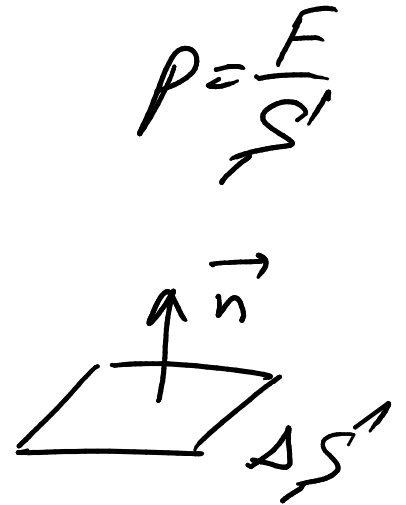


Глава I. Механика жидкостей и газов

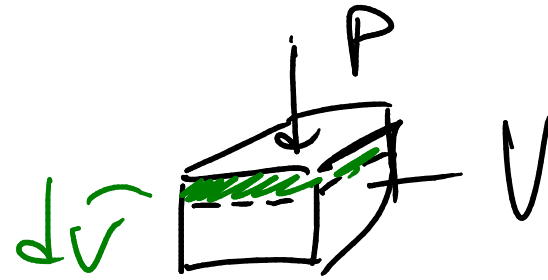
Газ } называется
жидкость } \Rightarrow жидкостью (fluid)

В состоянии равновесия давление p
не зависит от ориентации площади,
на которую действует | Закон Паскаля



Давл-е вызывает сжатие -

коэфф. сжимаемости
$\gamma = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$



Обычно: $\gamma_{\text{газ}} \gg \gamma_{\text{жидкости}}$ -

Если можно пренебречь изм. объема жидкост —

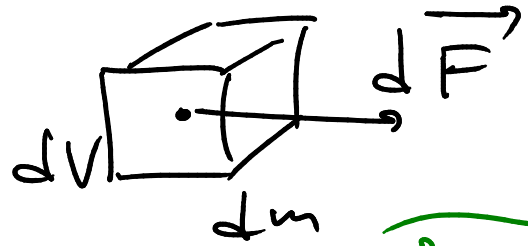
— модель абсолютно несжимаемой жидкости!



Силы в жидкости



Массовые силы



$$d\vec{F} = \vec{f} dV$$

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

(Объемная) плотность
(массы)

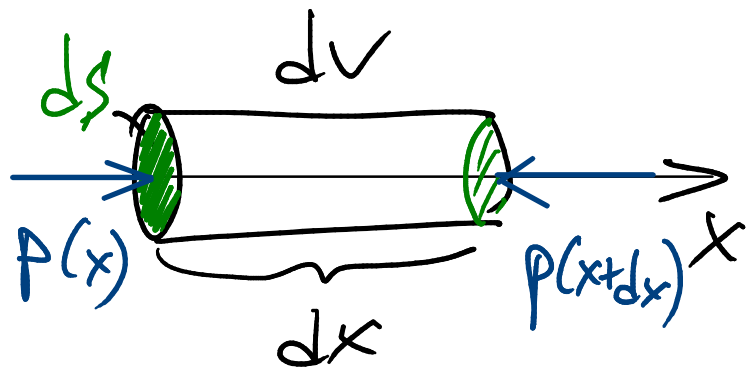
$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dV}$$

объемная
плотность
сил

Для сил тяжести

$$f = \frac{dm \cdot g}{dV} = \rho \cdot g$$

Рассм. систему носителя жидкостя — интерстиция.



Найдем равнодействующую сил давленя, действ на dV

$$\begin{aligned} \underline{Ox}: \quad dF_x &= p(x) dS - p(x+dx) dS = \\ &= \underbrace{dS dx}_{dV} \underbrace{\frac{p(x) - p(x+dx)}{dx}}_{= -\frac{\partial p}{\partial x}} = -\frac{\partial p}{\partial x} dV \end{aligned}$$

T.o. $dF_x = -\frac{\partial p}{\partial x} dV;$

Аналогично:

$$dF_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} dV; \quad (i = x, y, z)$$

Бозн. \vec{S} — плотность сил давления $\vec{S} = \frac{d\vec{F}}{dV}$

$$\Rightarrow S_x = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad S_y = -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad S_z = -\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\vec{S} = -\nabla p$$

В равновесии эта од. сила должна уравновесиваться
Другой од. силой \vec{f} ; $\Rightarrow \vec{f} + \vec{S} = 0$

\Rightarrow

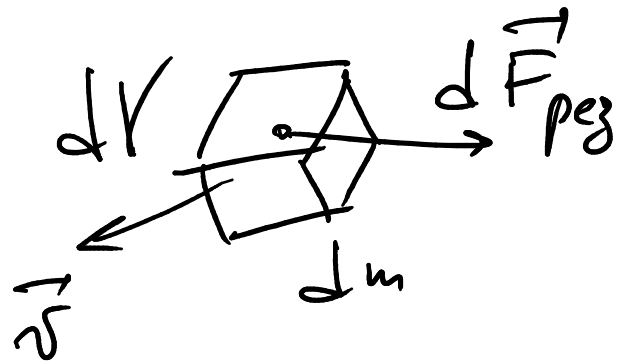
$\vec{f} = \nabla p$	основное уравнение гидростатики
----------------------	---------------------------------

