Непрерывность функции

Дифференциальное исчисление

Определение непрерывности функции

- Функция ***y=f(x)*** называется непрерывной в точке ***x***$_0$, если выполняются условия:

1. Функция определена в этой точке ***x***$_0$
2. Существуют односторонние пределы
3. Односторонние пределы равны ***f(x***$_0$***)***

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = A$$

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = B$$

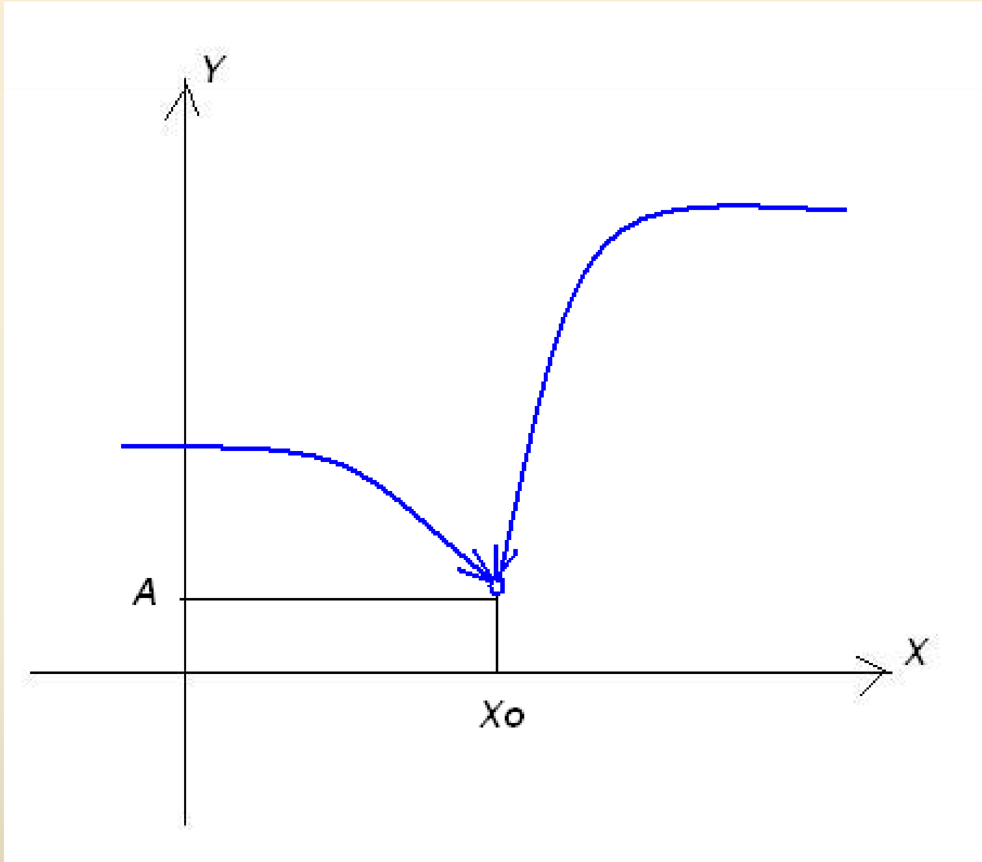
$$A = B = f(x_0)$$

$$\boxed{\begin{gathered} \lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) \\ \lim_{\Delta x \to 0} \Delta f(x) = 0 \end{gathered}}$$

