

Индивидуальное задание №4 к курсу «Прикладная физика 2С-2»

Вариант № 1

1. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет максимум. [$\rho = 0,76$ и $5,24$]
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$, где a – радиус Бора. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме внутри сферического слоя с радиусами a и $3a$. [$P = 5 e^{-6} (e^4 - 5) = 0,615$]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину r^2 . [$\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$]

Вариант № 2

1. Волновая функция, описывающая $3s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{300}(\rho) = (27 - 18\rho + 2\rho^2) \exp(-\rho/3) / (81\sqrt{3\pi a^3})$, где $\rho = r/a$, a – первый боровский радиус. Постройте графики зависимости $|\psi_{300}(\rho)|^2$ от ρ и $\rho^2 |\psi_{300}(\rho)|^2$ от ρ .
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом $3a$. [$P = 1 - 25e^{-6} = 0,938$]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину $(r - \langle r \rangle)^2$. [$\langle (r - \langle r \rangle)^2 \rangle = 3a^2 / 4$]

Вариант № 3

1. Волновая функция, описывающая $3s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{300}(\rho) = (27 - 18\rho + 2\rho^2) \exp(-\rho/3) / (81\sqrt{3\pi a^3})$, где $\rho = r/a$, a – первый боровский радиус. Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон равна нулю. [$\rho = 0, 3(3 \pm \sqrt{3})/2$]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите вероятность P того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. [$P = 1 - 5/e^2 = 0,323$]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднее значение модуля потенциальной энергии. [$\langle |U| \rangle = e^2 / (4\pi\epsilon_0 a)$]

Вариант № 4

1. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости $|\psi_{200}(\rho)|^2$ от ρ и $\rho^2 |\psi_{200}(\rho)|^2$ от ρ .
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме снаружи сферы с радиусом $2a$. [$P = 13e^{-4} = 0,238$]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднее значение модуля силы взаимодействия электрона и ядра. [$\langle |F| \rangle = 2e^2 / (4\pi\epsilon_0 a^2)$]

Вариант № 5

1. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$, где $\rho = r/a$, a – первый боровский радиус. Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум. [$\rho = 0$ и 2]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Найдите отношение вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a , к вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. [0,478]
3. Вычислите среднее значение кинетической энергии для электрона в основном состоянии атома водорода. [$\langle T \rangle = me^4 / (2\hbar^2)$]

Вариант № 6

1. Волновая функция, описывающая одно из $2p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{210}(\rho, \theta) = \rho \exp(-\rho/2) \cos \theta / (4\sqrt{2\pi a^3})$, где $\rho = r/a$, a – первый боровский радиус. Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет максимум при $\theta = 0$. [$\rho = 4$]
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме снаружи сферы с радиусом $3a$. [$P = 25e^{-6} = 0,0619$]
3. Найти средний электростатический потенциал, создаваемый электроном в основном состоянии в центре атома водорода. [$\langle \varphi \rangle = -e / (4\pi\epsilon_0 a)$]

Вариант № 7

1. Волновая функция, описывающая одно из $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{310}(\rho, \theta) = \sqrt{2}\rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \cos \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум при $\theta = 0$. [$\rho = 0$ и 6]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите отношение вероятности того, что электрон находится вне области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a , к вероятности того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. [2,09]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину r^3 . [$\langle r^3 \rangle = 15 a^3 / 2$]

Вариант № 8

1. Волновая функция, описывающая одно из $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{310}(\rho, \theta) = \sqrt{2}\rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \cos \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости $|\psi_{310}(\rho)|^2$ от ρ и $\rho^2 |\psi_{310}(\rho)|^2$ от ρ при $\theta = 0$.
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Волновую функцию считать известной $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$. Привести собственную нормированную волновую функцию к безразмерному виду (т.е. к зависимости от $\rho = r/a$). Найдите, используя разложение функции $e^{-2\rho}$ в ряд Маклорена, вероятность P пребывания электрона в атоме внутри сферы с радиусом $0,05a$. Здесь a – радиус Бора.
$$[P \approx 4\rho^3/3 - 2\rho^4 = 1,6 \cdot 10^{-4}]$$
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину $1/r^2$. [$\langle 1/r^2 \rangle = 2/a^2$]

Вариант № 9

1. Волновая функция, описывающая одно из $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{311}(\rho, \theta, \varphi) = \exp(i \varphi) \rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \sin \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$.
Определите расстояние ρ от ядра, на котором плотность вероятности обнаружить электрон имеет минимум при $\theta = \pi/2$. [$\rho = 0; 6$]
2. Атом водорода находится в основном состоянии. Вычислите вероятность P того, что электрон находится внутри области, ограниченной сферой с радиусом, равным боровскому радиусу a . Волновую функцию считать известной: $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$.
[$P = 1 - 5/e^2 = 0,323$]
3. Вычислите для электрона в основном состоянии атома водорода среднюю величину $1/r$. [$\langle 1/r \rangle = 1/a$]

Вариант № 10

1. Волновая функция, описывающая одно из $3p$ -состояний электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{311}(\rho, \theta, \varphi) = \exp(i \varphi) \rho(6 - \rho) \exp(-\rho/3) \sin \theta / (81\sqrt{\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Постройте графики зависимости $|\psi_{311}(\rho)|^2$ от ρ и $\rho^2 |\psi_{311}(\rho)|^2$ от ρ при $\theta = \pi/2$.
2. Электрон в атоме водорода описывается в основном состоянии волновой функцией $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$, где a – радиус Бора. Определите вероятность P пребывания электрона в атоме вне сферического слоя с радиусами a и $3a$.
[$P = 1 - 5 e^{-6} (e^4 - 5) = 0,385$]
3. Волновая функция, описывающая $2s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид: $\psi_{200}(\rho) = (2 - \rho) \exp(-\rho/2) / (4\sqrt{2\pi a^3})$, где $\rho = r/a$ – расстояние электрона от ядра, выраженное в атомных единицах. Вычислите для электрона в $2s$ -состоянии среднее значение величину $1/r^2$. [$\langle 1/r^2 \rangle = 1/(4a^2)$]