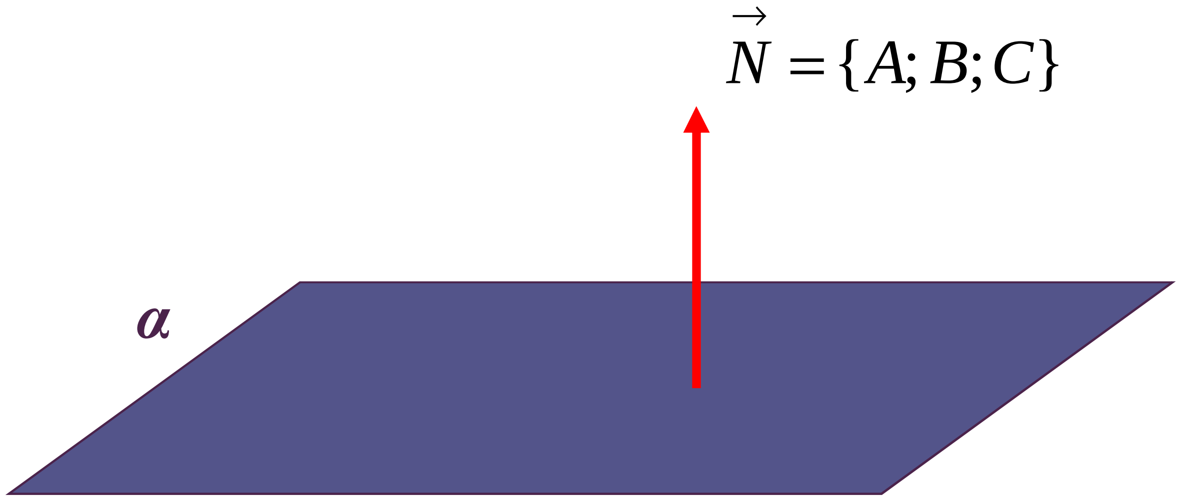
Плоскость в пространстве

Аналитическая геометрия

Уравнение плоскости

- В декартовой системе координат (ДСК) всякая плоскость может быть описана уравнением 1-го порядка

Ax + By + Cz+D = 0 – *общее уравнение плоскости*



Плоскость задана точкой и вектором нормали

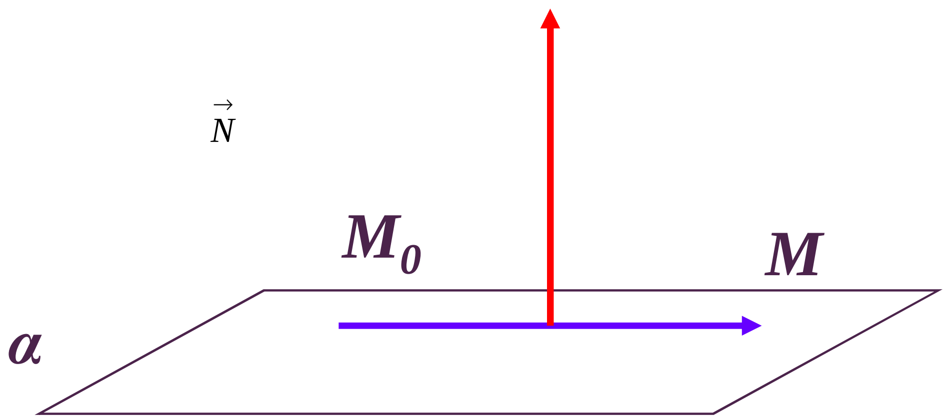
$M_0(x_0; y_0; z_0) \in \alpha$ – *заданная точка искомой плоскости*

$M(x; y; z) \in \alpha$ – *произвольная точка искомой плоскости*

$\vec{N} = \{A; B; C\}$ – *заданный вектор нормали*

α – *искомая плоскость*

$\vec{N} \perp \alpha$



$$\boxed{Ax + By + Cz + D = 0}$$

Плоскость задана тремя точками.

