

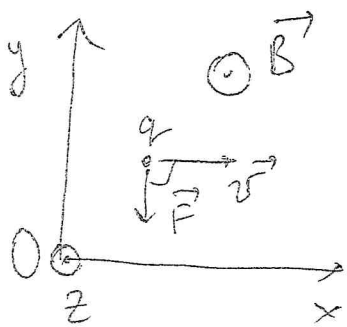
Глава 1. Движение заряженной частицы в эл. поле

1.1 Заряженная частица в однородном магнитном поле

Рассм. частицу с зарядом q в одноп. магн. поле \vec{B} . ($\vec{E} = 0$)

\Rightarrow Ур. Ньют.: $m\vec{a} = \vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$

СК: $Oz \parallel \vec{B}$:



$\Rightarrow \vec{B} = B\vec{e}_z \rightarrow$

$$[\vec{v}\vec{B}] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x v_y B_z - \vec{e}_y v_x B_z$$

\Rightarrow Ур. Дин. в коорд:

Ox: $m \frac{dv_x}{dt} = qBv_y$

Oz: $m \frac{dv_z}{dt} = 0$

Oy: $m \frac{dv_y}{dt} = -qBv_x$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{v}_x = \frac{qB}{m} v_y \\ \dot{v}_y = -\frac{qB}{m} v_x \end{cases}$$

Дифференцируем 1^ю по v_x , а 2^ю по v_y получим: $v_x \dot{v}_x + v_y \dot{v}_y = \frac{qB}{m} (v_y v_x - v_x v_y) = 0$

$$v_x \dot{v}_x = v_x \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v_x^2}{2} \right) \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{v_x^2 + v_y^2}{2} \right) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow v_{\perp}^2 = v_x^2 + v_y^2 = \text{const}$

Замена:

$$\begin{cases} v_x = v_{\perp} \sin \varphi \\ v_y = v_{\perp} \cos \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x \dot{\varphi} \cos \varphi = \frac{qB}{m} v_{\perp} \cos \varphi \\ (-v_{\perp} \dot{\varphi} \sin \varphi = -\frac{qB}{m} v_{\perp} \sin \varphi) \end{cases}$$

$\Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{qB}{m} \Rightarrow \varphi = \frac{qBt}{m} + \varphi_0 = \omega t + \varphi_0$

$\omega = \frac{qB}{m}$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{\perp} \sin(\omega t + \varphi_0) \\ v_y = v_{\perp} \cos(\omega t + \varphi_0) \\ v_z = v_{\parallel} \end{cases}$$

$v_z = 0 \Rightarrow v_z = v_{\parallel} = \text{const}$

Униформ:
$$\begin{cases} x = x_0 - \frac{v_{\perp}}{\omega} \cos(\omega t + \phi_0) \\ y = y_0 + \frac{v_{\perp}}{\omega} \sin(\omega t + \phi_0) \\ z = z_0 + v_{\parallel} t \end{cases}$$

В направлении Oz: движение по прямой.

В направлении xy: $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = \frac{v_{\perp}^2}{\omega^2} (\cos^2(\omega t + \phi_0) + \sin^2(\omega t + \phi_0)) = R^2$

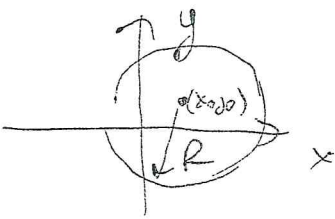
Движение по окружности с радиусом

$$R = \frac{v_{\perp}}{\omega} = \frac{m v_{\perp}}{q B} \quad \Bigg| \quad T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{q B}$$

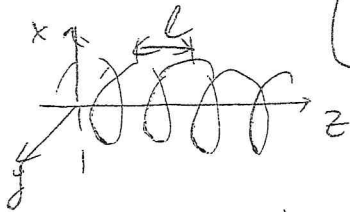
Период:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{q B}$$

T - не зависит от v



В направлении: $(x_0=0, y_0=0, z_0=0)$



Синхронизация 2х движений: движение по окружности (+) в м. xy | движение по прямой Oz

