

## Глава 5. Атомные ядра

### 5.1 Структура ядра

Ядро представляет собой плотную упаковку нуклонов – протонов и нейтронов. Обозначения ядер: урана  ${}_{92}^{238}U$ ; углерода  ${}_{6}^{12}C$ ; водорода  ${}_{1}^1H$ ; тяжелого водорода (дейтерия)  ${}_{1}^2H$  или  ${}_{1}^2D$ ; сверхтяжелого водорода (третия)  ${}_{1}^3H$  или  ${}_{1}^3T$  и т.д. Верхний индекс  $A$  – число нуклонов, нижний индекс  $Z$  – число протонов. Барионный заряд ядра  $B = A$ , электрический заряд  $Q, |e| = Z$ . Знание структуры позволяет сразу получить некоторые важные зависимости. Из того, что ядро – плотная упаковка нуклонов, следует зависимость линейного размера ядра – радиуса или диаметра – от  $A$ . Объем ядра  $V$  равен сумме объемов нуклонов:  $V = AV_0 = (4/3)\pi R_{\text{ядра}}^3$ , где радиус ядра:

$$R_{\text{ядра}} = R_0 \sqrt[3]{A}, \quad (5.1)$$

$V_0$  – объем одного нуклона и его радиус  $R_0 = \sqrt[3]{3V_0/4\pi} \approx 1,3 \cdot 10^{-15}$  м.

### 5.2 Ядерное взаимодействие нуклонов путем обмена $\pi$ -мезонами

Так как  $\pi$ -мезон состоит из кварка и антикварка, то при испускании и поглощении  $\pi$ -мезонов кварковый состав нуклонов может изменяться. При этом протон может превратиться в нейтрон, а нейтрон в протон. На рис. 5.1 показана схема взаимодействия протона и нейтрона. Если стартует протон, то он испускает  $\pi^+$ -мезон и превращается в нейтрон. Нейтрон, поглотив  $\pi^+$ -мезон, превращается в протон, который в свою очередь испускает  $\pi^+$ -мезон и т.д.

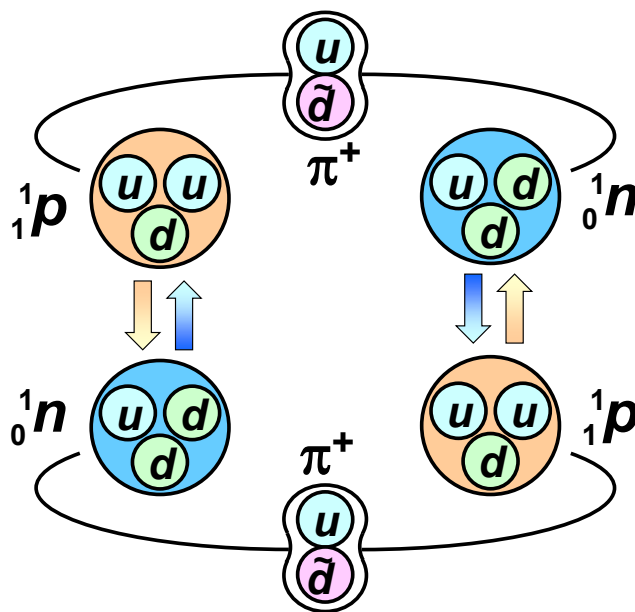


Рис. 5.1 Схема ядерного взаимодействия протона  ${}_{1}^1p = u u d$  и нейтрона  ${}_{0}^1n = u d d$  путем обмена  $\pi^+ = u \tilde{d}$  мезонами

Если стартует нейтрон, то он испускает  $\pi^- = d \bar{i}$  мезон и превращается в протон, который, поглотив  $\pi^-$ , превращается в нейтрон и т.д.

Два одноименных нуклона – протон + протон или нейтрон + нейтрон – взаимодействуют путем обмена  $\pi^0$ -мезонами, которые часть времени пребывают в состоянии  $i\bar{i}$ , а часть времени – в  $d\bar{d}$ . Поэтому состояние  $\pi^0$ -мезона есть суперпозиция  $i\bar{i} + d\bar{d}$ .