$M_1(x_1;y_1;z_1)\in\alpha -$ *заданная точка*

$M_2(x_2;y_2;z_2)\in\alpha -$ *заданная точка*

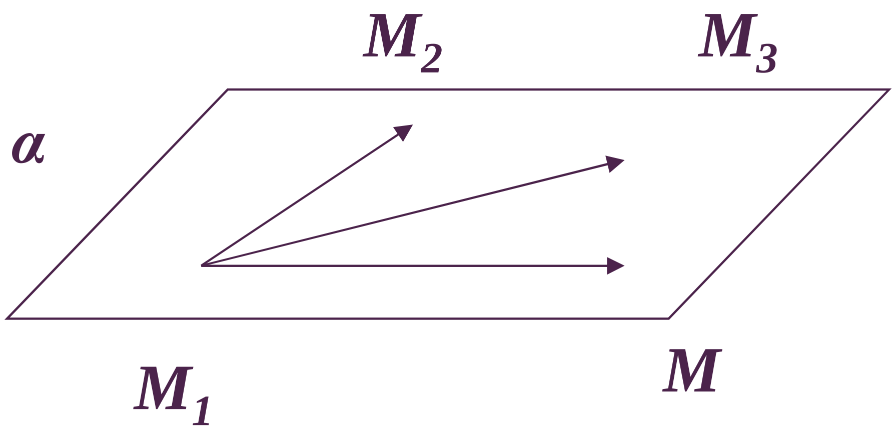
$M_3(x_3;y_3;z_3)\in\alpha -$ *заданная точка*

$M\ \ (x\ \ ;y\ \ ;z\ \ )\in\alpha -$ *произвольн ая точка*

$\alpha -$ *искомая плоскость*

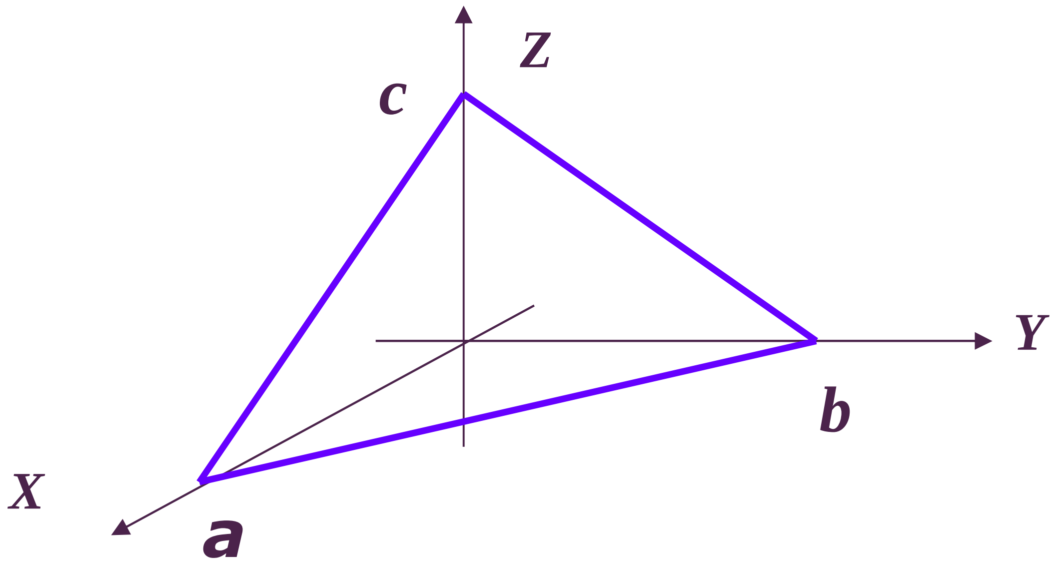
$$(\overrightarrow{M_1M},\overrightarrow{M_1M_2},\overrightarrow{M_1M_3})=0$$