Классификация точек разрыва

1. Устранимый разрыв

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = A$$



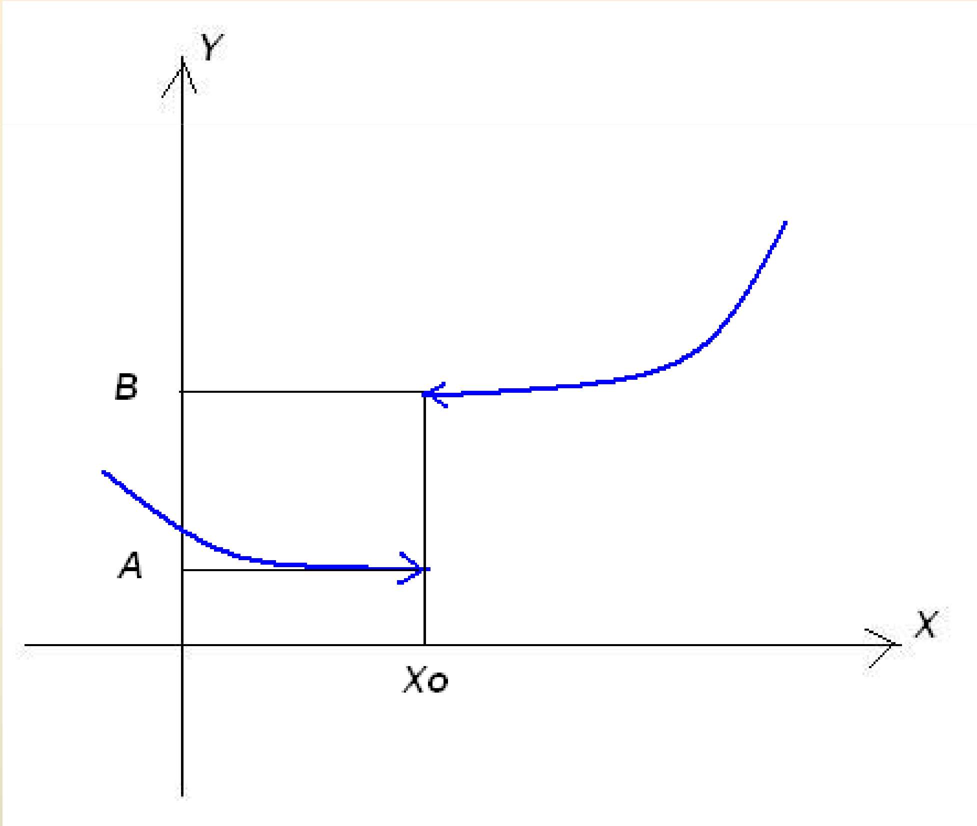
Классификация точек разрыва

2. Неустранимый разрыв 1 рода

$$\lim_{x\to x_0-0} f(x) \neq \lim_{x\to x_0+0} f(x)$$

$$\lim_{x\to x_0-0} f(x) = A$$

$$\lim_{x\to x_0+0} f(x) = B$$

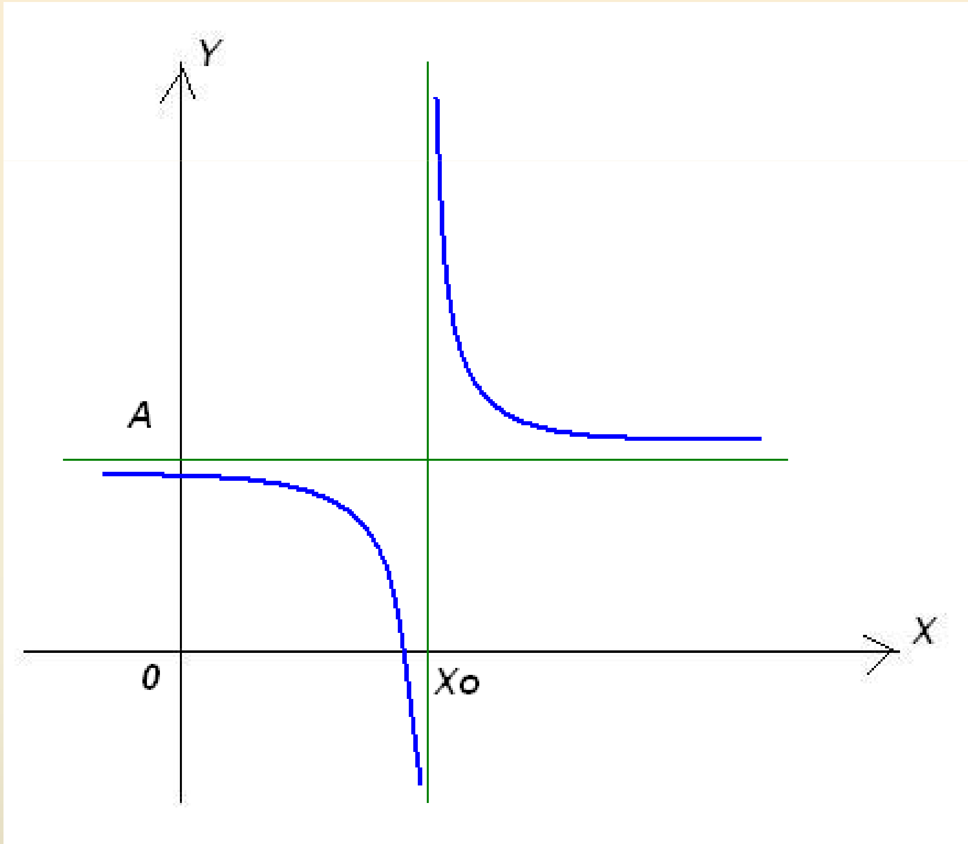


Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = \infty$$

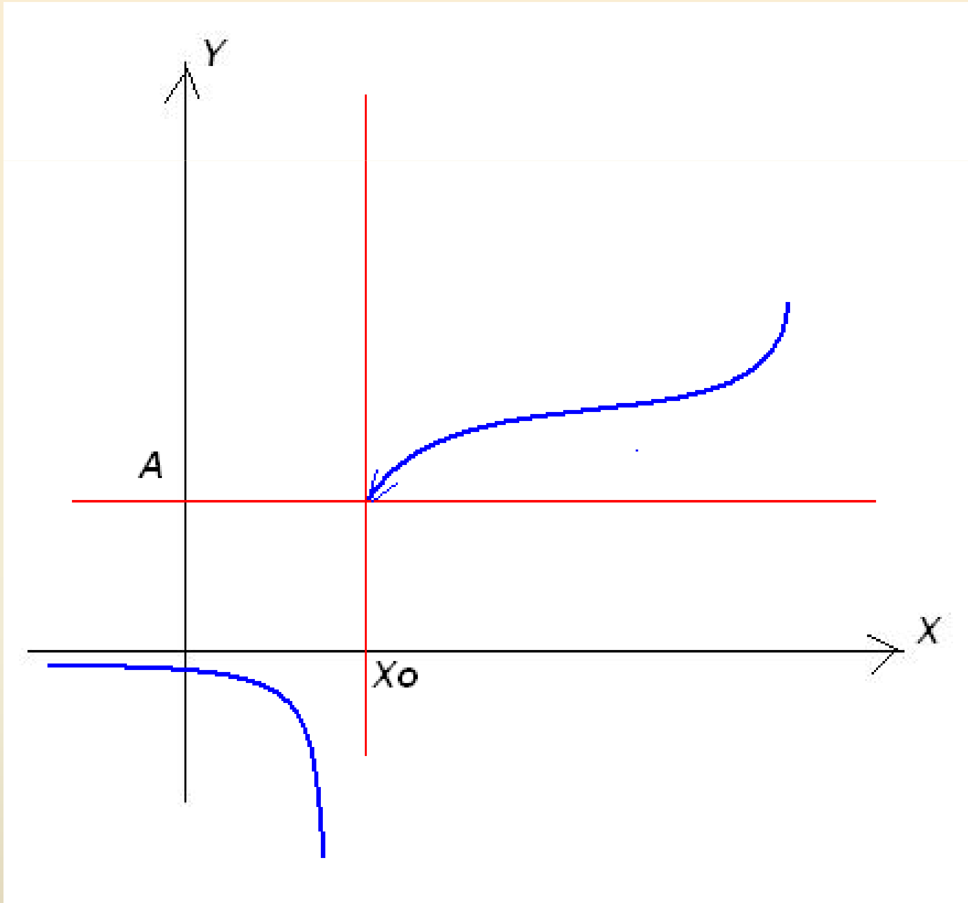


Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = A$$



Свойства непрерывных функций

1. *Все основные функции непрерывны в области их определения.*
2. *Функция является непрерывной на интервале* (a; b), *если она непрерывна в каждой точке этого интервала.*