### 5.3 Соотношение неопределенностей Гейзенберга

До сих пор мы не задавали вопрос: откуда фермионы черпают энергию на создание бозонов, которыми они обмениваются. Рассмотрим этот вопрос на примере ядерного взаимодействия, схема которого показана на рис. 5.1. Энергия покоя протона  $m_p c^2 = 938,28$  МэВ. Это минимальная энергия, которую может иметь свободный протон. Он испускает  $\pi^+$ -мезон, энергия покоя которого  $m_\pi c^2 = 140$  МэВ. Суммарная энергия двух частиц выросла приблизительно на эту величину. При этом закон сохранения энергии пришлось бы считать нарушенным, если не учесть, что энергия, необходимая для создания обменных частиц, на некоторое время заимствуется из вакуума, а по окончании обменного цикла (бозон испущен первым фермионом, поглощен вторым, затем испущен вторым и поглощен первым) возвращается вакууму. Сегодня вакуум – самая малоизученная материальная среда, но без участия которой в нашем мире ничего не происходит. Изучение вакуума – одна из самых фундаментальных проблем современной физики. Много уже известно и еще больше предстоит узнать.

Примирить закон сохранения энергии с ее флуктуациями при обмене бозонами позволяет один из фундаментальных законов квантовой физики, название которого вынесено в заголовок настоящего параграфа. Первый вопрос: что такое неопределенность? Значение физических величин определяются путем процесса **измерения**. Пусть физическая величина  $f$  измеряется  $N$  раз. Получаем упорядоченное множество измеренных значений:

$$\{f\} = f_1, f_2, f_3, \dots, f_n, \dots, f_N. \quad (5.2)$$

Среди  $N$  значений могут быть одинаковые. Например, пусть их три:  $N_A$  раз встречается  $f_A$ ,  $N_B$  раз  $f_B$ ,  $N_C$  раз  $f_C$  и  $N_A + N_B + N_C = N$ .

**Среднее значение физической величины** (математическое ожидание) обозначают по-разному:  $\langle f \rangle$  или  $\bar{f}$  или  $f_{cp}$ . Мы будем использовать первое обозначение  $\langle f \rangle$ . Среднее значение можно найти двумя способами:

$$\langle f \rangle = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n + \dots + f_N}{N} = \frac{N_A f_A + N_B f_B + N_C f_C}{N} = W_A f_A + W_B f_B + W_C f_C, \quad (5.3)$$

где  $W_A = N_A/N$  - вероятность значения  $f_A$ ,

$W_B = N_B/N$  - вероятность значения  $f_B$ ,

$W_C = N_C/N$  - вероятность значения  $f_C$ ,

и  $W_A + W_B + W_C = 1$ .

Окончательно

$$\langle f \rangle = N^{-1} \sum_{n=1}^N f_n = \frac{\sum_{m=1}^M W_m f_m}{\sum_{m=1}^M W_m}, \quad (5.4)$$

где  $N$  – общее число измеренных значений, среди которых есть одинаковые;  $M$  – число различных значений, а  $W_m$  – их вероятности.

**Флуктуация** физической величины есть ее отклонение от среднего значения

$$\delta f = f - \langle f \rangle. \quad (5.5)$$

Среднее значение флуктуации равно нулю. Докажите это самостоятельно:  $\langle \delta f \rangle = 0$ .

Следовательно, среднее значение флуктуации нельзя использовать для оценки точности измерений. Великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс доказал, что во многих случаях наилучшей оценкой точности измерений является среднее значение квадрата флуктуации, которое называется дисперсией величины  $f$  и обозначается  $\sigma_f^2$ :

$$\sigma_f^2 = \langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (f_n - \langle f \rangle)^2 = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2, \quad (5.6)$$

где  $\langle f^2 \rangle$  – среднее квадрата и  $\langle f \rangle^2$  – квадрат среднего физической величины.

