин. эн. перед ветряком $dW = \frac{dm \cdot v^2}{2}$;

после ветряка $dW_2 = \frac{dm \cdot v_2^2}{2}$;

На вершине произв. работа: $\delta A = dW - dW_2 = \frac{1}{2} dm \left(v^2 - v_2^2\right) =$

$$= \frac{1}{2} dm \left(v^2 - (v - \theta_2)^2\right) = \frac{1}{2} dm \left(\cancel{v^2} - \cancel{v^2} - \theta_2^2 + 2 v \theta_2\right)$$

$$\delta A = \frac{1}{2} dm\, \theta_2 (2v - \theta_2) = \underline{dm \cdot \theta_2 (v - \theta_2/2)}$$

С др. ст. эта работа произв. силой давл-я F

$$\delta A = \underline{F \cdot v_1 \cdot dt}$$

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

сила торможения (возд)

<u>ЗСИ</u> для dm через AA' и CC';

$$dm \cdot v = dm\, v_2 + F' dt$$

$$F = F' = \frac{dm}{dt} (v - v_2) = \underline{\frac{dm}{dt} \theta_2}$$

$$\Rightarrow \cancel{dm}\,\cancel{\theta_2}\left(v - \frac{\theta_2}{2}\right) = F\cdot v_1\cdot dt = \frac{\cancel{dm}}{\cancel{dt}}\cancel{\theta_2}(v-\theta_1)\cancel{dt}$$

$$\Rightarrow \cancel{v} - \frac{\theta_2}{2} = \cancel{v} - \theta_1$$

$$\theta_1 = \frac{\theta_2}{2}; \quad \theta_2 = 2\theta_1$$

Энергия ветра, переносимая через сечение ветряка за dt

$$dW = \frac{dm\cdot v^2}{2}; \quad \leftarrow \quad \underline{dm = \rho\cdot S v\, dt}$$

Мощность:

$$N = \frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} v^2 \rho S\cdot v = \frac{1}{2}\rho v^3 S$$

Мощность, выделяемая на ветряке:

$$N_1 = \frac{\delta A}{dt} = F v_1 \frac{\cancel{dt}}{\cancel{dt}} = \underline{F(v - \theta_1)}$$

Идеальный коэфф. использования энергии ветра:

$$C_{pi} = \frac{N_1}{N} = \frac{2F(v-\theta_1)}{\rho v^3 S} = B \cdot \left(1 - \frac{\theta_1}{v}\right)$$

$B = \dfrac{2F}{\rho v^2 S}$ — коэфф. лобового <u>давл-я</u>.

$$B = \frac{2F}{S\rho v^2} = \frac{2 \cdot \theta_2 \cdot \frac{dm}{dt}}{S \rho v^2}$$

Здесь

$$dm = \rho S v_1 \, dt$$

$$\theta_2 = 2\theta_1$$

$$B = \frac{2 \cancel{\rho} \cancel{S} v_1 \, \theta_2}{\cancel{S} \cancel{\rho} v^2} = \frac{4\theta_1 (v - \theta_1)}{v^2}$$

$\varepsilon = \frac{\theta_1}{v}$ – коэфф. торможения

$$\underline{B = 4\varepsilon(1-\varepsilon)}$$

$$C_{p_i} = 4\varepsilon(1-\varepsilon)^2$$

Найдем макс. :

$$\frac{dC_{p_i}}{d\varepsilon} = 4\,\frac{d}{d\varepsilon}\left(\varepsilon^3 - 2\varepsilon^2 + \varepsilon\right) =$$

$$= 4\left(3\varepsilon^2 - 4\varepsilon + 1\right) = 0$$

$$3\varepsilon^2 - 4\varepsilon + 1 = 0; \qquad D = 16 - 3\cdot 4 = 4$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6} = \left(1; \frac{1}{3}\right)$$

$$\cancel{\varepsilon = 1;\ C_{p_i} = 0} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_m = \frac{1}{3};$$

$$C_{p_i}^{max} = 4\cdot\frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{16}{27}$$

$$C_{p_i}^{max} = \frac{16}{27} \simeq 0{,}593$$

$$B^{max} = \frac{8}{9} \simeq 0{,}889$$

Выводы из кл. теории ид. ветряка

1) Максимальное значение коэфф. использования энергии ветра $C_{pi}^{max} = 0,593$

2) потеря скорости в плоскости ветряка $\vartheta_1 = \frac{1}{3} v$

3) полная потеря скорости $\vartheta_2 = \frac{2}{3} v$

4) Скорость ветра за ветряком в 3 раза меньше исходной.

2.5. Осн. хар-ки ветротурбин

$$C_p = \eta \cdot C_{pi}^{max} \qquad \eta = 0{,}3 \div 0{,}8$$

Быстроходность $\quad Z = \frac{\omega R}{v}$

R – радиус ветряка

ω – угл. ск. вращ.

v – скорость ветра