

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Методические указания по практическим занятиям
по дисциплине «Оптические свойства твердых тел» для магистров
направления подготовки 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника»
программы академической магистратуры «Проектирование и
технология микро- и наноэлектронных средств»

Кистенева М.Г.

Оптические свойства твердых тел = Оптические свойства твердых тел:
Методические указания по практическим занятиям по дисциплине
«Оптические свойства твердых тел» для магистров направления подготовки
11.04.04 «Электроника и наноэлектроника» программы академической
магистратуры «Проектирование и технология микро- и наноэлектронных
средств» /М.Г. Кистенева; Министерство образования и науки Российской
Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования Томский
государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА. – Томск: ТУСУР, 2016. – 47
с.

В методических указаниях приведен краткий обзор необходимых
теоретических сведений, примеры решения типовых задач и задачи для
самостоятельного решения по дисциплине «Оптические свойства твердых
тел».

Целью данного пособия является закрепление и углубление
представлений об оптических свойствах твердых тел, приобретение
практических навыков по расчету оптических характеристик твердых тел.
Даны примеры решения типовых задач.

В ходе выполнения заданий у студентов формируются следующие
компетенции:

-способность использовать на практике умения и навыки в организации
исследовательских и проектных работ, в управлении коллективом **(ОК-2)**;

-готовность к активному общению с коллегами в научной,
производственной и социально-общественной сферах деятельности **(ОК-3)**;

-способность понимать основные проблемы в своей предметной
области, выбирать методы и средства их решения **(ОПК-1)**;

-способность использовать результаты освоения дисциплин программы
магистратуры **(ОПК-2)**;

-готовность формулировать цели и задачи научных исследований в
соответствии с тенденциями и перспективами развития электроники и
наноэлектроники, а также смежных областей науки и техники, способностью
обоснованно выбирать теоретические и экспериментальные методы и
средства решения сформулированных задач **(ПК-1)**.

Предназначено для магистров направления подготовки 11.04.04
«Электроника и наноэлектроника» программы академической магистратуры
«Проектирование и технология микро- и наноэлектронных средств».

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра конструирования узлов и деталей РЭА

УТВЕРЖДАЮ
Зав.кафедрой КУДР
_____ А.Г. Лоцилов
«__» _____ 2016 г.

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Методические указания по практическим занятиям по дисциплине «Оптические свойства твердых тел» для магистров направления подготовки 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника» программы академической магистратуры «Проектирование и технология микро- и наноэлектронных средств»

Разработчик

_____ М.Г. Кистенева
«__» _____ 2016 г

Содержание

1 Введение.....	5
1. Основные законы оптики	6
2. Взаимодействие оптического излучения с веществом. Скорость света. Оптические константы среды	6
2.1 Коэффициенты отражения и пропускания света.....	6
Задачи для самостоятельного решения по теме «.....»	10
3. Поглощение света.....	12
3.1 Закон Бугера	12
Задачи для самостоятельного решения по теме «Закон Бугера»	14
3.2 Поглощение света с учетом многократного отражения	16
Задачи для самостоятельного решения по теме «Поглощение света с учетом многократного отражения»	17
4. Отражение и преломление света на границе двух сред	19
4.1 Эффект полного внутреннего отражения как частный случай закона преломления.....	19
Задачи для самостоятельного решения по теме «.....»	23
4.2 Поляризация света. Формулы Френеля. Закон Брюстера.....	25
Задачи для самостоятельного решения по теме «.....»	28
5. Оптическое бесцветное неорганическое стекло	29
5.1 Оптические постоянные бесцветного неорганического стекла	29
5.2 Механические свойства бесцветного неорганического стекла	33
Задачи для самостоятельного решения по теме «.....»	35
6. Кристаллические материалы.....	42
Примеры решения задач по теме «Кристаллические материалы».....	43
Задачи для самостоятельного решения по теме «Кристаллические материалы»	44
Теоретические вопросы для тестового опроса по теме «Кристаллические материалы».....	45
Рекомендуемая литература.....	47

1 Введение

Оптические свойства твёрдых тел очень разнообразны. Металлы в основном имеют высокий коэффициент отражения света в видимой области спектра, много диэлектриков прозрачны, как, например, стекло. Часто цвет того или другого твёрдого тела обусловлен поглощающими свет примесями. Для полупроводников и диэлектриков характерна фотопроводимость – увеличение электропроводности при освещении. Важность исследования оптических свойств твердых тел заключается не только в большой информативности, точности и надежности оптических методов, но и в том, что они способствуют более глубокому пониманию фундаментальных свойств твердых тел.

В пособии содержится краткий обзор необходимых теоретических сведений, примеры решения типовых задач и задачи для самостоятельного решения по дисциплине «Оптические свойства твердых тел».

Решение задачи для самостоятельной работы имеет целью дать возможность студенту более глубокого понимания физической природы процессов поглощения, отражения и рассеяния света твердыми телами, самостоятельно приобрести необходимые навыки расчета оптических параметров твердых тел. Задачи, посвященные процессам взаимодействия оптического излучения с веществом, позволяют закрепить полученный на лекциях теоретический материал.

В ходе выполнения заданий у студентов формируются следующие компетенции:

-способность использовать на практике умения и навыки в организации исследовательских и проектных работ, в управлении коллективом (ОК-2);

-готовность к активному общению с коллегами в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности (ОК-3);

-способность понимать основные проблемы в своей предметной области, выбирать методы и средства их решения (ОПК-1);

-способность использовать результаты освоения дисциплин программы магистратуры (ОПК-2);

-готовность формулировать цели и задачи научных исследований в соответствии с тенденциями и перспективами развития электроники и наноэлектроники, а также смежных областей науки и техники, способностью обоснованно выбирать теоретические и экспериментальные методы и средства решения сформулированных задач (ПК-1).

В ходе выполнения заданий студент должен:

– *знать*: основные закономерности взаимодействия оптического излучения с твердым телом, в том числе твердыми материалами пониженной размерности; их спектральные и поляризационные особенности; основные классы оптических материалов; принципы разработки новых оптических материалов.

– *уметь*: выбирать, адаптировать и модифицировать модели, описывающие оптические свойства твердых тел, рассчитывать основные оптические характеристики твердых тел.

– *владеть*: навыками выбора методов исследования, обобщения и интерпретации результатов исследования оптических свойств твердых тел.

1. Основные законы оптики

Посещение Музея оптики: интерактивная образовательная экспозиция СПбГУ ИТМО (режим доступа <http://www.optimus.edu.ru/ru>). Выставка предназначена для приобщения к миру оптики, ее истории, современности и перспективам развития. Знакомит с широким кругом оптических явлений, основных законов оптики, применений оптических и оптико-информационных технологий, оптических материалов, стимулирует дальнейшее изучение оптических свойств материалов. В музее работают: 1) зал голографии; 2) зал источников и приемников света; 3) зал стекла; 4) зал микроскопов; 5) зал астрооптики; 6) зал ультрафиолета; 7) лаборатория. Виртуальное посещение залов будет сопровождаться кратким рассмотрением теоретического материала, связанного с тематикой каждого зала.

2. Взаимодействие оптического излучения с веществом. Скорость света. Оптические константы среды

2.1 Коэффициенты отражения и пропускания света

С потоком оптического излучения I_0 , распространяющимся в любой среде могут происходить следующие количественные изменения:

1. Рассеяние части потока в результате отражения от частиц, имеющих показатель преломления, отличающийся от показателя преломления среды I_R .
2. Поглощение части потока излучения средой с преобразованием в другие виды энергии (тепло, генерация носителей тока, эмиссия электронов и ионов) I_A .
3. Пропускание части потока через среду I_T .

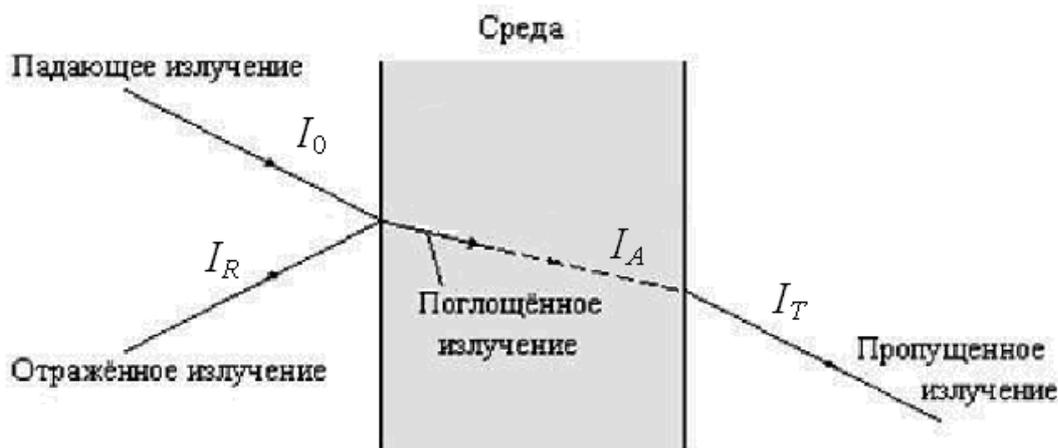


Рис. 2.1. Схема, иллюстрирующая оптические процессы, происходящие на поверхности среды и внутри неё

I_0 - падающий (исходный) поток оптического излучения;

I_R - отраженный поток;

I_{in} - поток, вошедший в пластину;

I_T - поток, прошедший через пластину;

В отсутствии рассеяния излучения средой (оптически однородная среда) между падающим на среду светом с интенсивностью I_0 , отраженным от поверхности I_R , поглощенным в среде светом с интенсивностью I_A и прошедшем потоком через среду светом с интенсивностью I_T сохраняется баланс:

$$I_0 = I_R + I_A + I_T. \quad (2.1)$$

Уравнение баланса (2.1) можно записать следующим образом:

$$1 = I_R / I_0 + I_A / I_0 + I_T / I_0 = R + A + T, \quad (2.2)$$

где R , A , T , характеризующие относительные доли отраженного, поглощенного и прошедшего потоков излучения, называются соответственно коэффициентами отражения, поглощения (интегральный или поглощательная способность) и пропускания.

До тех пор, пока нижеследующее рассмотрение ограничивается случаем монохроматического пучка, символ частоты как аргумента оптических функций опускается. Он снова вводится там, где существенным становится изменение обсуждаемых оптических функций с частотой.

I_0 - падающий (исходный) поток оптического излучения;

I_R - отраженный поток;

I_{in} - поток, вошедший в пластину;

I_{out} - поток, прошедший через пластину;

I'_R - поток, отраженный от второй (внутренней) поверхности пластины;

I - вышедший из пластины поток.

Все эти потоки показаны на рис. 2.2.

б

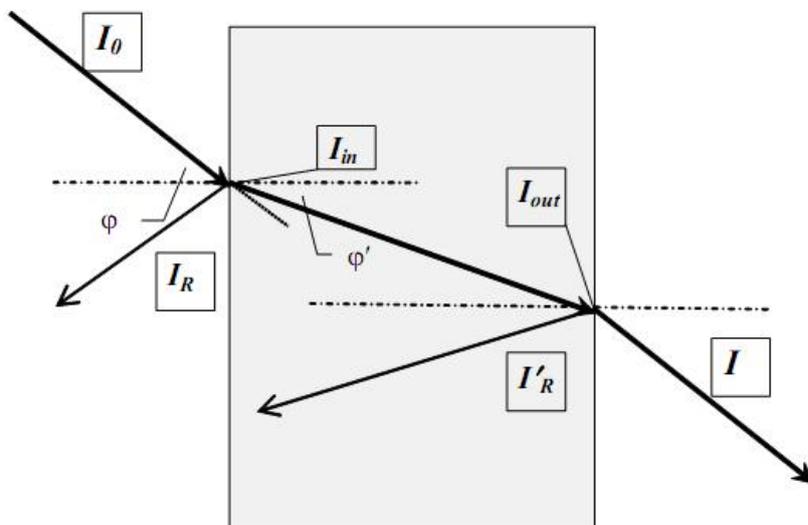


Рис. 2.2. Потоки излучения при прохождении монохроматического луча через пластину из этого материала.

Измеряемой опытным путем (или рассчитываемой) характеристикой одной поверхности материала является энергетический коэффициент внешнего отражения R :

$$R = I_R / I_0.$$

Соответственно $I_R = I_0 \cdot R$ и $I_{in} = I_0 - I_R = I_0 \cdot (1-R)$

Характеристиками плоскопараллельной пластины является коэффициент внешнего пропускания T , измеряемый опытным путем,

$$T = I_T / I_0 ; \quad (2.3)$$

Пренебрегая многократным отражением потока I'_R внутри пластины, мы получаем

$$I = I_{out} - I'_R = I_{out} - I_{out} \cdot R = I_{out} \cdot (1-R).$$

Соответственно

$$T = I_{out} \cdot (1-R) / I_0. \quad (2.4)$$

Для плоскопараллельной пластины из полностью прозрачного (непоглощающего) материала ситуация существенно упрощается:

$$I_{out} = I_{in} = I_0 \cdot (1-R), \quad I'_R = I_{out} \cdot R = I_0 \cdot (1-R) \cdot R$$

и

$$I = I_0 \cdot (1-R) - I_0 \cdot (1-R) \cdot R = I_0 \cdot (1-R)^2.$$

Соответственно

$$T = I / I_0 = (1-R)^2.$$

При нормальном падении световых лучей для слабо поглощающих сред спектральная зависимость коэффициента отражения (зависимость коэффициента отражения от длины волны) может быть рассчитана по известной формуле

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2, \quad (2.5)$$

где n – показатель преломления кристалла.