**Неопределенность** физической величины есть арифметический корень из дисперсии:

$$\Delta f \equiv +\sqrt{\sigma_f^2}. \quad (5.7)$$

Классическая (доквантовая) наука полагала, что источником неопределенности является только несовершенство измерительных приборов и путем совершенствования измерительной техники можно неограниченно уменьшать погрешности измерений. Процесс измерения над квантовыми объектами: элементарными частицами, ядрами, атомами, молекулами и т.д. – впервые глубоко проанализировал великий физик 20 века Нильс Бор. Он показал, что измерительный прибор обязательно возмущает состояние объекта. Если объект макроскопический, большой, то этим возмущением можно пренебречь. Но возмущение квантового объекта измерительным прибором невозможно сделать как-угодно малым и существует минимальная фундаментальная неопределенность, которую невозможно устранить совершенствованием приборов. Великий немецкий физик Вернер Гейзенберг сформулировал квантовый закон, который называется «Соотношение неопределенностей Гейзенберга»:

$$\begin{aligned} \Delta t \cdot \Delta E &\geq \hbar/2; \\ \Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \hbar/2; \\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq \hbar/2; \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq \hbar/2; \end{aligned} \quad (5.8)$$

В разделе, посвященном квантовой механике, это неравенство получено в общем виде для **сопряженных пар** величин, таких как «время – энергия», «координата – проекция импульса» и др.

### 5.4 Виртуальные частицы

Вернемся к вопросу о выполнении закона сохранения энергии при обменном взаимодействии. Для этого рассмотрим соотношение неопределенностей для пары величин «время + полная энергия» согласно (5.8)

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar/2.$$

Рассмотрим частицу или консервативную систему частиц, для которых, как известно, выполняется закон сохранения полной механической энергии. Измерим энергию в моменты времени  $t_i$  и  $t_f$ . Согласно закону сохранения энергии  $E_i = E_f$ . Но внутри интервала  $(t_f - t_i)$  измерений не производят и неопределенность времени  $\Delta t \approx (t_f - t_i)/2$ . Тогда неопределенность энергии

$$\Delta E = \frac{\hbar}{t_f - t_i} \equiv \frac{\hbar}{\tau}. \quad (5.9)$$

Чем больше флуктуация энергии, тем меньше времени отпускает на нее природа, как показано на рис. 5.2

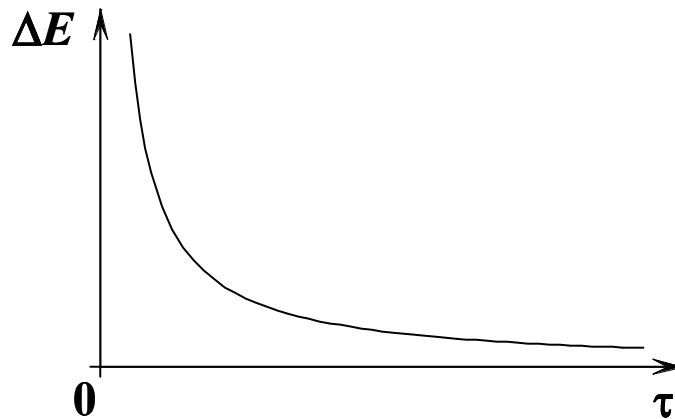


Рис. 5.2 Неопределенность энергии  $\Delta E$  в зависимости от виртуального интервала времени

Интервал времени  $\tau$ , в течение которого не производятся измерения (наблюдения), называется **виртуальным**, а все происходящее внутри него называют **виртуальными** (ненаблюдаемыми) процессами. Было бы ошибкой виртуальные процессы считать нереальными. Они реальны, но просто осуществляются между актами измерений.

Теперь мы можем примирить (устранить кажущееся противоречие) два великих закона природы: закон сохранения полной механической энергии консервативных систем и соотношение неопределенности Гейзенберга. Сохранение энергии означает, что ее измерение в разные моменты времени дает одну и ту же величину  $E_i = E_f = E$ . Но в промежутках между измерениями  $(t_f - t_i)$  протекают виртуальные процессы, энергия которых может отклоняться от  $E$  и величина

флуктуации энергии обратно пропорциональна продолжительности виртуального процесса  $\tau = t_f - t_i$  согласно (5.9).