Если ΔV движется, тогда можно записать

2й закон Ньютона:

$$d\vec{F}_{\text{рез}} = (\vec{f} + \vec{s}) \Delta V = dm \cdot \vec{a} =$$

$$\Rightarrow dm \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$



$$\Rightarrow \vec{f} - \nabla p = \rho \frac{d\vec{v}}{dt}$$

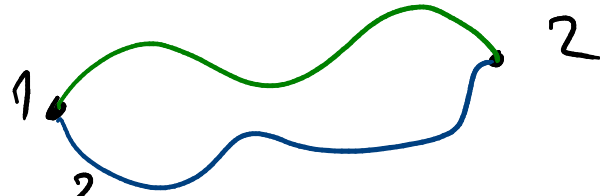
$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \nabla p$	Ур-е Эйлера
---	-------------

$$\vec{f} = \nabla p$$

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{f} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) =$$

$$= p_2 - p_1$$

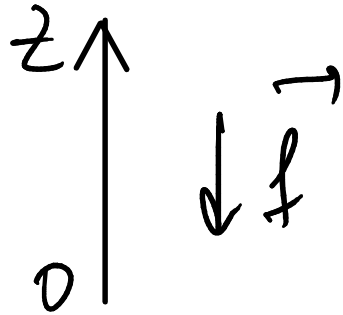
$$d\vec{l} = (dx, dy, dz)$$



\Rightarrow Т.о. равновесие в жидкостях
возможно только при
воздействии потенциальной силы!

Если $\vec{f} = 0 \Rightarrow \nabla p = 0 \Rightarrow \underline{p = \text{const}}$

Полное уравнение



$$\vec{f} = \rho \vec{g}; \quad f_x = 0; \quad f_y = 0; \\ f_z = -\rho g$$

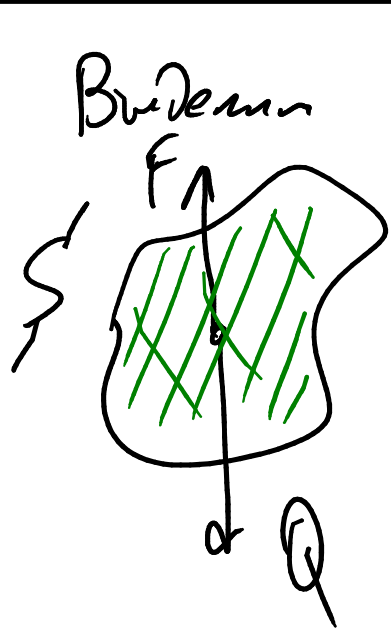
$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$\Rightarrow \rho = \rho(z)$$

$$dp = -\rho g dz$$

$$\int_0^h dp = -\int_0^h \rho g dz \Rightarrow p(h) - p(0) = \\ = -\rho g h$$

$$P = P_0 - \rho g h$$



Видим в x -ой замкнутой пов-сти Σ

любая на x -ую действующая сила тяжести

$\Rightarrow Q$ - вес объема V , огр. Σ

Если x -ов паронты $\Rightarrow Q = F$

F - сила давления.

Если заметить x -ую в объеме V телом,
на кот. действующая сила $Q \Rightarrow$ нулево
не учитыва

⇒

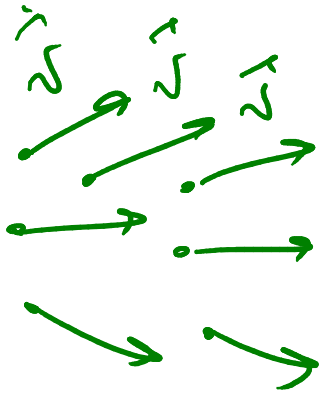
Если тело, погру. в ж-сть, механически
удерживается в равновесии, то со
сторон окр ж-сти на него действ.

Сила гидростат. давл-я, численно
равная весу вытесненного телом
жидкости

Закон Архимеда

Рассм. движение ж-ст

При фикс. t . Если поле скорости —
 — определяет $\vec{v}(\vec{z}, t)$ — скорость
 движение ж-ст.



в-рое поле.