Свойства непрерывных функций

3. *Если функции* $f(x)$ *и* $g(x)$ *непрерывны в* x_0, *то*

   $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$, $f(x)/g(x)$

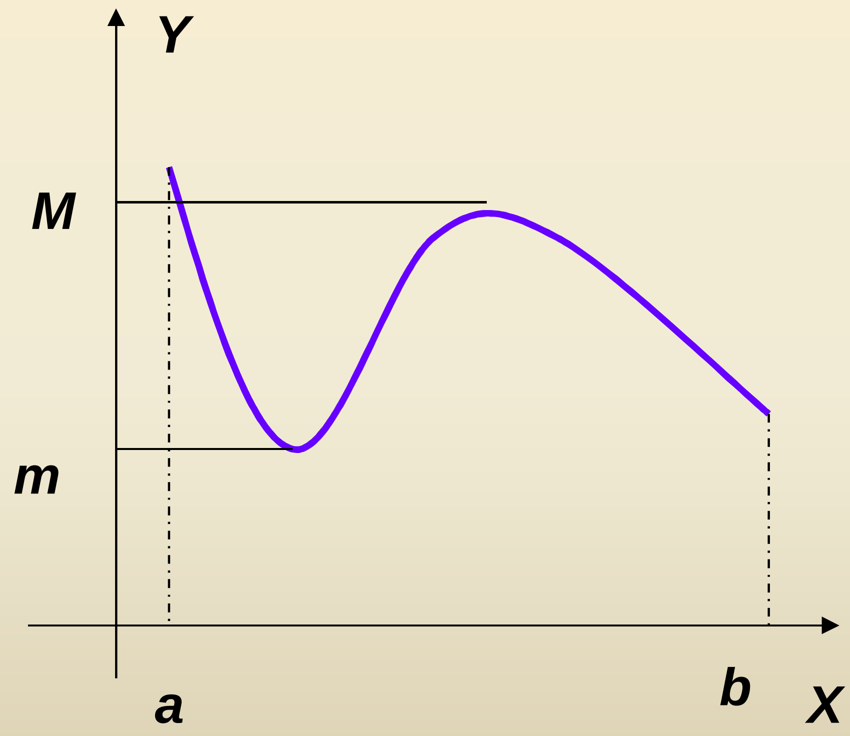
   непрерывны в x_0

4. *Функция* $f(g(x))$ *– непрерывная.*

Теоремы о функциях, непрерывных на замкнутом интервале.

- <u>Теорема Вейерштрасса</u>:

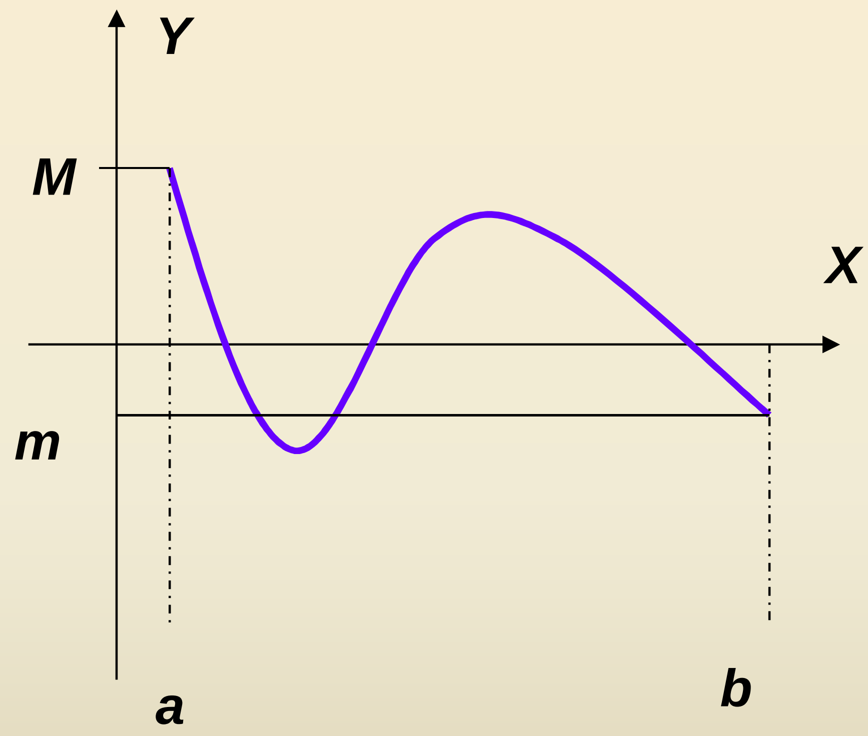
Функция ***f(x)***, непрерывная на замкнутом интервале ***[a;b]***, достигает на этом отрезке своего наибольшего ***M*** и наименьшего ***m*** значений



Теоремы о функциях, непрерывных на замкнутом интервале.

- <u>Теорема Больцано-Коши 1</u>

Функция ***f(x)***, непрерывная на замкнутом интервале ***[a;b]*** и принимающая на концах отрезка значения разных знаков, хотя бы 1 раз обращается в ноль на этом отрезке.



Теоремы о функциях, непрерывных на замкнутом интервале.

- <u>Теорема Больцано-Коши 2</u>

Функция ***f(x)***, непрерывная на замкнутом интервале ***[a;b],*** переходя от одного своего значения к другому, обязательно проходит все промежуточные значения.