\Rightarrow траектория
винтовая линия

Шаг винтовой линии $l = v_{\parallel} \cdot T = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{q B}$

Если α - угол между \vec{v} и \vec{v} \Rightarrow $v_{\parallel} = v \cos \alpha; v_{\perp} = v \sin \alpha$

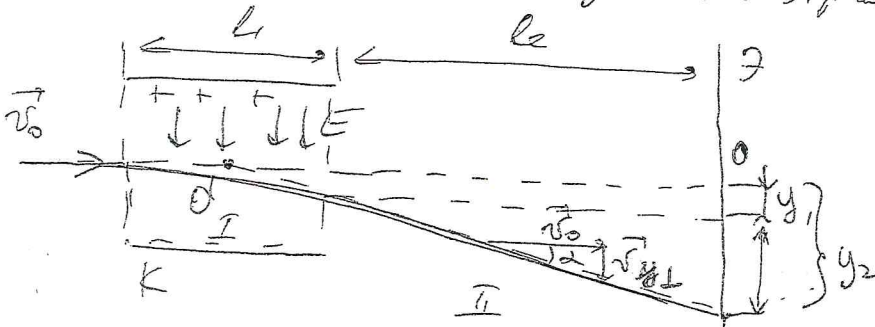
Направление закручивания:

$q > 0$ - против часовой стрелки, если смотреть вдоль \vec{B}

$q < 0$ - по часовой стрелке.

1.2. Отклонение движущихся заряженных частиц в магн. поле

Рассм. эл. и магн. поля одинаковых заряд. частиц, подложки \perp к ос. и экрану.
 Поместим на пути и магн. к-р длины l_1 на р-и l_2 от экрана
 и найдём смещение сюда частицы на экране:



В области I:

$$m\vec{a} = \vec{F} = q\vec{E}$$

$$\text{OX: } m\dot{v}_x = 0 \Rightarrow v_x = v_0 = \text{const.}$$

$$\text{OY: } m\dot{v}_y = qE \quad a_y = \frac{qE}{m}$$

$$v_{y1} = \frac{qE}{m}t + v_{y0};$$

На выходе из к-р: $v = v_0 \Rightarrow v_{y1} = 0 \Rightarrow v_{y1} = \frac{qE}{m}t_1$

В к-ре частица летит в том же вр. $t_1 = \frac{l_1}{v_x} = \frac{l_1}{v_0}$

\Rightarrow при $t = t_1$, $v_{y1} = v_{y1}(t_1) = \frac{qE}{m} \frac{l_1}{v_0}$; $y_1 = y_0 + v_{y0}t_1 + \frac{a_y t_1^2}{2}$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{qE}{2m} \frac{l_1^2}{v_0^2}$$

В области II: область равномерное: $m\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$

$\Rightarrow v_{x2} = v_0; v_{y2} = v_{y1} \Rightarrow$

До экрана частица летит $t_2 = \frac{l_2}{v_x} = \frac{l_2}{v_0}$ и ее координ. y

в момент встречи с экраном:

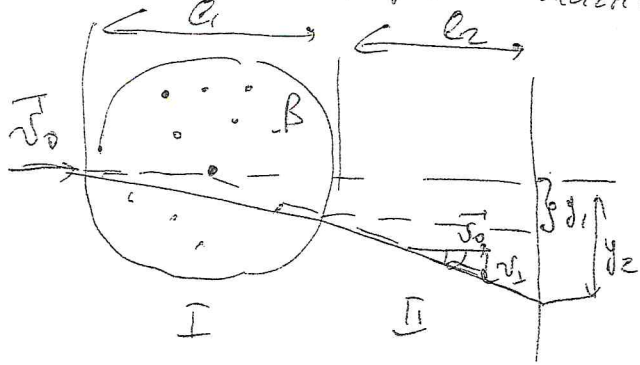
$$y_2 = y_1 + v_{y2}t_2 = \frac{qE l_1^2}{2m v_0^2} + \frac{qE l_1 l_2}{m v_0^2}$$

$$\Rightarrow y_2 = \frac{qE l_1}{2m v_0^2} (l_1 + 2l_2)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qE l_1}{m v_0^2} = \frac{q}{m} \frac{E l_1}{v_0^2}$$

Итак, мы все частицы летят так, как если бы они вылетели из центра к-р O' под углом α к ос. экрану IK .