Волна распространяется со скоростью распространения оптического излучения в веществе.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}},$$

где c - скорость света в вакууме. Общепринятые значения скорости света, электрической и магнитной постоянных в системе СИ приведены в таблице.

Символ	Имя	Численное значение	Единицы измерения в системе СИ	Тип размерности
c	Постоянная скорости света	2.99792458×10^8	<u>м</u> /с	$L T^{-1}$
ϵ_0	Электрическая постоянная	8.854×10^{-12}	<u>Ф</u> / м	$L^{-3} M^{-1} T^4 I^2$
μ_0	Магнитная постоянная	1.2×10^{-6}	<u>Гн</u> / м	$L M T^{-2} I^{-2}$

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad \mu = 1 \text{ (для немагнитных сред)}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\epsilon}.$$

Примеры решения задач по теме «Отражение и пропускание света»

Задача 2.1. Имеется m параллельных полупрозрачных плоскостей. Коэффициенты отражения и пропускания каждой из них равны R и T . Найти коэффициент отражения R_m и коэффициент пропускания T_m всей системы m плоскостей (относительно падающего света).

Решение:

$$I_{1R} = R I_0,$$

$$I_{1A} = (1-R) \cdot I_0, \text{ (в точке A),}$$

$$I_{1B} = (1-R) \cdot T I_0, \text{ (в точке B, так как}$$

прошел через всю пластину 1),

$$I_{2R} = R \cdot (1-R) \cdot T I_0,$$

$$I_2 = I_{1B} - I_{2R} = (1-R)^2 \cdot T \cdot I_0, \text{ (в точке C),}$$

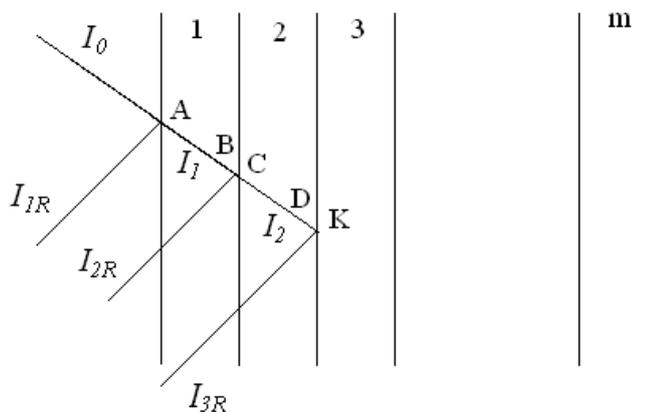
$$I_{3R} = R \cdot (1-R)^2 \cdot T^2 \cdot I_0 \text{ и т.д.}$$

$$I_{mR} = R \cdot (1-R)^{m-1} \cdot T^{m-1} \cdot I_0, \quad I_m = (1-R)^m \cdot$$

$$T^m \cdot I_0,$$

$$R_m = I_{mR} / I_0 = R \cdot (1-R)^{m-1} \cdot T^{m-1}, \quad T_m = I_m / I_0 = (1-R)^m T^m$$

$$\text{Ответ: } R_m = (1-R)^{m-1} T^{m-1} R, \quad T_m = (1-R)^m T^m.$$



Задача 2.2. При прохождении света через стеклянную пластину его интенсивность за счет отражения уменьшилась на 7,5%. Найти показатель преломления стекла. (Учесть отражение от обеих граней).

Решение:

Свет, вышедший из стеклянной пластины, определяется

$$I = (1-R)^2 I_0.$$

Интенсивность света уменьшилась на величину

$$I_0 - (1-R)^2 I_0,$$

$$(I_0 - (1-R)^2 I_0) / I_0 = 0,075,$$

$$R = 1 - \sqrt{1 - 0,075} = 0,038$$

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

$$n = \frac{1 + \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}} = 1,486.$$

Задача 2.3. Для многих прозрачных бесцветных веществ зависимость показателя преломления от длины волны света в вакууме может быть представлена выражением $n = a + b/\lambda^2$, где $a = 1,502$ и $b = 0,004563$ мкм² – константы. На сколько уменьшается интенсивность света при прохождении света через такое вещество для длин волн инфракрасной части спектра $\lambda_k = 980$ нм и фиолетовой части $\lambda_\phi = 380$ нм. (Учесть отражение от обеих граней)

Решение:

$$a := 1.502 \quad b := 0.004563$$

$$\lambda_1 := 380$$

$$\lambda_2 := 980$$

$$n_1 := a + \frac{b \cdot 10^6}{\lambda_1^2} \quad n_1 = 1.534$$

$$n_2 := a + \frac{b \cdot 10^6}{\lambda_2^2} \quad n_2 = 1.507$$

$$R_1 := \frac{(n_1 - 1)^2}{(n_1 + 1)^2} \quad R_1 = 0.044$$

$$R_2 := \frac{(n_2 - 1)^2}{(n_2 + 1)^2} \quad R_2 = 0.041$$

$$r_1 := 1 - (1 - R_1)^2 \quad r_1 = 0.087$$

$$r_2 := 1 - (1 - R_2)^2 \quad r_2 = 0.08$$

$$8.7\%$$

$$8\%$$

Задачи для самостоятельного решения по теме «Отражение и пропускание света»

- 2.1.1 Найти коэффициент отражения света при нормальном падении на поверхность воды ($n = 1,33$).
- 2.1.2 Определить коэффициенты отражения и пропускания при нормальном падении света из воды ($n_1 = 1,33$) на стекло ($n_2 = 1,5$).
- 2.1.3 Для некоторой длины волны света диэлектрическая проницаемость среды равна 2,323. Чему равен показатель преломления среды для этой длины волны?
- 2.1.4 Скорость света в некоторой среде равна $2,386 \times 10^8$ м/с. Определить относительную диэлектрическую постоянную среды. Значение относительной магнитной проницаемости среды принять равной $\mu = 1$.
- 2.1.5 Монохроматический свет падает на две сложенные вместе стеклянные пластинки с показателями преломления $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 1,8$. Определить на какую долю уменьшится интенсивность прошедшего света за счет отражения от пластин (многократное отражение не учитывать).

- 2.1.6 Интенсивность монохроматической световой волны, падающей на стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$, равна 300 лм/м^2 . Определить интенсивность отраженной волны. Учитывать отражение от двух границ раздела.
- 2.1.7 Найти коэффициент пропускания при нормальном падении света из воздуха на стекло, показатель преломления которого равен $n = 1,5$.
- 2.1.8 На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности $I_0 = 100 \text{ лм/м}^2$. Показатель преломления пластины $n = 1,5$, толщина пластины $d = 10 \text{ см}$. Длина когерентности волны намного меньше d . Определить интенсивность света, прошедшего через пластинку, при условии, что поглощение в пластинке отсутствует.
- 2.1.9 На какую долю уменьшится интенсивность света при прохождении через стеклянную пластинку толщиной 4 мм за счет отражения? Показатель преломления стекла $n = 1,52$. (Вторичными отражениями пренебречь).
- 2.1.10 Скорость света в некоторой среде равна $2,386 \times 10^8 \text{ м/с}$. Определить относительную диэлектрическую постоянную среды. Значение относительной магнитной проницаемости среды принять равной $\mu = 1$.
- 2.1.11 Монохроматический свет падает на две сложенные вместе стеклянные пластинки с показателями преломления $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 1,8$. Определить на какую долю уменьшится интенсивность прошедшего света за счет отражения от пластин (многократное отражение не учитывать).
- 2.1.12 Определить коэффициенты отражения и пропускания при нормальном падении света из воды ($n_1 = 1,33$) на стекло ($n_2 = 1,5$).
- 2.1.13 Интенсивность монохроматической световой волны, падающей на стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$, равна 300 лм/м^2 . Определить интенсивность отраженной волны. Учитывать отражение от двух границ раздела.
- 2.1.14 Для некоторой длины волны света диэлектрическая проницаемость среды равна $2,323$. Чему равен коэффициент отражения среды для этой длины волны при нормальном падении света?
- 2.1.15 Для многих прозрачных бесцветных веществ зависимость показателя преломления от длины волны света в вакууме может быть представлена выражением $n = a + b/\lambda^2$, где $a = 1,502$ и $b = 0,004563 \text{ мкм}^2$ – константы. Вычислить показатели преломления для длин волн красной части видимого спектра $\lambda_k = 780 \text{ нм}$ и фиолетовой части $\lambda_\phi = 380 \text{ нм}$.
- 2.1.16 Определить относительную диэлектрическую постоянную среды, в которой скорость света равна $1,945 \times 10^8 \text{ м/с}$. Значение относительной магнитной проницаемости среды принять равной $\mu = 1$.
- 2.1.17 Скорость света в некоторой среде равна $2,386 \times 10^8 \text{ м/с}$. Определить относительную диэлектрическую постоянную среды. Значение относительной магнитной проницаемости среды принять равной $\mu = 1$.

3. Поглощение света

3.1 Закон Бугера

Свет, проникая в кристалл, вступает с кристаллической решеткой во взаимодействие, связанное с обменом энергией. Обозначим через I интенсивность света, т.е. количество световой энергии, проходящей в единицу времени через нормальное к световому потоку единичное сечение кристалла. Часть светового потока отражается от границы раздела. Доля отраженной энергии характеризуется коэффициентом отражения

$$R = \frac{I_R}{I_0}$$

Пусть параллельный пучок излучения распространяется в поглощающей и рассеивающей среде. Интенсивность света, проходящего через кристалл, ослабляется вследствие процесса поглощения. Найдем закон изменения интенсивности излучения вдоль направления его распространения x . Выделим на глубине x от поверхности кристалла бесконечно тонкий слой dx (рис.3.3). Количество световой энергии dI , поглощенное слоем dx , пропорционально интенсивности света, падающего на этот слой I , и его толщине dx , тогда скорость убывания интенсивности излучения dI/dx пропорциональна самой интенсивности I . Считаем, что при $x = 0$ интенсивность излучения равна начальной, т.е. $I(0) = I_0$. Тогда получаем следующее дифференциальное уравнение

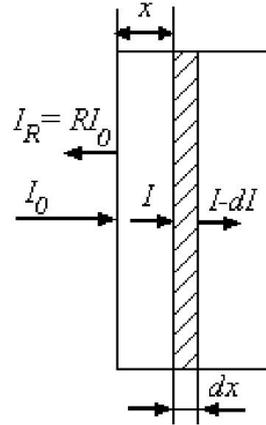


Рис. 3.3. Поглощение света в кристалле

$$\frac{dI}{dx} = -kI \tag{3.1}$$

Знак минус указывает на убыль энергии. Интегрируя уравнение (3.1), имеем

$$\begin{aligned} \frac{dI}{I} &= -kdx, \\ \ln I &= -kx + \ln C, \text{ и далее} \\ I &= Ce^{-kx}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Используя начальное условие $I(0) = I_0$, найдем константу интегрирования C , которая равна $C = I_0$. Тогда уравнение (3.2) принимает вид

$$I = I_0 e^{-kx}. \tag{3.3}$$

В уравнении (3.3) коэффициент k имеет размерность, обратную длине, и носит название линейного коэффициента поглощения. Как видно из уравнения (3.3) коэффициент поглощения – это величина, равная обратной величине толщины пластинки, при которой интенсивность света ослабляется в e раз (рис.3.2).

Однако, уравнение (3.3) описывает лишь частный случай. Если отражением света пренебречь нельзя, то пользоваться формулой (3.3) вычисления спектра поглощения недопустимо. При наличии отражения плотность энергии волны в материале будет равна

$$I_0(1-R).$$

За счет поглощения на расстоянии d плотность энергии уменьшится в $\exp(\alpha d)$ раз и в точке В будет равна

$$I_0(1-R)\exp(-kd),$$

а плотность энергии вышедшего из образца света равна

$$I = I_0(1-R)\exp(-kd)(1-R),$$

где последний множитель учитывает отражение света на второй границе раздела сред.

Таким образом, получаем для коэффициента пропускания

$$T = \frac{I}{I_0} = (1-R)^2 \exp(-kd). \quad (3.4)$$

Примеры решения задач по теме «Закон Бугера»

Задача 3.1. Имеется прозрачная пластина толщиной $d = 10$ см. Для некоторой длины волны коэффициент поглощения пластины изменяется линейно от значения $k_1 = 0,8 \text{ м}^{-1}$ у одной поверхности, до $k_2 = 1,2 \text{ м}^{-1}$ у другой поверхности. Определить (в процентах) ослабление интенсивности света при прохождении им толщи пластины.

Решение:

$$k = ax + b, \quad b = 0,8, \quad a = 4 \quad (\text{находятся из условий задачи})$$

$$dI = I(ax + b)dx,$$

$$\ln I_0 - \ln I = (2x^2 + 0,8x)|_0^{0,1} = 0,1$$

$$I/I_0 = 0,905$$

$$\text{Ослабление} = 1 - 0,905 = 0,095 \text{ или } 9,5\%.$$

$$(\text{Ответ: } 0,095 \text{ или } 9,5 \%).$$

Задача 3.2. Интенсивность монохроматической волны, прошедшей через прозрачную пластинку толщиной 10 см, уменьшилась на 20%. Определить коэффициент поглощения.

