

# Теория функций комплексного переменного

Основные элементарные  
функции

# Степенная функция $w = z^n$

$$z = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

$$z^n = \left( |z| \cdot e^{i(\varphi+2\pi k)} \right)^n = |z|^n \cdot e^{in(\varphi+2\pi k)}$$

$$\sqrt[n]{z} = \left( |z| \cdot e^{i(\varphi+2\pi k)} \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{|z|} \cdot e^{i \cdot \frac{\varphi+2\pi k}{n}}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

Показательная функция  $w = e^z$

$$w = e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy} = e^x \cdot (\cos y + i \sin y)$$

$$\operatorname{Re} w = e^x \cdot \cos y$$

$$\operatorname{Im} w = e^x \cdot \sin y$$

$$e^{z+2\pi i} = e^z \cdot (\cos 2\pi + i \sin 2\pi) = e^z$$

# Логарифмическая функция $w = \underline{Lnz}$

$$z = |z| \cdot e^{i(\varphi + 2\pi k)}$$

$$w = Lnz = Ln(|z| \cdot e^{i(\varphi + 2\pi k)}) = \ln|z| + \ln e^{i(\varphi + 2\pi k)} = \ln|z| + i(\varphi + 2\pi k)$$

$$w = Lnz = \ln|z| + iArgz$$

## Общая степенная функция $w=z^p$

$z, p$  – комплексные числа

$$z^p = e^{p \operatorname{Ln} z}$$

## Тригонометрические функции

$$w = \sin z \quad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

$$w = \cos z \quad \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$$

$$w = \operatorname{tg} z \quad \operatorname{tg} z = \frac{1}{i} \cdot \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{e^{iz} + e^{-iz}}$$

$$w = \operatorname{ctg} z \quad \operatorname{ctg} z = i \cdot \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{e^{iz} - e^{-iz}}$$

## Гиперболические функции

$$w = shz \quad shz = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

$$w = chz \quad chz = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$$

$$w = thz \quad thz = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$$

$$w = cthz \quad cthz = \frac{e^z + e^{-z}}{e^z - e^{-z}}$$