Поместим вращающуюся к-р-к - магн. поле $\vec{B} = \text{const}$, $\vec{B} \perp \vec{v}_0$



В обл. I: $ma_x = 0$;

$ma_y = qvB$

$\Rightarrow a_y = \frac{q}{m} vB$

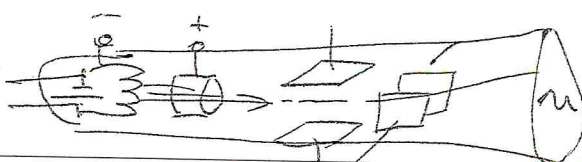
При малых углах откл-я и ($v \perp \ll v_0$) имеем $v \approx v_0 \Rightarrow a_y \approx \text{const}$
 \Rightarrow задача аналогична предыдущей. с заменой $E \rightarrow v_0 B$

Т.о. получим откл-е $y_2 = \frac{qv_0 B l_1}{m v_0^2} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) = \frac{q B l_1}{m v_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right)$

и угол откл-я: $\tan \alpha = \frac{q B l_1}{m v_0}$

Примеры:

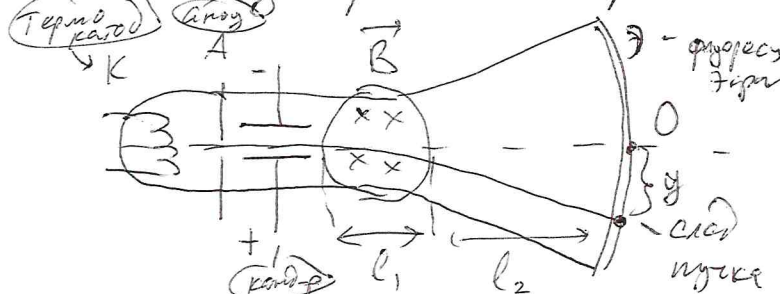
1) ЭЛТ



1.3. Определение удельного заряда электрона

$\frac{q}{m}$ - уд. заряд. Дел е впервые измерен в 1897г. Дж. Дж. Томсоном

Один из вариантов эксперимента Томсона



Ваку. трубка с исп. электронов, плоскостн конденсатора и флуоресцентной экраном перпендикулярно в магн. поле $\vec{B} \perp \vec{v}$

Смещение следа луча за счет \vec{B} :

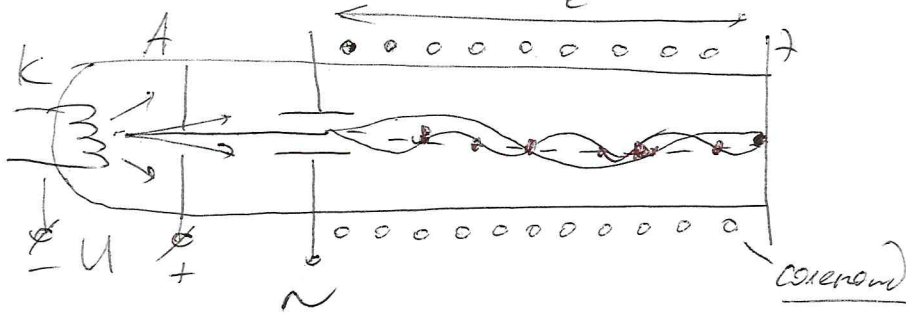
$$y = \frac{qBl_1}{mv_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right) \quad (*)$$

Его можно компенсировать вкл-ем эл. поле \vec{E} , подв. напря-е на кр. Подт. лучок снова примет в точк. O, подк. равенство эл. и магн. сил:

$$qE = qv_0B \quad (**)$$

Из (*) и (**) можно получить $\frac{q}{m}$ и v_0

Метод магн. пропускания. е предложен Бюшелем



е вылетает из катод К, уск-се напря-ем U и вылетает в кр.