Решение:

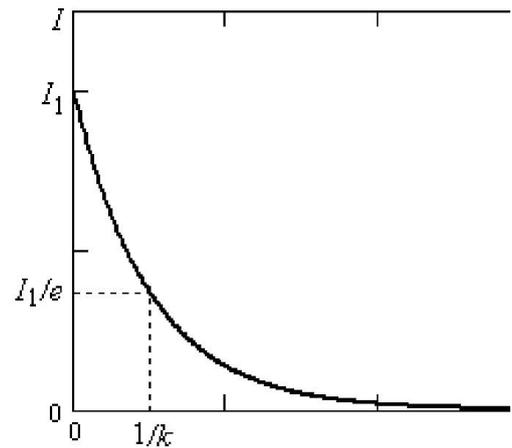


Рис. 3.2. Зависимость интенсивности прошедшего через образец света от толщины кристалла

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-kd) = 0,8,$$

$$k = -\frac{\ln 0,8}{d},$$

$$k = -\frac{\ln 0,8}{0,1} = 2,23 \text{ м}^{-1}.$$

Задачи для самостоятельного решения по теме «Закон Бугера»

- 3.1.1 На сколько процентов уменьшится интенсивность света, прошедшего через стеклянную пластинку толщиной 4 мм, с учетом поглощения и отражения? Коэффициент поглощения $k = 1,2 \text{ м}^{-1}$ и показатель преломления стекла $n = 1,52$.
- 3.1.2 На стеклянную плоскопараллельную пластину толщиной $d = 10 \text{ см}$ падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности $I_0 = 100 \text{ лм/м}^2$. Длина когерентности волны намного меньше d . Интенсивность света, прошедшего через пластинку, при условии, что поглощение в пластинке отсутствует равна $I = 92,2 \text{ лм/м}^2$. Чему равен показатель преломления пластины?
- 3.1.3 При прохождении в некотором веществе пути L интенсивность света уменьшается в два раза, за счет поглощения. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути $3L$?
- 3.1.4 В некоторой среде распространяется плоская монохроматическая волна. Коэффициент поглощения среды $k = 1 \text{ м}^{-1}$. На сколько процентов уменьшится интенсивность света при прохождении волной пути, равного: а) 5мм; б) 4,6 м?
- 3.1.5 Имеется прозрачная пластина толщиной $d = 10 \text{ см}$. Для некоторой длины волны коэффициент поглощения пластины изменяется линейно от значения $k_1 = 0,8 \text{ м}^{-1}$ у одной поверхности, до $k_2 = 1,2 \text{ м}^{-1}$ у другой поверхности. Определить (в процентах) ослабление интенсивности света при прохождении им толщи пластины.
- 3.1.6 На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности $I_0 = 100 \text{ лм/м}^2$. Показатель преломления пластины $n = 1,5$, коэффициент поглощения $k = 1,0 \text{ м}^{-1}$. Толщина пластины $d = 10 \text{ см}$. Длина когерентности волны намного меньше d . Определить интенсивность света, прошедшего через пластинку, с учетом отражения от двух границ раздела.
- 3.1.7 На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности $I_0 = 100 \text{ лм/м}^2$. Показатель преломления пластины $n = 1,5$, коэффициент поглощения $k = 1,0 \text{ м}^{-1}$. Толщина пластины $d = 10 \text{ см}$. Длина когерентности волны намного меньше d . Определить интенсивность

света, прошедшего через пластинку, с учетом отражений только от первой границы раздела.

- 3.1.8 При прохождении монохроматического света через 10 % раствор глюкозы интенсивность света составила $0,29 I_0$. Определить толщину столба раствора, если $k = 1,7 \text{ м}^{-1}$. Отражение не учитывать.
- 3.1.9 На сколько процентов уменьшается интенсивность света при прохождении им оконного стекла толщиной 4 мм за счет поглощения? Коэффициент поглощения равен $1,23 \text{ м}^{-1}$.
- 3.1.10 Во сколько раз уменьшение интенсивности света при прохождении через стеклянную пластинку толщиной $d = 2 \text{ мм}$ за счет отражения превосходит уменьшение интенсивности за счет поглощения, если показатель преломления $n = 1,5$ и коэффициент поглощения $k = 1,2 \text{ м}^{-1}$?
- 3.1.11 На сколько процентов уменьшится интенсивность света, прошедшего через стеклянную пластинку толщиной 4 мм, с учетом поглощения и отражения? Коэффициент поглощения $k = 1,2 \text{ м}^{-1}$ и показатель преломления стекла $n = 1,52$.
- 3.1.12 Стеклянная пластина толщиной $d = 3,82 \text{ мм}$, пропускает 88,2 % упавшего на нее света. Определить коэффициент поглощения стекла для данной длины волны.
- 3.1.13 Коэффициент поглощения монохроматического света длиной волны 600 нм для некоторой среды равен $k = 1,25 \text{ м}^{-1}$. Определить коэффициент поглощения этой среды для света с длиной волны 400 нм.
- 3.1.14 На стеклянную плоскопараллельную пластину падает по нормали плоская монохроматическая световая волна интенсивности $I_0 = 200 \text{ лм/м}^2$. Коэффициент поглощения стекла $k = 1,0 \text{ м}^{-1}$. Толщина пластины $d = 5 \text{ см}$. Определить интенсивность света, прошедшего через пластинку, если отражение отсутствует.
- 3.1.15 Монохроматический свет нормально падает на две сложенные вместе стеклянные пластинки толщиной соответственно $x_1 = 1 \text{ см}$ и $x_2 = 1,5 \text{ см}$, имеющие коэффициенты поглощения $k_1 = 1,5 \text{ м}^{-1}$ и $k_2 = 1,8 \text{ м}^{-1}$ соответственно. Определить на какую долю уменьшится интенсивность прошедшего света за счет поглощения.
- 3.1.16 Интенсивность монохроматической волны прошедшей через прозрачную пластинку толщиной 10 см уменьшилась на 20 %. Определить коэффициент поглощения.
- 3.1.17 Во сколько раз коэффициент поглощения синего света ($l_c = 460 \text{ нм}$) больше коэффициента поглощения красного света ($l_k = 650 \text{ нм}$) для одного и того же вещества?
- 3.1.18 Световой поток одновременно проходит через два поглощающих раствора сахара и одинаково ослабляется в них. Один раствор имеет толщину 2 см и концентрацию 10 %, второй раствор имеет толщину 5 см. Определить концентрацию второго раствора.
- 3.1.19 При прохождении белого света через некоторую среду толщиной 1 см интенсивность синего света ($l_c = 400 \text{ нм}$) оказалась равна интенсивности красного света ($l_k = 600 \text{ нм}$). Определить константу поглощения данной

среды, если в падающем потоке интенсивность синего света была в два раза больше интенсивности красного света.

3.2 Поглощение света с учетом многократного отражения

Для вывода формулы с учетом многократного отражения света внутри образца обратимся к схеме на рис. 3.3. Обозначим плотности потоков квантов луча у передней и задней грани соответственно через P' и P'' , а P_1, P_2, P_3, \dots – плотности потоков квантов вышедших из образца лучей 1, 2, 3, ... Тогда

$$P'_A = P_0(1-R), \quad P''_B = P_0(1-R)\exp(-kd);$$

В точку C придет поток света, отраженный от точки B , т.е.

$$P'_C = P''_B R = P_0(1-R) \cdot R \cdot \exp(-kd),$$

а отраженный в точке C и поглощенный на расстоянии d поток будет равен

$$P''_C = P'_C \exp(-kd) = P_0(1-R) \cdot R \cdot \exp(-2kd); \text{ и т.д.}$$

$$P'_D = P'_C R = P_0(1-R) \cdot R^2 \cdot \exp(-2kd), \quad P''_D = P'_D \exp(-kd) = P_0(1-R) \cdot R^2 \cdot \exp(-3kd);$$

$$P_1 = P''_D (1-R) = P_0(1-R)^2 \exp(-kd); \quad P_2 = P''_D (1-R) = P_0(1-R)^2 \cdot R^2 \cdot \exp(-3kd).$$

Таким же образом, выражая P'_E ,

$$P''_E, P'_F, P''_F, \text{ получим}$$

$$P_3 = P_0(1-R)R^4 \cdot \exp(-5kd) \text{ и т.д.}$$

Сравнивая величины P_1, P_2, P_3 , видим, что имеем геометрическую прогрессию (a_1, a_2, a_3) , знаменателем которой является $q = R^2 \cdot \exp(-2kd)$.

Воспользовавшись формулой суммы m -членов геометрической прогрессии $S = (a_1 - a_m \cdot q) / (1 - q)$, получим для плотности потока энергии прошедшего через образец луча следующее выражение:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_m = \frac{P_0(1-R)^2 \exp(-kd)}{1 - R^2 \exp(-2kd)} \cdot (1 - R^{2m} \exp(-2kdm)).$$

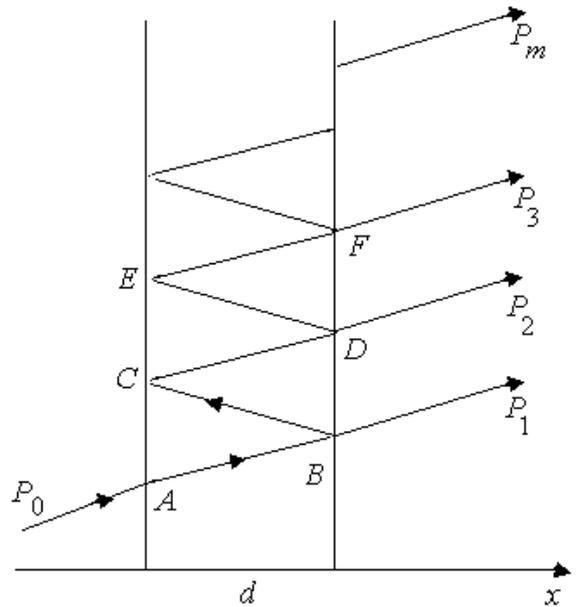


Рис. 3.3. Схема к выводу формулы (3.5)

При больших значениях m величина $R^{2m} \exp(-2kdm) \ll 1$, тогда

$$P = P_0 \frac{(1 - R)^2 \exp(-kd)}{1 - R^2 \exp(-2kd)},$$

и получаем окончательное выражение

$$T = \frac{(1 - R)^2 \exp(-kd)}{1 - R^2 \exp(-2kd)}. \quad (3.5)$$

Учет интерференции лучей в образце приводит к еще более сложному выражению для спектра пропускания. При нестрогой монохроматичности излучения для образцов, толщины которых велики по сравнению с длиной волны излучения, интерференцию можно не учитывать и при расчете спектров поглощения пользоваться формулой (3.5).

Задачи для самостоятельного решения по теме «Поглощение света с учетом многократного отражения»

3.2.1 Используя выражение (3.5) найти явное выражение для коэффициента поглощения.

3.2.2 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла силиката висмута $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ толщиной 0,75 мм на длине волны 450 нм равен 16,1 %, а на длине волны 580 нм он равен 65,3 %. После отжига в вакууме коэффициент пропускания имел величину 15,3 % на длине волны 450 нм и 63,9 % на длине волны 580 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ после отжига в вакууме на указанных длинах волн? Показатель преломления в спектральном диапазоне от 460 до 900 нм для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ рассчитывается по формуле Зелльмейера

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{C\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_f^2}, \quad \text{где для } \text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20} \text{ ее параметры имеют}$$

значения: $A = 2,4010$; $B = 3,2698$; $C = 7,76 \cdot 10^{-2}$; $\lambda_0 = 250$ нм; $\lambda_f = 380$ нм.

3.2.3 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла титаната висмута $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}:\text{Ca}, \text{Ga}$ толщиной 8,9 мм на длине волны 520 нм равен 30,7 %, а на длине волны 650 нм он равен 40,6 %. После облучения кристалла светом с длиной волны 532 нм коэффициент пропускания имел величину 28,2 % на длине волны 520 нм и 45,6 % на длине волны 650 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}:\text{Ca}, \text{Ga}$ после облучения на указанных длинах волн? Коэффициент отражения для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ рассчитывается по эмпирической формуле

$$R = C_0 + \frac{C_5}{\lambda^5} + \frac{C_4}{\lambda^4} + \frac{C_3}{\lambda^3} + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_1}{\lambda} \quad (\text{в этой формуле длина волны подставляется в}$$

нм), где для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ее параметры имеют значения: $C_0 = 0,199094255$,

$C_1 = -38,345115881$, $C_2 = 21241,53311$, $C_3 = 88,70185714$, $C_4 = 1,265004055$, $C_5 = 0,99992933$.

- 3.2.4 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла германата висмута $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ толщиной 1,8 мм на длине волны 460 нм равен 24,3 %, а на длине волны 540 нм он равен 60,4 %. После отжига в вакууме коэффициент пропускания имел величину 16,2 % на длине волны 460 нм и 55,4 % на длине волны 540 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ после отжига в вакууме на указанных длинах волн? Показатель преломления в спектральном диапазоне от 460 до 900 нм для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ рассчитывается по формуле Зелльмейера

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{C\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_f^2},$$

где для $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ее параметры имеют

значения: $A = 2,286$; $B = 3,4243$; $C = 8,36 \cdot 10^{-2}$; $\lambda_0 = 250$ нм; $\lambda_f = 380$ нм.