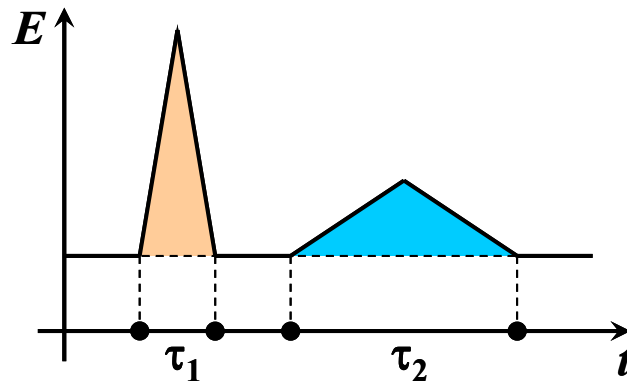


Рис. 5.3 Виртуальные флуктуации энергии  $\Delta E$  по амплитуде обратно пропорциональны промежутку времени между измерениями  $\tau$  и одинаковы по площади  $\Delta E \cdot \tau = \hbar$ . Измерение энергии дает одну и ту же величину согласно закону сохранения

Теперь можно дать простой ответ на вопрос, откуда фермионы черпают энергию на рождение обменных бозонов и как происходит обменное взаимодействие. Обменный цикл, включая рождение бозона, полет, поглощение, второе рождение, обратный полет и поглощение, является виртуальным процессом, который состоит из двух – прямого и обратного. На рождение бозона требуется флуктуация энергии не меньше его энергии покоя  $m_B c^2$ . Максимальная продолжительность половины обменного цикла

$$\tau = \hbar / m_B c^2, \tag{5.10}$$

где  $m_B$  – масса покоя обменного бозона.

### 5.5 Радиус взаимодействия

За половину обменного цикла бозон должен преодолеть расстояние между фермионами. Предельная скорость перемещения частиц равно скорости света в вакууме  $c$ . Максимальное расстояние между фермионами, на котором реально осуществляется обменное взаимодействие, называется его радиусом

$$R_{\text{вз}} = c\tau = \frac{\hbar c}{m_B c^2} = \frac{\hbar}{m_B c}. \tag{5.11}$$

Определим радиус ядерного взаимодействия нуклонов, учитывая что обменными бозонами являются  $\pi$ -мезоны, энергия которых 140 МэВ:

$$R_{\text{ядерн.}} = \frac{\hbar c}{m_{\pi} c^2} = \frac{1,054 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{140 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{1,054 \cdot 3 \cdot 10^{-34} \cdot 10^8}{1,4 \cdot 1,6 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-19}} \approx 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Ядерное взаимодействие является короткодействующим. Его радиус порядка фемтометра, как и радиус нуклона. Поэтому нуклон – протон или нейтрон – эффективно притягивает только

соседние нуклоны, которые непосредственно прилегают к его поверхности. С ростом числа нуклонов ( $A$ ), энергия ядерного взаимодействия на один нуклон  $E_{\text{св}}/A$  вначале быстро растет, а затем насыщается. Для сравнения вычислим радиус электромагнитного взаимодействия:

$$R_{\text{эл.магн.}} = c\tau = \frac{\hbar c}{\hbar\omega} = \frac{c}{\omega} = k^{-1} = \frac{\lambda}{2\pi} \rightarrow \infty. \quad (5.12)$$

Масса покоя фотонов – обменных бозонов электромагнитного взаимодействия – равна нулю. Поэтому энергию фотонов можно устремить к нулю, а длину волны – к бесконечности. Огромный радиус электромагнитного взаимодействия широко используется в технике, например, радиосвязи.

## 5.6 Основные свойства ядерного взаимодействия

- 1) Ядерное взаимодействие (ядерные силы) является **обменным**. Нуклоны – протоны и нейтроны, а также целые ядра обмениваются  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ -мезонами.
- 2) Ядерное взаимодействие является короткодействующим. Измеренный предельный радиус ядерных сил  $2 \cdot 10^{-15}$  м, что согласуется с теоретическими оценками по соотношению неопределенностей с учетом энергии покоя  $\pi$ -мезонов.
- 3) Ядерное взаимодействие нуклонов, например двух протонов, на расстоянии меньше радиуса взаимодействия сильнее электромагнитного (кулоновского) отталкивания приблизительно в  $10^2$  раз.
- 4) Ядерное взаимодействие обеспечивает притяжение нуклонов.
- 5) При сильном сближении и взаимном проникновении нуклонов, когда расстояние между их центрами уменьшается до  $0,5 \cdot 10^{-15}$  м, притяжение сменяется на большие силы отталкивания. Это вызвано тем, что при значительном взаимном проникновении два нуклона образуют составную частицу из 6 кварков и согласно принципу Паули часть их должна перейти на более высокие энергетические уровни, увеличивая общую энергию.
- 6) Ядерное взаимодействие не зависит от электрического заряда.
- 7) Ядерное взаимодействие зависит от взаимной ориентации спинов частиц. Так, связанное состояние протона и нейтрона – ядро дейтерия – существует только при параллельной ориентации их спинов. Спин дейтерия  $s = 1$ .
- 8) С ростом числа нуклонов  $A$  энергия связи ядра на один нуклон, которую обеспечивает ядерное притяжение  $E_{\text{св.яд.}}/A$ , вначале быстро растет, а затем насыщается. Это называют свойством насыщения ядерных сил. Причина – короткий радиус взаимодействия. Нуклон притягивает только ближайших соседей.

