

1. Даны числа  $z_1 = \sqrt{3} + i$ ,  $z_2 = 2 + 2i$ . Вычислить:

- 1)  $2z_1 - 3z_2$ , 2)  $(z_2)^2$ , 3)  $\frac{\bar{z}_1 - z_2}{z_2}$ , 4)  $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2}$ ,  
 5)  $\sqrt[3]{z_1^2 z_2}$ , 6)  $\ln z_1$ , 7)  $\cos z_2$ , 8)  $\operatorname{sh} \bar{z}_1$ .

Результаты вычислений представить в показательной и алгебраической формах.

2. Определить и построить на комплексной плоскости семейства линий, заданных уравнениями

$$1) \operatorname{Im} \frac{1}{z+i} = C, \quad 2) \operatorname{Re} z^2 = C.$$

3. Решить уравнения

$$1) \sin z + \cos z = 1, \quad 2) i \cdot e^{2z} = 2 - 2i$$

4. На комплексной плоскости заштриховать области, в которых при отображении функцией  $f(z) = \frac{2z+3i}{iz+4}$  имеет место

- a) сжатие  $k \leq 1$ ;  
 b) поворот на угол  $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

5. Доказать, что функция  $v(x; y) = x^2 - y^2$  может служить мнимой частью аналитической функции  $f(z) = u + iv$  и найти ее.

6. Вычислить интегралы

- 1)  $\int_{(L)} \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $L: \{ |z| = 1, \operatorname{Im} z < 0 \}$ ;  
 2)  $\int_{(L)} (\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z) dz$ , где  $L$  — ломаная  $(0; 1; 1+2i)$ .

7. Вычислить, используя интегральную формулу Коши

$$\oint_{(L)} \frac{z^2 dz}{(z-1)^2(z+1)} \quad \text{где } (L): \begin{cases} 1) |z-1| = 1/2; \\ 2) |z+1| = 1/2; \\ 3) |z| = 2 \end{cases}$$


---