- 3.2.5 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла силиката висмута $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ толщиной 10,7 мм на длине волны 550 нм равен 29,59 %, а на длине волны 630 нм он равен 47,23 %. После ИК облучения коэффициент пропускания имел величину 32,73 % на длине волны 550 нм и 51,19 % на длине волны 630 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ после ИК облучения на указанных длинах волн? Показатель преломления в спектральном диапазоне от 460 до 900 нм для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ рассчитывается по формуле Зелльмейера

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{C\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_f^2},$$

где для $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ее параметры имеют

значения: $A = 2,4010$; $B = 3,2698$; $C = 7,76 \cdot 10^{-2}$; $\lambda_0 = 250$ нм; $\lambda_f = 380$ нм.

- 3.2.6 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла германата висмута $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ толщиной 1,8 мм на длине волны 490 нм равен 45,57 %, а на длине волны 580 нм он равен 63,85 %. После облучения светом с длиной волны 870 нм коэффициент пропускания имел величину 45,18 % на длине волны 490 нм и 65,10 % на длине волны 580 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ после его облучения на указанных длинах волн? Показатель преломления в спектральном диапазоне от 460 до 900 нм для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ рассчитывается по

формуле Зелльмейера $n^2(\lambda) = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{C\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_f^2}$, где для $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ее

параметры имеют значения: $A = 2,286$; $B = 3,4243$; $C = 8,36 \cdot 10^{-2}$; $\lambda_0 = 250$ нм; $\lambda_f = 380$ нм.

- 3.2.7 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла силиката висмута $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ толщиной 2,9 мм на длине волны 520 нм равен 40,5 %, а на длине волны 680 нм он равен 63,8 %. После отжига в

воздушной атмосфере коэффициент пропускания имел величину 41,5 % на длине волны 520 нм и 65,3 % на длине волны 680 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ после отжига в воздушной атмосфере на указанных длинах волн? Показатель преломления в спектральном диапазоне от 460 до 900 нм для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ рассчитывается по формуле Зелльмейера $n^2(\lambda) = A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2} + \frac{C\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_f^2}$, где для $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ее параметры имеют значения: $A = 2,4010$; $B = 3,2698$; $C = 7,76 \cdot 10^{-2}$; $\lambda_0 = 250$ нм; $\lambda_f = 380$ нм.

- 3.2.8 В исходном состоянии коэффициент пропускания для кристалла титаната висмута $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}:\text{Al}$ толщиной 6,6 мм на длине волны 500 нм равен 18,7 %, а на длине волны 700 нм он равен 55,3 %. После облучения кристалла светом с длиной волны 660 нм коэффициент пропускания имел величину 23,0 % на длине волны 500 нм и 62,2 % на длине волны 700 нм. Чему равно абсолютное и относительное изменение коэффициента поглощения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}:\text{Al}$ после облучения на указанных длинах волн? Коэффициент отражения для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ рассчитывается по эмпирической формуле $R = C_0 + \frac{C_5}{\lambda^5} + \frac{C_4}{\lambda^4} + \frac{C_3}{\lambda^3} + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_1}{\lambda}$ (в этой формуле длина волны подставляется в нм), где для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ее параметры имеют значения: $C_0 = 0,199094255$, $C_1 = -38,345115881$, $C_2 = 21241,53311$, $C_3 = 88,70185714$, $C_4 = 1,265004055$, $C_5 = 0,99992933$.

4. Отражение и преломление света на границе двух сред

4.1 Эффект полного внутреннего отражения как частный случай закона преломления

В однородной среде свет распространяется прямолинейно с постоянной скоростью. Если же среда неоднородна, то в разных областях скорость его распространения различна и прямолинейность световых лучей нарушается.

Простейшей неоднородностью является плоская граница раздела двух безграничных однородных сред, в которых свет распространяется со скоростями, равными соответственно v_1 и v_2 . На рис. 4.1. показано, что луч **I**, падающий из первой среды под углом i к перпендикуляру, на границе раздела раздваивается на отраженный луч **II**, идущий в первой среде с той же скоростью v_1 , и преломленный луч **III**, распространяющийся во второй среде под углом r к тому же перпендикуляру.

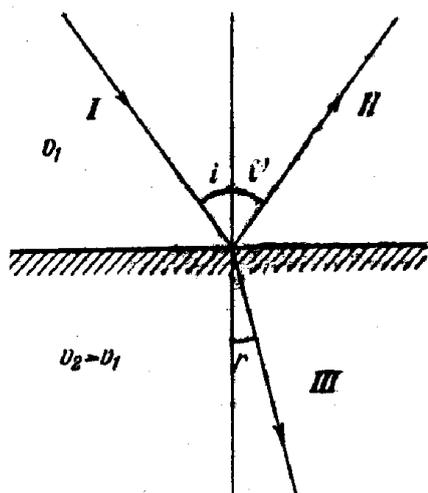


Рисунок 4.1

Взаимное геометрическое расположение этих лучей определяется тремя законами Снеллиуса-Декарта.

1. Угол падения равен углу отражения:

$$i = i' \quad (4.1)$$

2. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \text{const} \quad (4.2)$$

3. Луч падающий, луч отраженный и луч преломленный лежат в одной плоскости с перпендикуляром, восставленным к границе раздела в точке падения.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}, \quad (4.3)$$

где n_{12} — постоянная величина, называется относительным показателем или коэффициентом преломления второй среды относительно первой.

Показатель преломления среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления этой среды. Относительный показатель преломления n_{12} выражается через абсолютные показатели преломления n_1 и n_2 соотношением:

$$n_{12} = n_2 / n_1 \quad (4.4)$$

С учетом соотношения (4.4) закон преломления можно записать в симметричной форме:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (4.5)$$

Из этой симметрии следует обратимость световых лучей. Если обратить направление луча III на рис. 4.1. и заставить его падать под тем же углом r на границу, раздела, то преломленный луч будет распространяться в первой среде под углом i т. е, пойдет обратно вдоль луча I.

Уравнение (4.5) может охватить и закон отражения. Поскольку отраженный луч II распространяется в той же самой первой среде, но по другую сторону перпендикуляра, то для него можно формально положить

показатель преломления $n = -n_1$. Подставляя $-n_1$ в равенство (4.5), получаем: $\sin i = -\sin i'$, $i = -i'$.

Для прозрачных сред падающий на границу раздела лучистый поток при переходе света из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем n_2 (оптически менее плотную), угол падения может достичь некоторого предельного значения $i_{пред}$, при котором преломленный луч направлен вдоль границы раздела сред, согласно (4.5):

$$n_1 \sin i_{пред} = n_2 \sin 90^\circ \rightarrow \sin i_{пред} = n_2 / n_1.$$

Следовательно, при $i > i_{пред}$ преломление прекращается и остается лишь отраженный луч (рис. 4.2) Это явление носит название *полного внутреннего отражения*.

Вся энергия света, падающего на границу раздела, при этом полностью отражается обратно в первую среду.

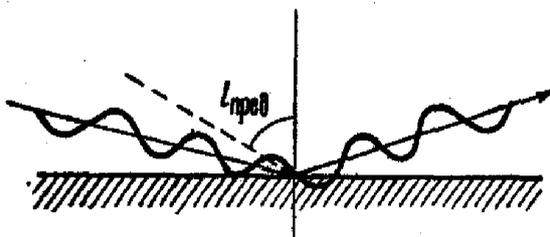


Рисунок 4.2

Предельный угол полного внутреннего отражения – это угол, при падении под которым преломленный луч пойдет вдоль границы раздела двух сред, теоретически даже не проникая ни в одну из них.

Однако полное внутреннее отражение – это не просто любопытный фокус, а основа для целого ряда важных современных технологий; прежде всего – этот эффект лежит в основе оптоволоконной связи. Свет, поступая с одного конца в тончайшее стекловолокно под очень большим углом, в дальнейшем вынужден распространяться вдоль этого волокна, не покидая его пределов, раз за разом отражаясь от его стенок, поскольку угол его падения не достаточен, чтобы вырваться за его пределы, благодаря чему на противоположном конце выход оптического сигнала практически не теряет в интенсивности. Если связать множество таких оптических волокон в пучок, чередование импульсов света и затемненных промежутков на выходе из такого оптоволоконного кабеля будет строго соответствовать сигналу, поступившему в него на входе. Этот принцип сегодня широко используется в современных медицинских технологиях (в частности, в артроскопии), когда тонкий пучок оптических волокон вводится в организм пациента сквозь крохотный надрез или естественное устье и доставляется буквально к самому органу, на котором производится микрохирургическая операция, позволяя хирургу в буквальном смысле видеть на экране монитора, что и как именно он оперирует.

Не менее широкое применение нашло полное внутреннее отражение и в области высокоскоростной передачи информации по оптоволоконным

телефонным линиям связи. Посылая модулированные оптические сигналы вместо электромагнитных, мы получаем возможность на несколько порядков ускорить передачу информации по телекоммуникационным сетям. На самом деле, во всех по-настоящему индустриально развитых странах мира вся телефония уже переведена на оптоволоконную связь.

Примеры решения задач по теме «Эффект полного внутреннего отражения как частный случай закона преломления»

Задача 4.1. Определить угол полного внутреннего отражения на границе раздела сред стекло – воздух.

Решение.

Показатель преломления для стекла $n_1 = 1,5163$, для воздуха – $n_2 = 1$.

Следовательно, угол полного внутреннего отражения равен

$$i_{\text{пред}} = \arcsin n_2 / n_1 \approx 41^\circ 16'.$$

Ответ: Полное внутреннее отражение будет наступать при углах, больших чем $41^\circ 16'$.

Задача 4.2. Показатель преломления первой среды $n_1=2$. Синус угла полного внутреннего отражения 0,71. Определить показатель преломления второй среды.

Решение.

По соотношениям для угла полного внутреннего отражения

$$n_1 \sin i_{\text{пред}} = n_2.$$

Таким образом, $n_2=0,71 \cdot 2=1,42$.

Ответ: Показатель преломления второй среды $n_2=1,42$.

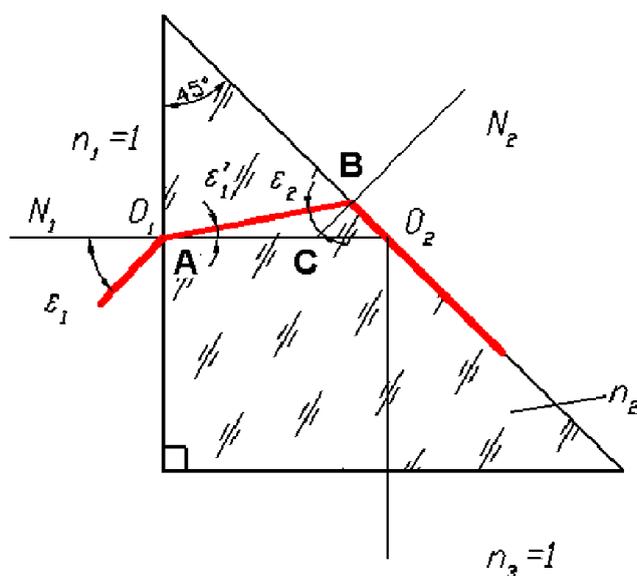
Задача 4.3. Определить в градусах и минутах предельный угол падения лучей ε_1 на входную грань прямоугольной равнобедренной призмы, при котором отражающая грань может быть еще без зеркального покрытия. Призма изготовлена из стекла $n_2=1,52$ и находится в воздухе.

Решение.

Определяем предельный угол полного внутреннего отражения на границе раздела стекло – воздух. По закону преломления

$$n_2 \sin \varepsilon_2 = n_3 \sin 90^\circ,$$

$$\varepsilon_2 = 41^\circ 16'. \quad \varepsilon_2 = 41,16 \text{ или } \varepsilon_2 = 41^\circ 10'.$$



Из треугольника ABC определяем угол ε_1 .

Внешний угол треугольника ABC равен 45° (угол между нормалью равен углу между сторонами треугольника, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами). Внешний угол треугольника равен сумме углов, не прилежащих к вершине, отсюда:

$$\varepsilon_1' + \varepsilon_2 = 45^\circ, \text{ следовательно, } \varepsilon_1' = 3^\circ 44'. \quad \varepsilon_1' = 3,84 \text{ или } \varepsilon_1' = 3^\circ 50'.$$

Применим закон преломления к первой поверхности призмы и определим угол ε_1 .

$$n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \sin \varepsilon_1';$$

$$\sin \varepsilon_1 = 1,5163 \cdot \sin(3^\circ 44'), \quad \varepsilon_1 = 5^\circ 40'. \quad \sin \varepsilon_1 = 1,52 \cdot \sin(3^\circ 50'), \quad \varepsilon_1 = 5^\circ 50'.$$

Ответ: $\varepsilon_1 = 5^\circ 50'$.

Задача 4.4. Объект, находящийся в воде, виден под углом 60° . Определить угол наклона преломленного луча в воде, если показатель преломления $n = 1,33$.

Решение.

Под углом $\varepsilon_1 = 60^\circ$ мы наблюдаем мнимое изображение объекта.

Применим закон преломления и найдем реальный угол ε_1 , под которым объект находится в воде.

Угол, под которым виден объект - это угол мнимый, а реально это угол, под которым мы смотрим на объект. Таким образом, нам даны ε_1 и n .