## 5.7 Потенциальная энергия взаимодействия двух электрически заряженных нуклонов или двух ядер как функция расстояния между их центрами

Рассмотрим взаимодействие двух протонов в ядре как функцию расстояния между ними. Первый поместим в начало координат, а второй на расстоянии  $r$  от него и оценим силу, действующую на второй протон со стороны неподвижного первого (рис. 5.4).

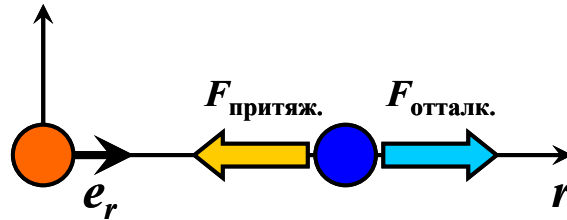


Рис. 5.4 Силы притяжения и отталкивания между двумя протонами

Сила отталкивания положительна, так как направлена параллельно орту  $e_r$ , а сила притяжения отрицательна, так как антипараллельна орту  $e_r$ . На малых расстояниях  $r < 0,5 \cdot 10^{-15}$  м действует огромная **сила отталкивания**. При столь малых расстояниях протоны глубоко проникают друг в друга, теряют индивидуальность и превращаются в систему из шести кварков, энергия которой намного больше суммы энергий отдельных протонов. На расстояниях  $0,5 \cdot 10^{-15} < r < 2 \cdot 10^{-15}$  м действует большая сила ядерного притяжения, природа которой – обмен  $\pi$ -мезонами. Однако сильное ядерное притяжение является короткодействующим и падает практически до нуля за пределами радиуса взаимодействия  $R_{\text{яд.вз.}} \approx 2 \cdot 10^{-15}$  м. При  $r > R_{\text{яд.вз.}}$  остается только электромагнитное (кулоновское) отталкивание протонов, которое убывает как  $1/r^2$  с ростом  $r$ . Суммарная зависимость силы взаимодействия двух протонов от расстояния между их центрами показана на рис. 5.5.

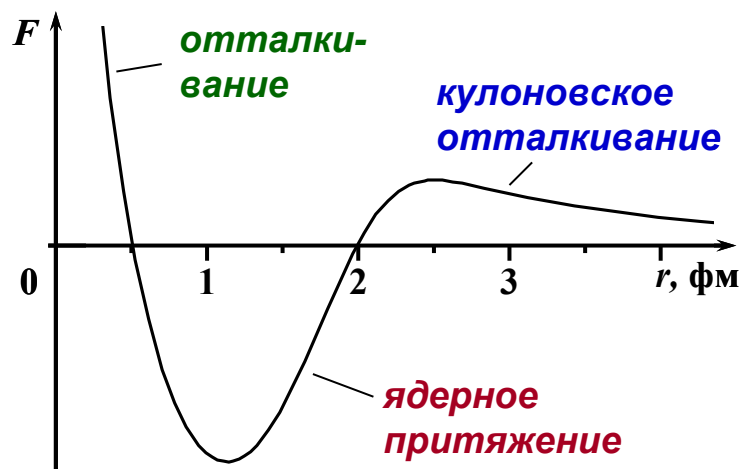


Рис. 5.5 Сила, действующая на протон со стороны другого протона, как функция расстояния между ними