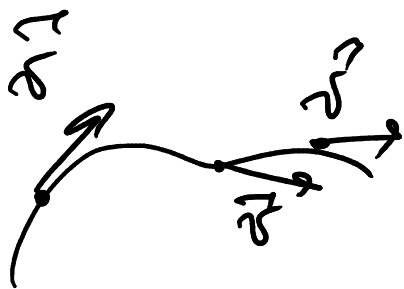
Движение ж-ст



стат.
 $\vec{v} = \vec{v}(\vec{z})$



не стат.
 $\vec{v} = \vec{v}(\vec{z}, t)$



Кривая, т.е. в \forall ее точке скорость направ по касательной — линия тока

Возьмем контур C и резы V со скоростью

чрезвычайно малую. Они располагаются

на произвольном расстоянии —

— Трубка тока



За время dt резы совершат

срез S пройдет $dm = v dt S \rho$

В случае стая: резане

И S_1 и S_2 : $dm_1 = dm_2$

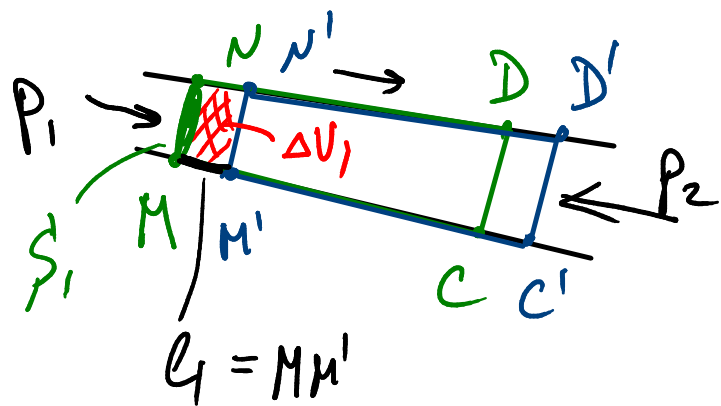
$\Rightarrow v_1 dt S_1 \rho = v_2 dt S_2 \rho$

Для несжимаемой ж-ли

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} \quad v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Рассм. стационарное течение в поле
консервативных сил

Выделим трубку тока МДС



$$A_1 = \frac{\Delta m_1}{\Delta V_1}$$

Путь x -ство переместилось
в $M'N'C'D'$ (малое перемещение)

Рассм. работу при $MN \rightarrow M'N'$

$$A_1 = P_1 \underbrace{S_1 l}_{\Delta V_1} = P_1 \Delta V_1 = P_1 \frac{\Delta m_1}{\rho_1}$$

Аналогично работа при $CD \rightarrow C'D'$:

$$A_2 = -P_2 \frac{\Delta m_2}{\rho_2}$$

Так как x -ство стау. $\Rightarrow \Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m$

Суммарная работа: $A = A_1 + A_2 = \Delta m \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right)$

$A = \Delta E$, Тис. энергия в $M'N'D'C'$
не изм., тогда

$$\Delta E = E_{CC'D'D} - E_{MM'N'N} = \Delta m (\epsilon_2 - \epsilon_1)$$

$\epsilon = \frac{dE}{dm}$ - массовая плотность энергии

$$\Rightarrow \cancel{\Delta m} (\epsilon_2 - \epsilon_1) = \cancel{\Delta m} \left(\frac{P_1}{A} - \frac{P_2}{A} \right)$$

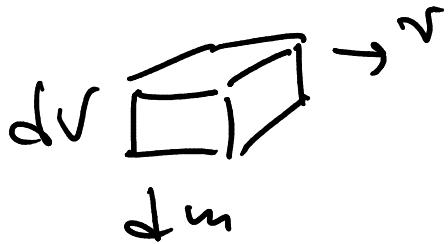
$$\Rightarrow \frac{P_1}{A} + \epsilon_1 = \frac{P_2}{A} + \epsilon_2$$

Т.о. вдоль одной линии тока при стаб. течениях жидк.:
ид. жидк.:

$$E + \frac{p}{\rho} = B = \text{const}$$

/ ур-е Бернулли

Для несжимаемой жидк. в поле сил тяжести

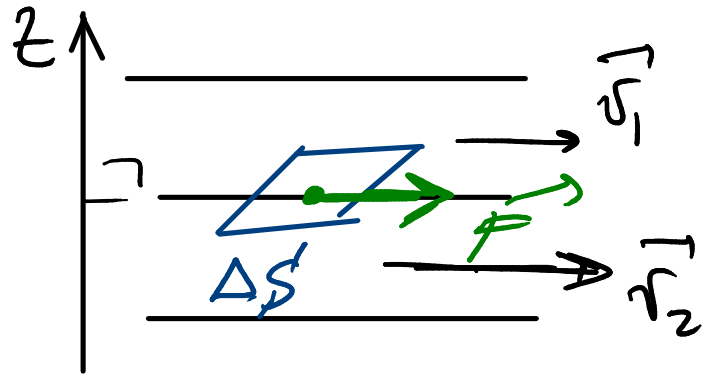


$$dE = dT + dU = \frac{dm v^2}{2} + dmgh$$

$$E = \frac{dE}{dm} = \frac{v^2}{2} + gh \quad \Rightarrow$$

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = B = \text{const}$$

Вязкость — внутреннее трение.



Рассм. 2 слои
жидкости с разными
скоростями $v_1 < v_2$

Видим площадь ΔS // v
между слоями

На 1^й слой будет действовать сила вязкого трения:

$\vec{F} = -\eta \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \Delta S'$	<p>Закон вязкости Ньютона</p>	<p>η — динамич. вязкость $[C\eta] = П_с \cdot с$</p>
---	-----------------------------------	---