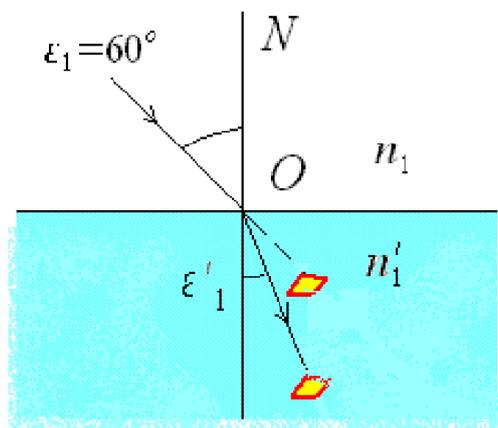
По закону преломления: $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon'$

$$\sin \varepsilon_1' = \frac{\sin \varepsilon}{n};$$

$$\sin \varepsilon_1' = \frac{\sin 60^\circ}{1,33} = 0,709.$$

Преломленный угол ε_1' равен $40^\circ 30'$.

Ответ: Угол $\varepsilon_1' = 40^\circ 30'$.



Задачи для самостоятельного решения по теме «Эффект полного внутреннего отражения как частный случай закона преломления»

4.1.1 На кварцевую пластинку, имеющую показатель преломления 1.54, падает световой луч. Чему равен угол падения, если отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны?

4.1.2 Луч падает под углом 60° на стеклянную пластинку толщиной 3 см. Определить боковое смещение луча после выхода из пластинки.

- 4.1.3 Предельный угол полного внутреннего отражения для бензола $\alpha=42^\circ$. Определить скорость света в бензоле.
- 4.1.4 Свет падает на входную грань прямоугольной равнобедренной призмы под углом 7° . Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n_2=1,55$ и находится в воздухе. Может ли в этом случае происходить полное отражение, если отражающая грань без зеркального покрытия?
- 4.1.5 Прямоугольная равнобедренная стеклянная призма, у которой показатель преломления $n_2=1,48$, находится в воздухе. Определить угол падения лучей на входную грань этой призмы, при котором отражающая грань может быть еще без зеркального покрытия.
- 4.1.6 Угол полного внутреннего отражения равен при падении света из некоторой среды в стекло равен 47° . Показатель преломления стекла $n_1=1,52$. Определить диэлектрическую проницаемость этой среды.
- 4.1.7 На входную грань прямоугольной равнобедренной призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления $n_2=1,7$, падает свет под углом 10° . Можно ли в этом случае не наносить на отражающую грань зеркальное покрытие?
- 4.1.8 Показатель преломления первой среды $n_1=2$. Угол полного внутреннего отражения равен 45° . Определить диэлектрическую проницаемость второй среды.
- 4.1.9 Свет падает из стекла в воздух под углом 42° . Показатель преломления для стекла $n_1 = 1,45$, для воздуха – $n_2 = 1$. Будет ли происходить полное внутренне отражение? Ответ обосновать.
- 4.1.10 Свет падает на входную грань прямоугольной равнобедренной призмы под углом 4° . Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n_2=1,58$ и находится в воздухе. Нужно ли наносить на отражающую грань зеркальное покрытие?
- 4.1.11 Показатель преломления первой среды $n_1 =2$, второй $n_2 =1$. При каком наименьшем угле падения (в градусах) возможно явление полного внутреннего отражения?
- 4.1.12 На входную грань прямоугольной равнобедренной призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления $n_2 =1,7$, падает свет под углом 10° . Можно ли в этом случае не наносить на отражающую грань зеркальное покрытие?
- 4.1.13 Какой должен быть предельный угол падения лучей на входную грань прямоугольной равнобедренной призмы, при котором отражающая грань может быть еще без зеркального покрытия. Призма изготовлена из стекла $n_2=1,4$ и находится в воздухе.
- 4.1.14 Будет ли происходить полное внутренне отражение при падении света из воды в воздух под углом 46° ? Показатель преломления для воды $n_1 = 1,333$, для воздуха – $n_2 = 1$. Ответ обосновать.
- 4.1.15 Свет падает на входную грань прямоугольной равнобедренной призмы под углом 5° . Призма изготовлена из стекла с показателем преломления $n_2=1,48$ и находится в воздухе. Нужно ли наносить на отражающую грань зеркальное покрытие?

4.2 Поляризация света. Формулы Френеля. Закон Брюстера.

На границе двух диэлектриков амплитуды падающей \vec{E}_{00} , отраженной \vec{E}_{01} и преломленной \vec{E}_{02} волн, связаны между собой формулами Френеля. В случае нормального падения на границу двух сред формулы Френеля имеют вид:

$$E_{01} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_{00}, \quad (4.6)$$

$$E_{02} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} E_{00}. \quad (4.7)$$

Коэффициент отражения

$$R = \frac{E_{01}^2}{E_{00}^2}. \quad (4.8)$$

Коэффициент пропускания

$$T = \frac{E_{02}^2 n_2 \cos \varphi_2}{E_{00}^2 n_1 \cos \varphi_1}. \quad (4.9)$$

где φ_1 — угол падения, φ_2 — угол преломления, n_1 и n_2 — коэффициенты преломления двух граничащих сред.

При нормальном падении

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2; \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \quad (4.10)$$

Отражение естественного света, который можно представить как некогерентную смесь двух линейно поляризованных волн с ортогональными направлениями поляризации, обладает замечательным свойством: при падении естественного света под углом $\varphi = \varphi_{Br}$, отразится только составляющая, поляризованная перпендикулярно плоскости падения, и отраженный свет будет полностью линейно поляризованным. В этом состоит закон Брюстера, открытый экспериментально в 1815 г. Угол φ_{Br} называется еще углом полной поляризации, а сумма углов падения и преломления равна $\pi/2$. Из закона преломления получаем $\operatorname{tg} \varphi_{Br} = n_2 / n_1$.

При угле Брюстера отраженная волна всегда линейно поляризована в направлении, перпендикулярном плоскости падения, а волна, поляризованная в плоскости падения, не отражается вообще. Из сказанного следует, что эффект Брюстера возможен лишь при поляризации падающего луча в плоскости падения. Если же падающий луч поляризован перпендикулярно плоскости падения, то отраженный луч должен наблюдаться под любым углом падения.

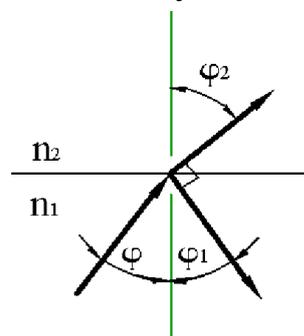
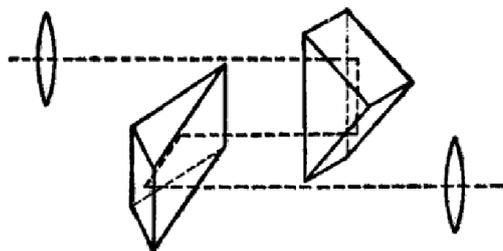


Рис. 4.3. К определению угла Брюстера

В газовых лазерах торцевые окна разрядной трубки представляют собой плоскопараллельные стеклянные пластинки, расположенные под углом Брюстера к оси трубки. Благодаря этому излучение, распространяющееся вдоль оси трубки в образованном зеркалами открытом резонаторе и поляризованное в плоскости падения на пластинки, проходит сквозь них беспрепятственно, не испытывая отражения. В результате лазер генерирует свет, поляризованный в этой плоскости.

Примеры решения задач по теме «Поляризация света. Формулы Френеля. Закон Брюстера».

Задача 4.5. Сколько процентов светового потока теряется на отражение в призматическом бинокле? Показатель преломления стекла призм и линз равен 1,5. Схема бинокля дана на рисунке.



Решение.

Отметим, что падение при потерях на отражение нормальное. При углах $\varphi_1 = 45^\circ$ (что следует из поворота луча по выходе из призмы) происходит полное внутреннее отражение от стекла и потерь нет. Потери происходят восемь раз: на двух поверхностях двух стеклянных линз, при выходе и входе из каждой поворотной призмы.

При нормальном падении R и T определены:

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 ; T = \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

$R + T = 1$ (по закону сохранения энергии).

1) Пользуясь этим, найдем R_1 и T_1 (на первой поверхности линзы):

$$R_1 = \left(\frac{0,5}{2,5} \right)^2 = \frac{1}{25} = 0,04.$$

$$T = 0,96.$$

2) На второй поверхности линзы:

$$R_2 = 0,96 \cdot 0,04;$$

$$T_2 = 0,96 \cdot (1 - 0,04) = 0,96^2.$$

3) На первой поверхности первой призмы (третьей поверхности):

$$R_3 = 0,96^2 \cdot 0,04;$$

$$T_3 = 0,96^2 \cdot (1 - 0,04) = 0,96^3.$$

4) Аналогично - на восьмой поверхности второй призмы

$$T_8 = 0,96^8;$$

$$R_8 = (1 - 0,96^8);$$

$$\text{Или в \%: } R_8 = (1 - 0,96^8) \cdot 100\% = 28\%.$$

Ответ: потери на отражение составляют 28 %.

Задача 4.6. Найти угол полной поляризации для света, отраженного от стекла с показателем преломления $n = 1,5$. 2. Найти степень поляризации преломленного

света $\Delta = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$ при падении света под этим углом (Индекс « \parallel » означает, что

рассматривается та компонента вектора \vec{E} электромагнитной волны, которая параллельна плоскости падения, индекс « \perp » – компонента, перпендикулярная плоскости падения). Падающий свет – естественный.

Решение.

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = n_2 / n_1; n_1 = 1; n_2 = 1,5;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Бр}} = 1,5; \varphi_{\text{Бр}} = 56^{\circ}19'.$$

2) Для определения степени поляризации Δ необходимо определить I_{\parallel} , I_{\perp} при падении на стекло под углом Брюстера (то есть углом полной поляризации):

а) необходимо воспользоваться формулами Френеля;

Свет можно представить в виде двух равных по модулю взаимно перпендикулярных компонент:

$$(E_{00})_{\perp}^2 = (E_{00})_{\parallel}^2 = \frac{1}{2} I_0.$$

Поэтому

$$R_{\perp} = \frac{(E_{01})_{\perp}^2}{1/2 \cdot I_0}, R_{\parallel} = \frac{(E_{01})_{\parallel}^2}{1/2 \cdot I_0}.$$

б) вспомните, что коэффициент пропускания

$$T = \frac{n_2 \cos \varphi_2 (E_{02})_{\perp}^2}{n_1 \cos \varphi_1 (E_{00})_{\perp}^2}.$$

Так как в соответствии с законом Брюстера во вторую среду пропускается вся параллельная компонента, то

$$I_{\parallel} = (E_{00})_{\parallel}^2 = \frac{1}{2} I_0.$$

Компонента I_{\perp} , прошедшая вторую среду - $I_{\perp} = \frac{1}{2} I_0 \cdot T$, или с учетом формулы

$$R_{\perp} = \frac{(E_{01})_{\perp}^2}{1/2 \cdot I_0} \text{ и формулы Френеля}$$

$$I_{\perp} = \frac{1}{2} I_0 \frac{n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1} \cdot \left(\frac{2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \right)^2.$$

Так как $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = n$, то $\sin^2 \varphi_1 = \frac{n^2}{1+n^2}$, где $n = \frac{n_2}{n_1}$.

Тогда

$$\begin{aligned} I_{\perp} &= \frac{1}{2} I_0 \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2}{\sin \varphi_2 \cos \varphi_1} \cdot \frac{4 \sin^2 \varphi_2 \cos^2 \varphi_1}{1} = \frac{1}{2} I_0 \frac{4 \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1}{1} = \frac{1}{2} I_0 \cdot 4 \left(\frac{n^2}{1+n^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{n^2}{1+n^2} \right) = \\ &= \frac{1}{2} I_0 \frac{4n^2}{(1+n^2)^2}. \end{aligned}$$

Определим степень поляризации

$$\Delta = \frac{1 - \frac{4n^2}{(1+n^2)^2}}{1 + \frac{4n^2}{(1+n^2)^2}} = \frac{(1+n^2)^2 - 4n^2}{(1+n^2)^2 + 4n^2}.$$

Вычислим $\Delta \approx 0,08$ (или 8%).

Ответ: $\Delta = \frac{(1+n^2)^2 - 4n^2}{(1+n^2)^2 + 4n^2}; \Delta = 8\%$.

Задача 4.7. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $\theta_1=54^\circ$. Определить угол преломления θ_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован, т.е. свет падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера.

Решение.

Отраженный пучок света будет полностью поляризован, если свет падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера.

Угол падения Брюстера определяется условием: $\operatorname{tg}\theta_1 = n_2/n_1$, где n_1 и n_2 - показатели преломления сред, в которых распространяются, соответственно, падающий и преломленный лучи света. Угол преломления θ_2 можно определить с помощью закона преломления световых лучей на границе раздела двух сред:

сред:
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Учитывая, что $\operatorname{tg}\theta_1 = \sin\theta_1/\cos\theta_1$, получаем:

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Откуда следует, что $\cos\theta_1 = \sin\theta_2$ или $\sin(90^\circ - \theta_1) = \sin\theta_2$. Так как углы θ_1 и θ_2 оба меньше 90° , то последнее соотношение дает $90^\circ - \theta_1 = \theta_2$ или $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$. Таким образом, мы доказали полезное утверждение: если свет падает под углом Брюстера, то сумма углов падения и преломления равна 90° . Поэтому в нашей задаче угол преломления равен $90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$. Ответ: $\theta_2 = 36^\circ$.