## 5.8 Энергия связи ядра. Дефект массы

Зависимость потенциальной энергии от расстояния между частицами  $U(r)$ , которую часто называют потенциальным рельефом, очень удобна для рассмотрения одномерного движения частицы (вдоль одной прямой). Рассмотрим сближение двух легких ядер, например дейтронов. Каждый состоит из протона и нейтрона  ${}^2_1D = {}^1_1p {}^1_0n$ . Для них  $U(r)$  является качественно такой же, как для двух протонов (рис. 5.5). Пусть один дейтрон закреплен в начале координат, а второй начинает движение издалека и сближается с первым, имея начальную кинетическую энергию  $T_0$ . На больших расстояниях  $U=0$  и полная энергия  $E = T + U = T_0$ . Она сохраняется при всех перемещениях дейтрона. Возможны два случая. **Первый** –  $T_0$  меньше высоты кулоновского барьера  $U_m$ :  $T_0 < U_m$ , как показано на рис. 5.6.

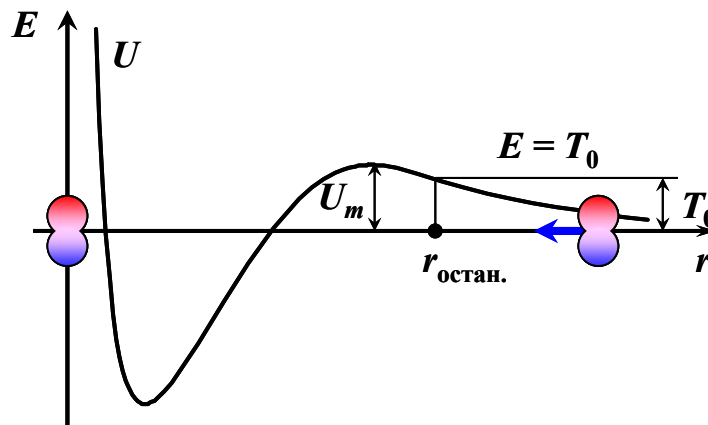


Рис. 5.6

По мере сближения потенциальная энергия растет. Следовательно, кинетическая энергия  $T = E - U(r) = T_0 - U(r)$  уменьшается и в некоторой точке обращается в нуль. Это точка остановки. Ее положение нетрудно найти из уравнения:  $U(r_{\text{остан.}}) = E \equiv T_0$ . Ничего необычного. Дейтрон тормозился, двигаясь навстречу силе отталкивания, которая является консервативной и превращает кинетическую энергию в потенциальную, сохраняя полную. После остановки дейтрон под действием той же силы начинает ускоренное движение в обратном направлении. Потенциальная энергия убывает, а кинетическая возрастает до своего первоначального значения  $T_0$ . Полная энергия сохраняется. Произошло отражение дейтрона от кулоновского барьера. **Второй случай** –  $T_0$  больше высоты кулоновского барьера:  $T_0 > U_m$ . Пролетев над барьером дейтрон попадает в область сильного ядерного притяжения к первому дейтрону, приобретая при этом большую кинетическую энергию, которую дейтроны способны отдать другим частицам и создать связанное состояние. Так и происходит. Они испускают фотоны и образуют ядро гелия в низшем по энергии основном состоянии



$${}^2_1D + {}^2_1D = {}^4_2He. \quad (5.13)$$

Произошла одна из реакций синтеза (слияния) легких ядер в более тяжелое. При этом выделилась большая энергия, которую унесли фотоны. Каждый фотон уносит энергию  $\hbar\omega$  и массу  $m_\phi = \hbar\omega/c^2$ . Поэтому энергия и масса гелия меньше суммарной энергии и массы дейтронов в полном соответствии с формулой  $E = m c^2$ . Всякое изменение энергии сопровождается пропорциональным изменением массы.

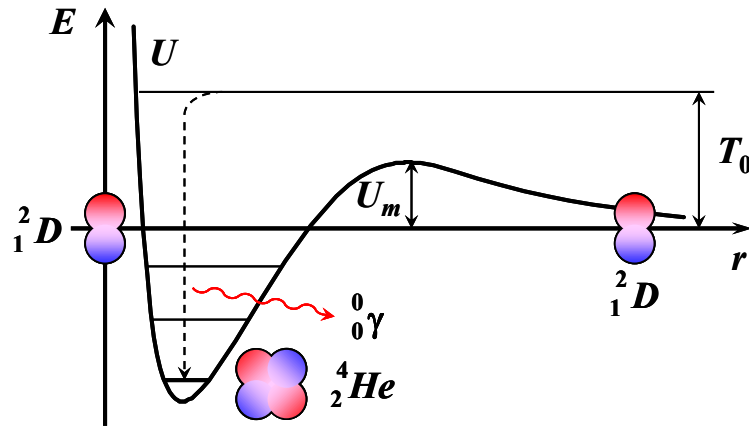


Рис. 5.7 Синтез двух дейтронов в ядро гелия сопровождается выделением энергии и массы