К кр-ду приложено перам. напря-е \Rightarrow е приобретает напря-е $\vec{v} \perp \vec{B}$

\Rightarrow траектория - винт-линия. Период $T = \frac{2\pi m}{qB}$

шаг линии $l = vT = 2\pi \frac{mv}{qB}$

В точках на р-и крайон l лучок пропускается!

Подобрав B так, что длина волны $\lambda' = n\lambda$, $n \in \mathbb{N}$,
получим, что узок соответствует на графике J .

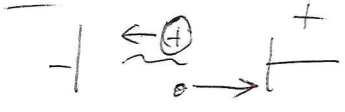
Скорость волны относительно ЗСФ: $qU = \frac{m\delta^2}{2}$.

\Rightarrow ищем расстояния y -и x -и z -и \underline{qU} и v .

1.4. Опре углового заряда ионизит. ионов

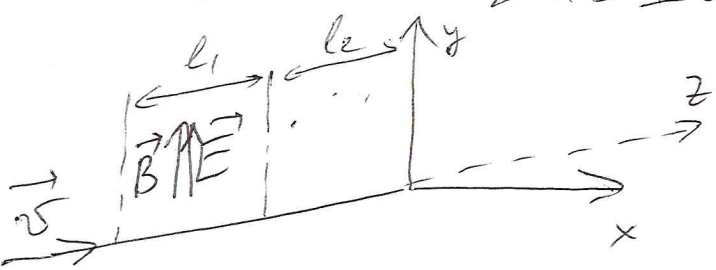
Метод, опис. выше, применим только для случая с единичной
скоростью. Для e^- ионизит также можно рассмотреть

С ионами сложнее.

Если мы ионизит ионы в узком разряде, 
то они разд. в разных точках, проходят разное ΔU и
в итоге имеют разную скорость.

Если ред методов, тогда решить проблему

Метод парабол 1907г. Томсон.

Точка узок ^{и+у} ионов проходит через 
одновременно поле $\vec{E} \parallel \vec{B} \perp \vec{v}$, \vec{v} - скорость иона.

\vec{E} смещает узок по y ;
 \vec{B} — по x ;

по формул, приведенным выше имеем:

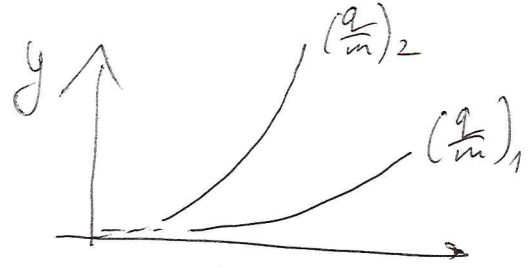
$$x = \frac{q}{m} B \frac{l_1}{v} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right); \quad y = \frac{q}{m} E \frac{l_1}{v^2} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right)$$

Искать скорость: $\frac{y}{x} = \frac{(q/m) E (l_1/v^2) (l_1/2 + l_2)}{(q/m) B (l_1/v) (l_1/2 + l_2)} = \frac{E}{B v}$

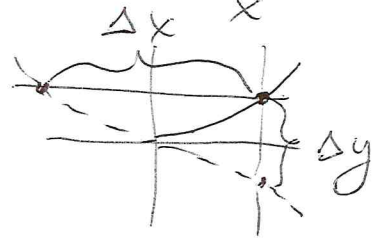
$$\frac{1}{r} = x \cdot \frac{m}{q} \frac{1}{B l_1 (l_1/2 + l_2)} \Rightarrow y = \frac{m E}{q B^2} \frac{1}{l_1 (l_1/2 + l_2)} \cdot x^2$$

парабола

⇒ на графике получим
(при фикс. $l_1, l_2, E, \text{ и } B$)