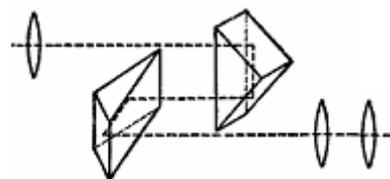
Задачи для самостоятельного решения по теме «Поляризация света. Формулы Френеля. Закон Брюстера»

4.2.1 Угол преломления луча в жидкости $i_2 = 35^\circ$. Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован.

4.2.2 Угол Брюстера φ_{Br} при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.

4.2.3 Пучок естественного света падает на стеклянную призму с показателем преломления $n = 1,6$. Определить угол падения θ , если отраженный пучок максимально поляризован.

4.2.4 Сколько процентов светового потока теряется на отражение в призматическом бинокле? Показатель преломления стекла призм и линз равен 1,54. Схема бинокля дана на рисунке.



4.2.5 Чему равна скорость света в стекле, если угол Брюстера φ_{Br} при падении света из воздуха на стекло равен 55° .

4.2.6 Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен $\theta=43^\circ$. Определить угол Брюстера φ_{Br} для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

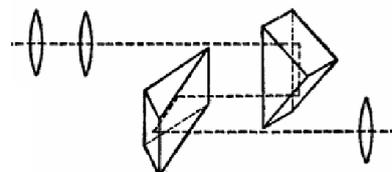
4.2.7 Определить угол преломления φ_2 пучка, падающего на поверхность стекла под углом Брюстера $\varphi_1=57^\circ$.

4.2.8 Определить угол полной поляризации, если свет падает из воды (показатель преломления воды 1,33) в стекло (показатель преломления стекла 1,6).

4.2.9 Свет падает из воздуха на кристалл NaCl. Угол Брюстера φ_{Br} при падении света из воздуха на кристалл равен 57° . Определить скорость света в NaCl.

4.2.10 Максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, отличается от минимальной в три раза. Чему равна степень поляризации P частично поляризованного света?

4.2.11 Сколько процентов светового потока теряется на отражение в призматическом бинокле? Показатель преломления стекла призм и линз равен 1,48. Схема бинокля дана на рисунке.



4.2.12 Определить угол Брюстера φ_{Br} для падения

луча из воздуха на поверхность воды. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе воды с воздухом равен $\theta=48^\circ$.

4.2.13 Свет падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера $\varphi_{Br}=53^\circ 18'$. Чему равен преломления света.

4.2.14 Определить угол падения φ света поверхность воды, если отраженный пучок максимально поляризован. Показателем преломления воды $n = 1,33$.

4.2.15 Определить скорость света в алмазе, если угол полной поляризации света при отражении от поверхности алмаза равен $67^\circ 30'$.

4.2.16 Свет падает из воздуха на кварцевое стекло. Определить угол Брюстера φ_{Br} для падения луча из воздуха на поверхность кварцевого стекла. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе жидкости с кварцевым стеклом равен $\varphi = 44^\circ$.

5. Оптическое бесцветное неорганическое стекло

5.1 Оптические постоянные бесцветного неорганического стекла

Основными оптическими постоянными оптического стекла являются: показатель преломления - n_λ , средняя дисперсия - $(n_{\lambda_3} - n_{\lambda_2})$, коэффициент дисперсии $\nu_{\lambda 1}$.

Показатель преломления

Показатель преломления n_λ определяется как отношение скорости распространения электромагнитного излучения в воздухе к скорости его распространения в стекле. Показатель преломления зависит от длины волны излучения.

Для того чтобы гарантировать точность привязки измеряемых значений к шкале длин волн, измерения показателя преломления бесцветных оптических материалов выполняются для определенных спектральных линий, возбуждаемых электрическим разрядом в парах различных элементов. Длины волн, соответствующие этим спектральным линиям, измерены с очень низкой погрешностью. Наиболее часто используемые линии перечислены в табл. 5.1.

Длины волн и буквенные обозначения спектральных линий, используемых при измерении показателя преломления бесцветных оптических материалов

Таблица 5.1.

Длина волны, нм	Символ линии	Химический элемент
365,0146	i	Hg
404,6561	h	Hg
435,8343	g	Hg
479,9914	F'	Cd
486,1327	F	H
546,0740	e	Hg
587,5618	d	He
589,2938	D	Na*)
643,8469	C'	Cd
656,2725	C	H
706,5188	r	He
852,1100	s	Cs
1013,980	t	Hg

Система понятий и терминология, используемые в прикладной оптике и технологии оптических материалов, была создана во второй половине девятнадцатого века усилиями немецкого ученого Эрнста Аббе.

Главный показатель преломления n_{λ_1} – это значение показателя преломления при некоторой фиксированной длине волны λ_1 , расположенной примерно посередине видимого диапазона. Во времена Аббе в качестве главного показателя преломления было принято его значение для желтой D-линии натрия, n_D . Однако в дальнейшем выяснилось, что это не одиночная линия, а тесный дублет, и положение центра этого дублета измеряется, естественно, с гораздо меньшей точностью, чем положение одиночных линий. Поэтому в качестве главного показателя преломления стали принимать его значение для желто-зеленой e-линии ртути, n_e (так было принято во

французской фирме Sovirel, позднее поглощенной фирмой Corning, США, и в документации российских производителей).

Средняя дисперсия $n_{\lambda_3} - n_{\lambda_2}$ – это разность двух значений показателя преломления при некоторых фиксированных длинах волн λ_2 и λ_3 , расположенных по краям видимого диапазона. Во времена Аббе в качестве средней дисперсии была принята разность $n_F - n_C$ для голубой и красной линий водорода (табл.1.3.1). В дальнейшем группа производителей, переходившая на использование главного показателя преломления n_e , перешла одновременно и на использование средней дисперсии $n_{F'} - n_{C'}$, где F' и C' – голубая и красная линии кадмия, очень близкие по положению на шкале длин волн к вышеуказанным линиям.

Коэффициент дисперсии – v_{λ_1} , задается выражением:

$$v_{\lambda_1} = (n_{\lambda_1} - 1) / (n_{\lambda_3} - n_{\lambda_2}), \quad (5.1)$$

где n_2 и n_3 – показатели преломления для длин волн, ограничивающих какой-либо диапазон спектра, а n_1 – показатель преломления для длины волны, расположенной внутри диапазона. Для видимого диапазона во времена Аббе было принято представлять коэффициент дисперсии (число Аббе) в виде $v_D = (n_D - 1)/(n_F - n_C)$, а в настоящее время основными коэффициентом дисперсии (число Аббе) – $v_e = (n_e - 1)/(n_{F'} - n_{C'})$.

Частные дисперсии и относительные частные дисперсии

Частные дисперсии – это разности $n_{\lambda_4} - n_{\lambda_5}$ двух значений показателя преломления при некоторых произвольно выбранных длинах волн λ_4 и λ_5 , не совпадающих с длинами волн λ_2 и λ_3 , выбранными для расчёта средней дисперсии (и как правило, с более узким спектральным интервалом).

Относительные частные дисперсии $P_{\lambda_4\lambda_5}$ – это отношения частных дисперсий к средней дисперсии.

$$P_{\lambda_4\lambda_5} = \frac{n_{\lambda_4} - n_{\lambda_5}}{n_{\lambda_2} - n_{\lambda_3}}$$

Частные дисперсии и относительные частные дисперсии служат для детализации зависимости изменений показателя преломления стекла от изменений длины волны. Такая детализация необходима при расчёте высококачественных ахроматических и апохроматических компонентов, поскольку учёт хода относительных дисперсий, на этапе выбора стёкол, позволяет в дальнейшем значительно уменьшить вторичный спектр.

Оптические бесцветные стекла классифицируют по типам в зависимости от значений показателя преломления и коэффициента дисперсии. Марка присваивается стеклам определенного типа, имеющим различный химический состав и оптические характеристики. Обозначение марки содержит буквенное наименование типа стекла, порядковый номер. Для обозначения марок стекол используют также код, представляющий собой шестизначную цифру, в которой первые три цифры соответствуют трем цифрам после запятой значение показателя преломления n_e , вторые три – трем цифрам значения коэффициента дисперсии v_e . Например, ТФ5 или 762273 – стекло типа тяжелый флинт,

имеющее пятый номер в этом типе, показатель преломления 1,76171, коэффициент дисперсии 27,32.

Для удобства выбора типов и марок стекол строится диаграмма Аббе в координатах n_e , ν_e . Стекла каждого типа располагаются на поле диаграммы на строго ограниченных участках, за исключением стекол типа ОФ и ОК, которые могут находиться на разных участках

Диаграмма Аббе чрезвычайно удобна для совместного представления всех стекол каталога оптического стекла и других бесцветных материалов и для выбора пар оптических стекол, используемых для ахроматизации оптической системы. На этой диаграмме бесцветные оптические стёкла располагаются в виде широкой области, вытянутой от нижнего левого угла диаграммы к её правому верхнему углу. Таким образом, можно было увидеть взаимосвязь изменения двух основных оптических характеристик с химическим составом оптических стёкол. Причём, с возрастанием показателя преломления, коэффициент дисперсии, как правило, уменьшался.

В связи с этим были выделены два основных типа оптических стёкол: кроны (стёкла с низким показателем преломления и высокими значениями коэффициента дисперсии) и флинтсы (стёкла с низкими значениями коэффициента дисперсии и высоким показателем преломления). При этом к группе кронов относились натриево-силикатные стекла, а к группе флинтсов – стёкла, содержащие свинец.

В дальнейшем, в связи с ростом числа оптических стёкол, потребовалось делить диаграмму Аббе на большее число участков, соответствующих новым типам. Так, от кронов отделились лёгкие, тяжёлые и сверхтяжёлые кроны (ЛК, ТК, СТК), а от флинтсов – лёгкие, тяжёлые и сверхтяжёлые флинтсы (ЛФ, ТФ, СТФ). К тому же, между лёгкими кронами и лёгкими флинтами появилась группа кронфлинтов.

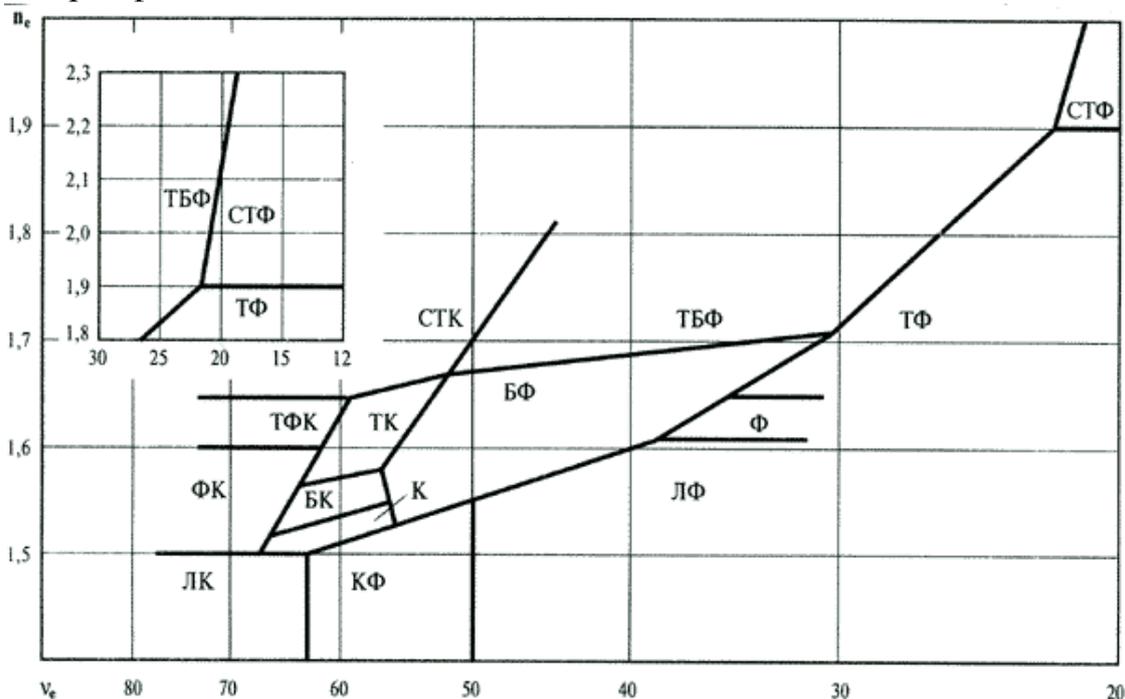


Рис. 5.1. Диаграмма Аббе

5.2 Механические свойства бесцветного неорганического стекла

Стекла относятся к хрупким материалам. Их растрескивание обычно определяется внешними условиями, а не прочностью связей, образующих структурную сетку. Напряжение растрескивания стекол зависит от предыдущей обработки поверхности, внешних химических факторов и метода измерения напряжения. Кроме того, являясь хрупкими материалами, стекла подвержены разрушению в результате термического удара.

Другие механические свойства стекол зависят только от их собственной природы. Модуль упругости E определяется типом связей и структурой сетки, а твердость является функцией прочности связей и плотности упаковки атомов в структуре.

К механическим свойствам стекла относятся: плотность; упругость; прочность, твердость, удельная жесткость, фотоупругость.