**Энергией связи ядра  $E_{св}$** , равна **минимальной работе**, которую необходимо совершить, чтобы разделить ядро на отдельные нуклоны. Энергия покоя ядра меньше суммарной энергии покоя нуклонов, из которых оно состоит, на величину энергии связи:

$$Z m_p c^2 + (A - Z) m_n c^2 - M_\text{я} c^2 = E_{св}.$$

Вынесем  $c^2$  за скобки и получим

$$E_{св} = c^2 [Z m_p + (A - Z) m_n - M_\text{я}] \quad (5.14)$$

Величина, стоящая в квадратных скобках, называется **дефектом массы ядра  $\Delta M$** . Благодаря формуле Эйнштейна  $E = m c^2$  можно определить энергию связи ядра по дефекту массы:  $E_{св} = c^2 \Delta M$ . Массы ядер измеряются в атомных единицах массы (а.е.м.)

**За 1 а.е.м. принята 1/12 массы углерода  ${}^{12}_6C$** . Энергия покоя, соответствующая 1 а.е.м., равна

$$c^2 \times 1 \text{ а.е.м.} = 931,5 \text{ МэВ.}$$

Определим энергию связи ядра  ${}^4_2He$ , учитывая  $m_p = 1,00728$  а.е.м.,  $m_n = 1,00867$  а.е.м.,  $M_\text{я} = 4,00260$  а.е.м.

$$\Delta M = 2m_p + 2m_n - M_\text{я} = 0,0293 \text{ а.е.м.}$$

$$E_{св} = 931,5 \text{ МэВ/а.е.м.} \times 0,0293 \text{ а.е.м.} = 27,3 \text{ МэВ.}$$

### 5.9 Энергия связи ядра на один нуклон

Характеристикой прочности ядра является энергия связи, приходящаяся на один нуклон,  $E_{св} / A$ . Ее называют удельной энергией связи. Ее зависимость от числа нуклонов в ядре  $A$  показана на рис. 5.8