Измерив напряж-е и угол искры можно вывести



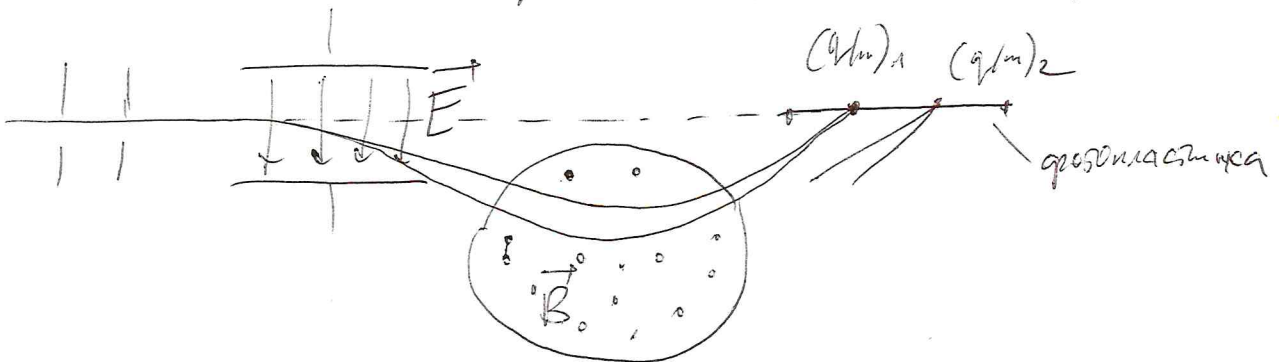
⇒ можно измерить Δx и Δy

⇒ можно определить (q/m) зная прочие параметры.

Т.о. Томсон открыл 2 изотопа Ne: ^{20}Ne и ^{22}Ne

Масс-спектрограф. Изобрет. Астон.

Ручное ионов выделяется с исп. метал и проходит через эл. и затем
через магн. поле. $\vec{E} \perp \vec{B}$ и напр. так,
что отклон-е ионов происк. в произвольном напр.

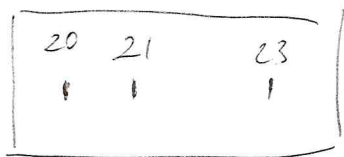


В эл. поле чем выше v , тем меньше отклон-е ⇒ u эл. поле
выходит расходящимся пучком.

В магн. поле аналогично, чем выше v , тем меньше
искривление.

В результате поле можно подобрать, чтобы они приходили в одну
точку. Отметит, что ионы с q/m приходят в др. точку

Расположив вдоль напр. первичн. электр. ионов фотопластину Асхи можно на ней набить и других



— можно на оптич. спектр

=> название

масс-спектрограмма,

прибор — масс-спектрограф

или

Метод Вейнбригга

В этом методе узкий пучок ионов проходит сначала селектор (фильтр), кот. выделяет ионы с зад. скоростью

В селекторе $\vec{E} \perp \vec{V}$, кот. откл. ионы в \updownarrow стороны.

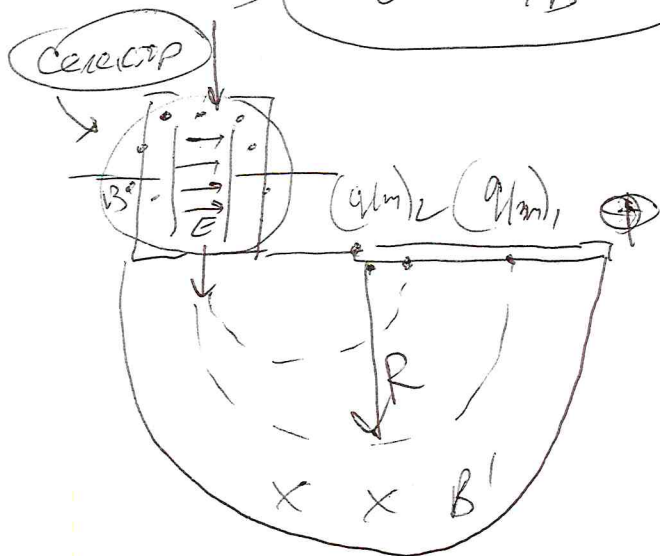
=> из него выходит только ионы, для кот. $qE = qvB$

=> $v = E/B$

Далее ионы попадают в обл. $\vec{B}' \perp \vec{v} \Rightarrow$

Движ. по окр-ости:

$$R = \frac{m}{q} \frac{v}{B}$$



В настоящее время можно получить лишь масс-спектрометры, где фиксация — электронная, в отл. от фотопластинных — для спектрографов