Плотность ρ (г/см³) - отношение массы стекла к его объему. Определяет массу заготовки и оптической детали, ее возможный прогиб под собственным весом, давление на опорные поверхности и т.п.

Упругие свойства материала позволяют определять деформацию деталей при обработке, креплении, от воздействия внешних факторов и характеризуются стандартными параметрами: модулем упругости (E , Па); модулем сдвига (G Па); коэффициентом Пуассона (m), связанными между собой соотношением $E = 2G(1 + m)$.

Сила растяжения или сжатия, приложенная к телу в форме стержня (или пластины), вызывает изменение длины тела Δl . Величина Δl зависит от размеров стержня, материала, из которого он изготовлен, и величины самой силы. Если l – начальная длина стержня, Δl – изменение длины под давлением внешней силы,

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – относительное удлинение (линейная деформация), S –

площадь поперечного сечения стержня, F – сила, $\sigma = \frac{F}{S}$ –

напряжение, E – модуль упругости (модуль Юнга), то согласно закону Гука

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l} \text{ или } \sigma = E\varepsilon.$$

Таким образом, модуль упругости равен отношению приложенного напряжения к вызванному им относительному удлинению:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

Отношение деформации ε к приложенному напряжению σ является постоянной величиной. Она называется модулем упругости (модулем Юнга) E и определяется выражением: $\sigma = E\varepsilon$.

Модуль упругости характеризует изменение межатомных расстояний, происходящие в структуре под действием приложенной силы.

Коэффициентом Пуассона характеризует отношение поперечной и продольной деформации.

Механическое напряжение в продольном направлении кроме удлинения вызывает поперечное сжатие тела, т.е. с изменением длины тела изменяется его поперечное сечение. Если d – поперечный размер тела (диаметр, толщина стержня и т.д.), Δd – изменение поперечного сечения, $\varepsilon_n = \frac{\Delta d}{d}$ – относительное изменение поперечного размера тела, l – длина тела, Δl – изменение длины тела, μ – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона), то эти величины связаны следующим соотношением:

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu \frac{\Delta l}{l} \text{ или } \varepsilon_n = -\mu\varepsilon.$$

Таким образом, коэффициент поперечной деформации равен отношению относительного изменения поперечного размера тела к относительному изменению его длины.

Для оксидных стекол он изменяется от 0,2 до 0,3, а для стеклообразного оксида кремния составляет только 0,17.

Модуль сдвига связывает деформацию сдвига с величиной напряжения сдвига.

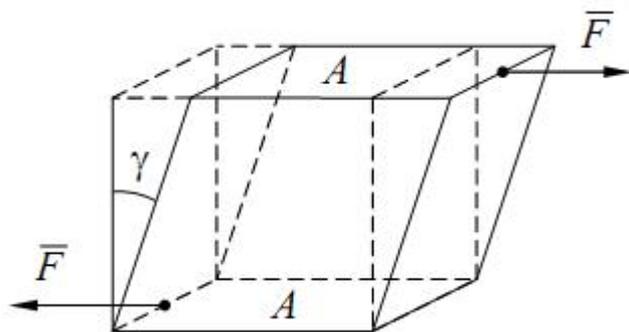


Рис. 5.2. Модуль сдвига

Пусть к параллельным плоскостям параллелепипеда или куба приложены параллельные силы, направленные в разные стороны, что приводит к смещению плоскостей относительно друг друга и к соответствующему наклону плоскостей, перпендикулярных направлению сил до их приложения, на угол сдвига γ . Если F – сила, параллельная плоскости A , S – площадь поверхности A , τ – касательное напряжение, γ – сдвиговая деформация (угол сдвига), G – модуль сдвига, то по аналогии с

законом Гука: $\tau = F/S = G \cdot \gamma$

Модуль сдвига можно определить, используя другие упругие постоянные: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$.

Наилучшими считаются материалы, обладающие максимальными упругими характеристиками.

Прочность - способность выдерживать нагрузки без разрушения, характеризуется значениями предельных напряжений (s , Па) на сжатие, растяжение, изгиб. Заметим, что оптическое стекло (наиболее часто используемое для изготовления оптических деталей) обладая сравнительно высокой прочностью на сжатие, имеет значения предельного напряжения на растяжение в 15-20 раз хуже, чем на сжатие.

Задачи для самостоятельного решения по теме «Оптическое бесцветное неорганическое стекло»

5.1 По диаграмме Аббе определить марку стекла, имеющего $n_e = 1,5784$ и $\nu_e = 41.31$

5.2 Для ахроматизации оптической системы необходимо стекло с показателем преломления $n_e > 1,75$ и числом Аббе $\nu_e < 30$. Какое стекло вы выберете?

5.3. К легким кронам относятся стекла с коэффициентом преломления и коэффициентом дисперсии (указать диапазон по диаграмме Аббе).

5.4 Для ахроматизации оптической системы необходимо стекло с показателем преломления $1,57 < n_e < 1,68$ и числом Аббе $40 < \nu_e < 50$. Какое стекло вы выберете?

5.5 По диаграмме Аббе определить марку стекла, имеющего $n_e = 1,695$ и $\nu_e = 54.79$.

5.6 К легким флинтам относятся стекла с коэффициентом преломления и коэффициентом дисперсии (указать диапазон по диаграмме Аббе).

5.7 По диаграмме Аббе определить марку стекла, имеющего $n_e = 1,5784$ и $\nu_e = 41.31$.

5.8 К фосфатным кронам относятся стекла с коэффициентом преломления и коэффициентом дисперсии (указать диапазон по диаграмме Аббе).

5.9 Для стекла марки ЛК 3 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе ν_e), модуль упругости и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для e линии при температуре 100 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки ЛК 3

Длина волны, нм	Символ л	Хим. элемент	ЛК 3	Плотность, ρ ,	2,46
--------------------	-------------	-----------------	------	---------------------	------

365,0146	i	Hg	1,50414
404,6561	h	Hg	1,49900
435,8343	g	Hg	1,49596
479,9914	F'	Cd	1,49264
486,1327	F	H	1,49226
546,0740	e	Hg	1,48911
587,5618	d	He	1,48746
589,2938	D	Na*)	1,48740
643,8469	C'	Cd	1,48566
656,2725	C	H	1,48530
706,5188	r	He	1,48407
852,1100	s	Cs	1,48118
1013,980	t	Hg	1,47928

г/см ³	
Модуль сдвига, <i>G</i> , Па	2569·10 ⁷
Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации), <i>m</i>	0,228
Температурный коэффициент показателя преломления, К ⁻¹	-15·10 ⁻⁷

5.10 Пользуясь приведенной таблицей, рассчитать модуль сдвига и удельную жесткость, среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе ν_e) для стекла марки К8. Рассчитать показатель преломления для d линии при температуре 110 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки К 8

Длина волны, нм	Симво л	Хим. элемент	К 8
365,0146	i	Hg	1,53582
404,6561	h	Hg	1,52982
435,8343	g	Hg	1,52626
479,9914	F'	Cd	1,52238
486,1327	F	H	1,52195
546,0740	e	Hg	1,51829
587,5618	d	He	1,51637
589,2938	D	Na*)	1,51630

Плотность, ρ , г/см ³	2,52
Модуль упругости, <i>E</i> , Па	8065·10 ⁷
Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации), <i>m</i>	0,209

643,8469	C'	Cd	1,51430	Температурный коэффициент показателя преломления, К ⁻¹	24·10 ⁻⁷
656,2725	C	H	1,51389		
706,5188	r	He	1,51248		
852,1100	s	Cs	1,50918		
1013,980	t	Hg	1,50707		

5.11. Для стекла марки БК 4 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе v_e), коэффициент Пуассона и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для F линии при температуре 90 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки БК 4

Длина волны, нм	Символ	Хим. элемент	БК 4	Плотность, ρ , г/см ³	2,76
365,0146	i	Hg	1,55180	Модуль упругости, E , Па	7027·10 ⁷
404,6561	h	Hg	1,54508		
435,8343	g	Hg	1,54112	Модуль сдвига, G , Па	2865·10 ⁷
479,9914	F'	Cd	1,53687		
486,1327	F	H	1,53637		
546,0740	e	Hg	1,53236		
587,5618	d	He	1,53027		
589,2938	D	Na*)	1,53020	Температурный коэффициент показателя преломления, К ⁻¹	20·10 ⁻⁷
643,8469	C'	Cd	1,52803		
656,2725	C	H	1,52760		
706,5188	r	He	1,52608		
852,1100	s	Cs	1,52267		
1013,980	t	Hg	1,52056		

5.12. Для стекла марки СТК 3 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе v_e), модуль упругости и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для D линии при температуре 90 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки СТК 3

Длина волны, нм	Символ	Хим. элемент	СТК 3	Плотность, ρ , г/см ³	3,91
365,0146	i	Hg	1,68789	Модуль сдвига, G , Па	3449·10 ⁷
404,6561	h	Hg	1,67896		
435,8343	g	Hg	1,67376	Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации), m	0,283
479,9914	F'	Cd	1,66816		
486,1327	F	H	1,66750		
546,0740	e	Hg	1,66223		
587,5618	d	He	1,65950		
589,2938	D	Na*)	1,65940	Температурный коэффициент показателя преломления, K^{-1}	-4·10 ⁻⁷
643,8469	C'	Cd	1,65656		
656,2725	C	H	1,65600		
706,5188	r	He	1,65402		
852,1100	s	Cs	1,64962		
1013,980	t	Hg	1,64694		

5.13. Пользуясь приведенной таблицей, рассчитать модуль сдвига и удельную жесткость. среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе v_e) для стекла марки ТК2. Рассчитать показатель преломления для e линии при температуре 100 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки ТК 2

Длина волны, нм	Символ	Хим. элемент	ТК 2	Плотность, ρ , г/см ³	3,20
365,0146	i	Hg	1,59716	Модуль упругости, E , Па	7203·10 ⁷
404,6561	h	Hg	1,58941		
435,8343	g	Hg	1,58487	Коэффициент	0,247
479,9914	F'	Cd	1,58000		

486,1327	F	H	1,57942	Пуассона (коэффициент поперечной деформации), m	Температурный коэффициент показателя преломления, K^{-1}	$30 \cdot 10^{-7}$
546,0740	e	Hg	1,57486			
587,5618	d	He	1,57248			
589,2938	D	Na*)	1,57240			
643,8469	C'	Cd	1,56994			
656,2725	C	H	1,56946			
706,5188	r	He	1,56775			
852,1100	s	Cs	1,56395			
1013,980	t	Hg	1,56195			

5.14. Для стекла марки КФ 4 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе v_e), коэффициент Пуассона и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для d линии при температуре 120 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки КФ 4

Длина волны, нм	Симво л	Хим. элемент	КФ 4	Плотность, ρ , г/см ³	2,57
365,0146	i	Hg	1,53982	Модуль упругости, E , Па	$7036 \cdot 10^7$
404,6561	h	Hg	1,53302		
435,8343	g	Hg	1,52904	Модуль сдвига, G , Па	$2903 \cdot 10^7$
479,9914	F'	Cd	1,52478		
486,1327	F	H	1,52428	Температурный коэффициент показателя преломления,	$34 \cdot 10^{-7}$
546,0740	e	Hg	1,52027		
587,5618	d	He	1,51817		
589,2938	D	Na*)	1,51810		
643,8469	C'	Cd	1,51592		
656,2725	C	H	1,51549		
706,5188	r	He	1,51395		
852,1100	s	Cs	1,51049		

1013,980	t	Hg	1,50831	K ⁻¹	
----------	---	----	---------	-----------------	--

5.15. Для стекла марки БФ 1 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе ν_e), модуль упругости и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для F линии при температуре 80 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки БФ 1

Длина волны, нм	Символ	Хим. элемент	БФ 1	Плотность, ρ , г/см ³	2,67
365,0146	i	Hg	1,54879	Модуль сдвига, G , Па	2839·10 ⁷
404,6561	h	Hg	1,54111		
435,8343	g	Hg	1,53670	Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации), m	0,203
479,9914	F'	Cd	1,53198		
486,1327	F	H	1,53144		
546,0740	e	Hg	1,52706		
587,5618	d	He	1,52478		
589,2938	D	Na*)	1,52470		
643,8469	C'	Cd	1,52236	Температурный коэффициент показателя преломления, K ⁻¹	32·10 ⁻⁷
656,2725	C	H	1,52189		
706,5188	r	He	1,52087		
852,1100	s	Cs	1,51664		
1013,980	t	Hg	1,51441		

5.16. Пользуясь приведенной таблицей, рассчитать модуль сдвига и удельную жесткость, среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе ν_e) для стекла марки БФ16. Рассчитать показатель преломления для D линии при температуре 110 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки БФ 16

Длина волны, нм	Символ	Хим. элемент	БФ 16	Плотность, ρ ,	4,02
-----------------	--------	--------------	-------	---------------------	------

365,0146	i	Hg	1,70771	г/см ³	
404,6561	h	Hg	1,69576	Модуль упругости, E , Па	$7889 \cdot 10^7$
435,8343	g	Hg	1,68897		
479,9914	F'	Cd	1,68180	Коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации), m	0,286
486,1327	F	H	1,68098		
546,0740	e	Hg	1,67438		
587,5618	d	He	1,67102		
589,2938	D	Na*)	1,67090		
643,8469	C'	Cd	1,66745	Температурный коэффициент показателя преломления, K^{-1}	$22 \cdot 10^{-7}$
656,2725	C	H	1,66679		
706,5188	r	He	1,66440		
852,1100	s	Cs	1,65927		
1013,980	t	Hg	1,65626		

5.17. Для стекла марки ТФ 1 рассчитать среднюю дисперсию и коэффициент дисперсии (число Аббе v_e), модуль упругости и удельную жесткость. Рассчитать показатель преломления для F линии при температуре 80 °С. Необходимые данные приведены в таблице.