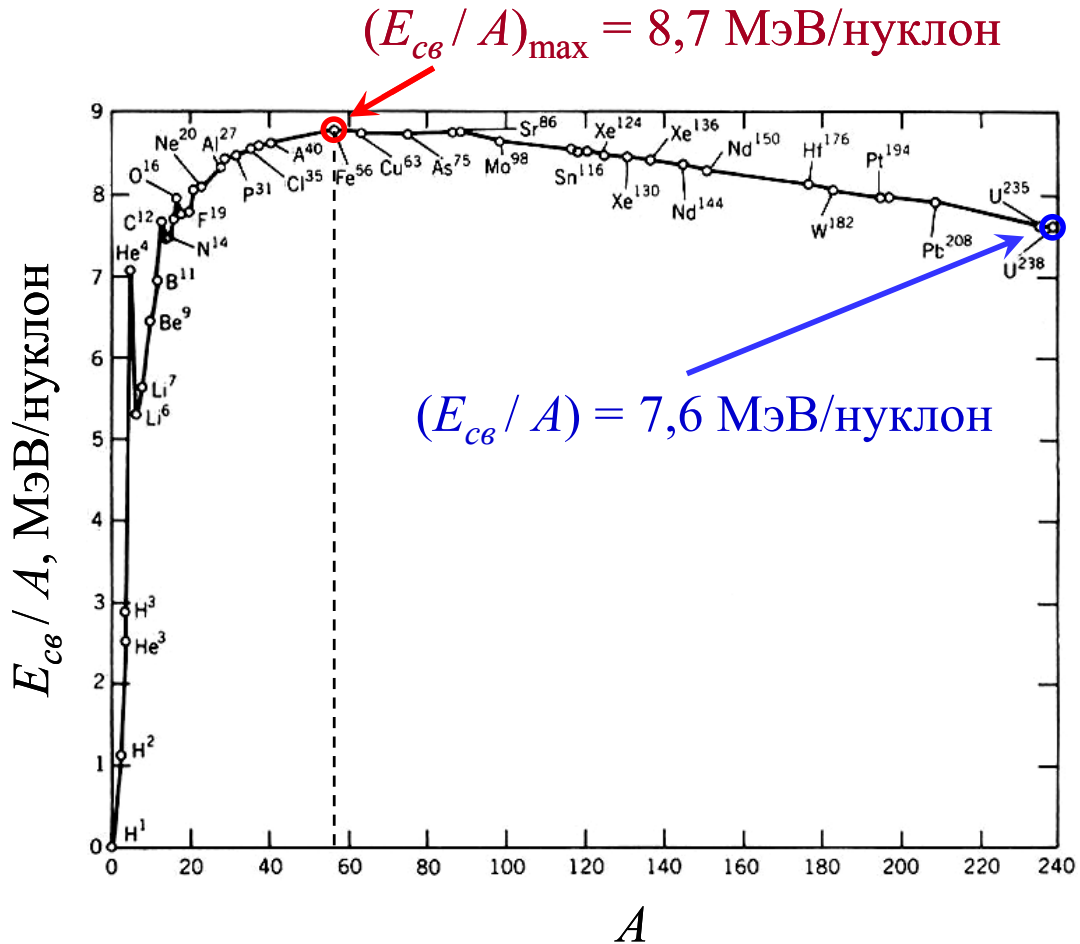


Рис. 5.8 Зависимость удельной энергии связи ( $E_{св} / A$ ) от числа нуклонов в ядре

Зависимость ( $E_{св} / A$ ) от  $A$  сразу указывает на два способа выделения внутриядерной энергии:

- 1) Слияние (синтез) легких ядер в более тяжелые (рис. 5.9).
- 2) Деление тяжелых ядер на средние (рис. 5.10).

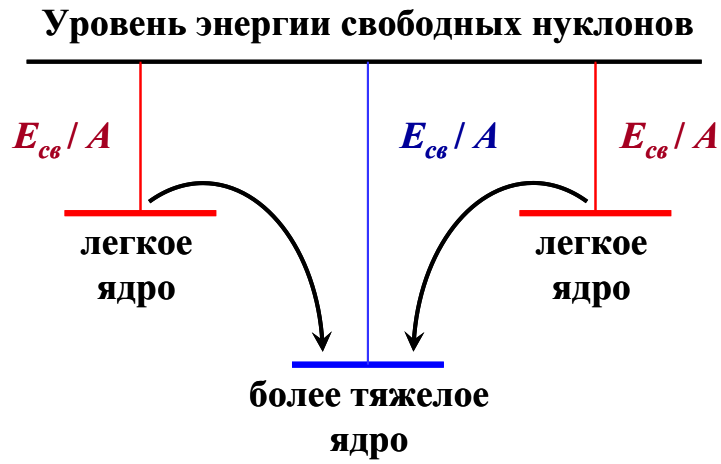


Рис. 5.9 Схема выделения энергии при синтезе легких ядер

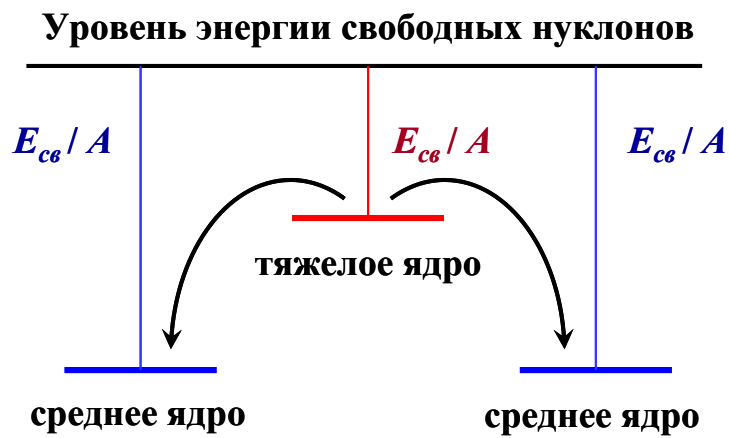


Рис. 5.10 Схема выделения энергии при делении тяжелого ядра