Показатель преломления и механические характеристики для стекла марки ТФ 1

Длина волны, нм	Симво л	Хим. элемент	ТФ 1	Плотность, ρ , г/см ³	3,86
365,0146	i	Hg	1,70022		
404,6561	h	Hg	1,68229	Модуль упругости, E , Па	$5361 \cdot 10^7$
435,8343	g	Hg	1,67245		
479,9914	F'	Cd	1,66234	Модуль сдвига, G , Па	$2184 \cdot 10^7$
486,1327	F	H	1,66118		
546,0740	e	Hg	1,65218		
587,5618	d	He	1,64766		

589,2938	D	Na*)	1,64750		
643,8469	C'	Cd	1,64295	Температурный	42·10 ⁻⁷
656,2725	C	H	1,64207	коэффициент	
706,5188	r	He	1,63900	показателя	
852,1100	s	Cs	1,63254	преломления,	
1013,980	t	Hg	1,62892	K ⁻¹	

6. Кристаллические материалы

Параметры кристаллической решетки

Кристаллические решётки характеризуются следующими основными параметрами: *периодом решётки, атомным радиусом, базисом, коэффициентом компактности и координационным числом.*

Периодом решётки называется расстояние между центрами соседних ионов (атомов). Периоды a , b , c (рис. 6.1) выражаются в нанометрах (1 нм = 10⁻⁹ м = 10 Å).

Период кубической решётки a находится в пределах 0,286...0,607 нм. Для гексагональных решёток $a = 0,228...0,398$ нм, $c = 0,357...0,652$ нм.

Атомный радиус – половина межатомного расстояния между центрами ближайших атомов в кристаллической решётке при нормальной температуре и атмосферном давлении. Атомный радиус не является неизменной величиной. Он зависит от многих факторов, важнейшими из которых являются координационное число и тип химической связи между атомами.

Базисом решётки называется количество атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку решётки.

Пусть Z – число шаров, приходящихся на элементарную ячейку, N_i – число шаров внутри ячейки, N_f – число шаров на ее гранях, N_e – на ребрах, N_c – на вершинах ячейки. Тогда $Z = N_i + \frac{1}{2}N_f + \frac{1}{4}N_e + \frac{1}{8}N_c$.

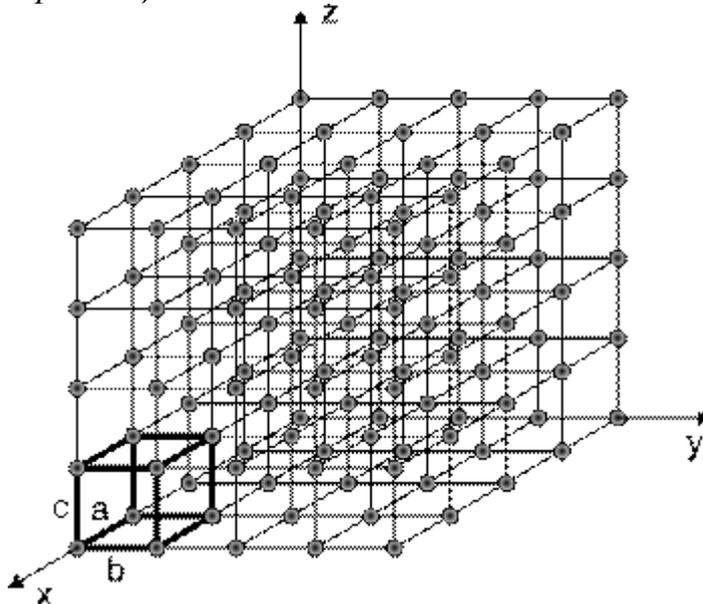


Рис. 6.1. Схема кристаллической решётки (a, b, c – периоды кристаллической решётки)

Коэффициентом компактности η решётки называется отношение объёма атомов V_a , входящих в решётку, ко всему объёму решётки V_p : $\eta = V_a/V_p \cdot 100\%$.

Координационное число K соответствует числу атомов (ионов), находящихся на наиболее близком равном расстоянии от выбранного атома кристаллической решётки.

Примеры решения задач по теме «Кристаллические материалы»

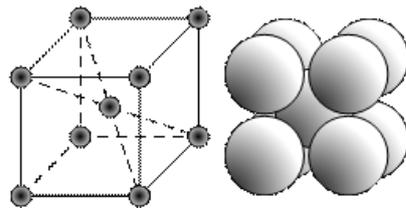
Задача 6.1. Найти базис Z объёмно-центрированной кубической решётки.

Решение.

В объёмно-центрированной кубической решётке (рис. 2, а) атомы (ионы) расположены в вершинах и в центре объёма куба. Каждый угловой атом принадлежит восьми соседним ячейкам. Следовательно, одной ячейке принадлежит $1/8$ углового атома. Только внутренний атом целиком принадлежит данной ячейке. Значит на одну ячейку объёмно-центрированной кубической решётки приходится

$$Z = 8 \cdot 1/8 + 1 = 2 \text{ атома.}$$

Ответ: $Z = 2$.



Задача 6.2. Вычислить коэффициент компактности для примитивной кубической решетки.

Решение.

Коэффициент компактности η равен отношению суммарного объёма атомов, входящих в решётку, к объёму решетки:

$$\eta = \frac{4\pi r^3 Z}{3V}$$

где r — радиус атома (иона); Z — базис, или число атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку; V — объём элементарной ячейки.

Пусть Z — число шаров, приходящихся на элементарную ячейку, N_i — число шаров внутри ячейки, N_f — число шаров на ее гранях, N_e — на ребрах, N_c — на вершинах ячейки. Тогда $Z = N_i + \frac{1}{2}N_f + \frac{1}{4}N_e + \frac{1}{8}N_c$.

Для примитивной кубической ячейки

$$Z = (1/8) \cdot 8 = 1, a = 2r, V = a^3 = (2r)^3.$$

$$\eta = \frac{4\pi r^3}{24r^3} = \frac{\pi}{6} = 0,52.$$

Ответ: коэффициент компактности $\eta = 52\%$.



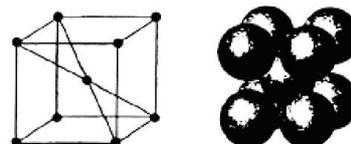
Задачи для самостоятельного решения по теме «Кристаллические материалы»

6.1 Найти базис Z и координационное число K для гранецентрированной кубической решётки.

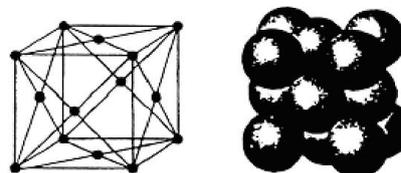
6.2 Найти базис Z и координационное число K для гексагональной плотноупакованной решётки.

6.3 Найти базис Z и координационное число K для ромбической базоцентрированной решётки.

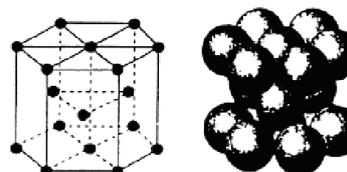
6.4 Вычислить коэффициент компактности для объемно-центрированной кубической решетки.



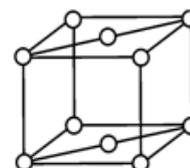
6.5 Вычислить коэффициент компактности для гранецентрированной кубической решетки.



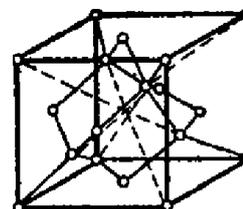
6.6 Вычислить коэффициент компактности для гексагональной плотноупакованной решетки.



6.7 Вычислить коэффициент компактности для кубической базоцентрированной решетки.

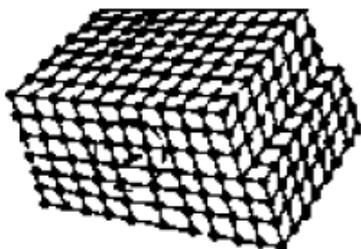


6.8 Вычислить коэффициент компактности для алмазной решетки.

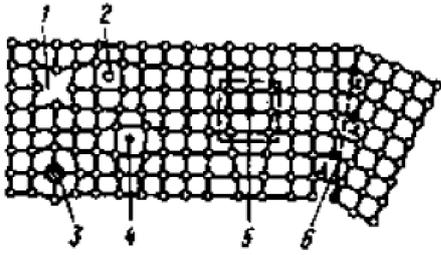


Теоретические вопросы для тестового опроса по теме «Кристаллические материалы»

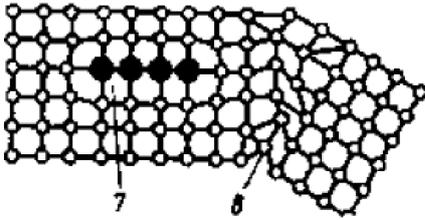
1. Почему свойства кристаллов анизотропны?
2. Поликристаллические материалы являются: А) анизотропными; Б) изотропными.
3. В чем состоит существенная разница между строением аморфных и кристаллических тел?
4. Перечислите основные типы ячеек кристаллических решеток.
5. Что понимается под кристаллографическими направлениями и плоскостями и как они обозначаются?
6. Чем характеризуются размеры кристаллических решеток?
7. Что называют параметрами решетки?
8. Что называют периодом решетки?
9. Что называют энергией решетки?
10. Что называют координационным числом кристаллической решетки?
11. Что называют атомным радиусом?
12. Что такое базис решетки?
13. Что понимается под кристаллографическими направлениями и плоскостями и как они обозначаются?
14. Как определяются индексы плоскости?
15. Как определяется коэффициент компактности решетки?
16. Классификация кристаллов в зависимости от типа физических сил, действующих между частицами кристалла?
17. Природа ионной связи.
18. Природа ковалентной связи.
19. Что из себя представляют динамические дефекты?
20. Что из себя представляет точечный дефект кристаллической решетки?
21. Что из себя представляет линейный дефект кристаллической решетки?
22. Что из себя представляют объемные дефекты?
23. Типы дислокаций.
24. Что из себя представляет винтовая дислокация?
25. Какой дефект способствует повышению прочности кристаллического материала?
26. Определить дефект. Каково влияние этого дефекта на свойства материала?



27. Определить дефект. Каково влияние этого дефекта на свойства материала?



28. Определить дефект. Каково влияние этого дефекта на свойства материала?



Рекомендуемая литература

1. Оптическое материаловедение: Учебное пособие / Симонова Г. В., Кистенева М. Г. – 2013. – 148 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/2992>.
2. Оптическое приборостроение: Учебное пособие для вузов / И. Г. Половцев, Г. В. Симонова; ред.: И. В. Самохвалов; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет, Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН. – Томск: Издательство Томского университета, 2004. ISBN 5-94621-148-X.
3. Оптика: Учебное пособие для вузов / Г. С. Ландсберг. - 6-е изд., стереотип. - М.: Физматлит, 2006. - 848 с.: ил., табл. - Предм. указ.: с. 844-848. - ISBN 5-9221-0314-8.
4. Оптические свойства полупроводников / Ю. И. Уханов; ред.: В. М. Тучкевич. - М.: Наука, 1977. - 366[2] с.
5. Никоноров Н.В. Оптическое материаловедение: Основы прочности оптического стекла: Учебное пособие, курс лекций / Никоноров Н.В., Евстропьев С.К. // СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 102 с. URL: <http://books.ifmo.ru/book/pdf/622.pdf>.
6. Немилов С.В. Оптическое материаловедение: Оптические стекла: Учебное пособие, курс лекций // СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. – 175 с. URL: <http://books.ifmo.ru/book/pdf/831.pdf>.
7. Никоноров Н.В. Оптическое материаловедение. Ч.1: Оптические свойства и дефекты кристаллов: Учебное пособие к выполнению лабораторных работ по курсу «Оптическое материаловедение» / Никоноров Н.В., Пржеvusкий А.К., Асеев В.А., Игнатъев А.И., Каева Е.С., Маколкина Е.Н., Рохмин А.С., Ульяшенко А.М.// СПб: СПбГУ ИТМО, 2005. – 73 с. URL: <http://books.ifmo.ru/book/pdf/87.pdf>.
8. Вильчинская С.С. Оптические материалы и технологии: учебное пособие / С.С. Вильчинская, В.М. Лисицын; Томский политехнический университет – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2011. – 107 с. URL: http://portal.tpu.ru/departments/otdel/publish/catalog/2011/departments/ifvt/metod/avtor/ifvt_vilchinskaya_Opticheskie_materialy_i_tehnologii.pdf.
9. Епифанов Г.И. Физика твердого тела: учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 288 с. – ISBN: 978-5-8114-1001-9. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2023.
10. Савельев И.В. Курс физики. В 3-х тт. Т.3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. - 320 с. - ISBN: 978-5-8114-0684-5. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=708