$$\boxed{\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0}$$



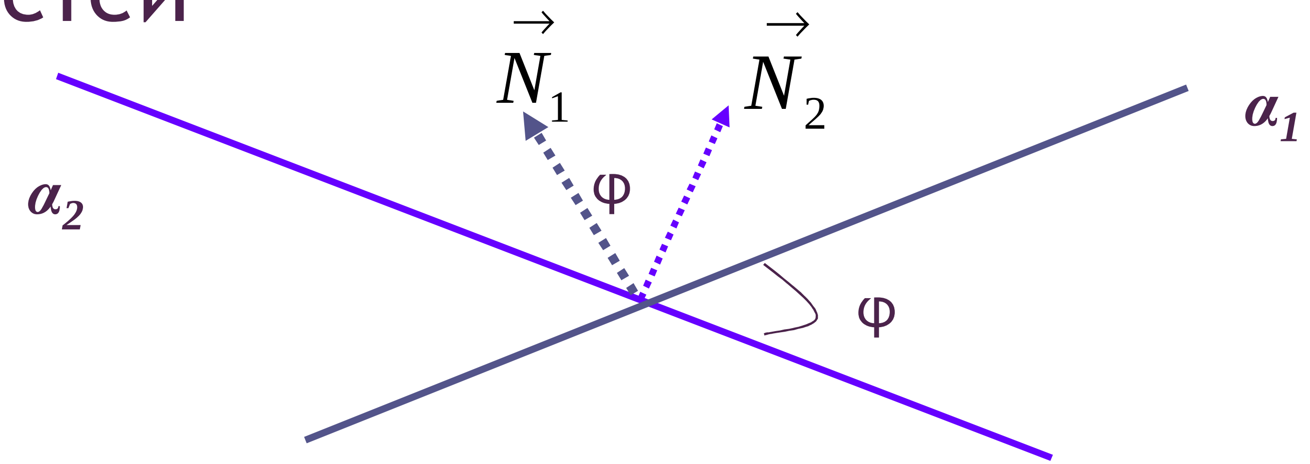
Уравнение плоскости в отрезках

$$\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$$



$Ax + By + Cz + D = 0$

Нахождение угла при пересечении плоскостей



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

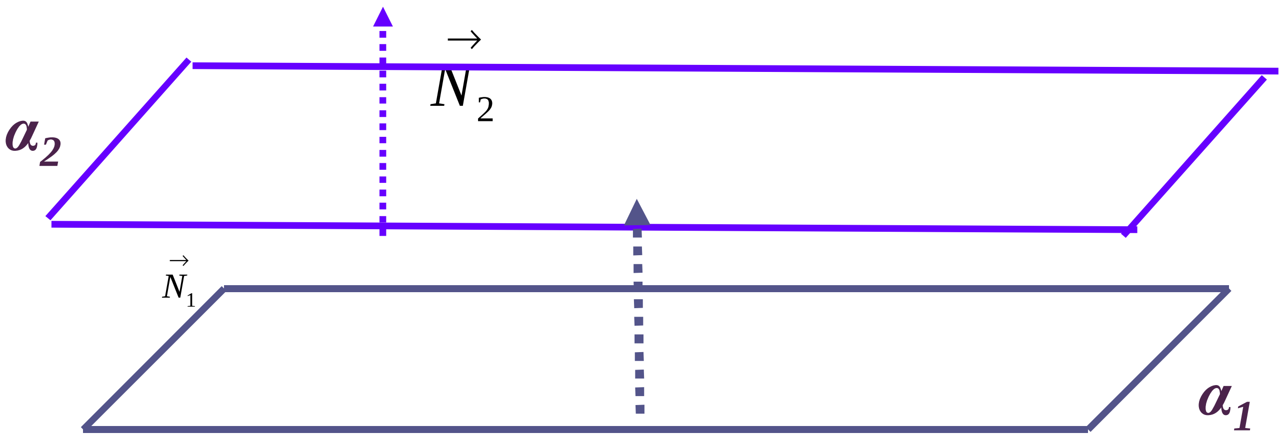
$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}}$$

$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1) -$ *вектор нормали* α_1

$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2) -$ *вектор нормали* α_2

Проверка условия параллельности.



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

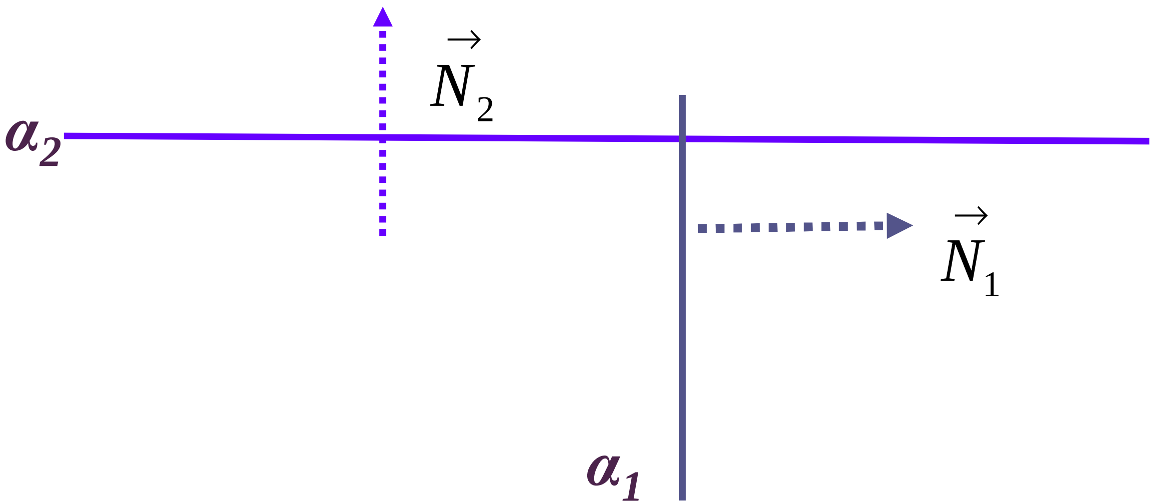
$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1) - \text{вектор нормали } \alpha_1$$

$$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2) - \text{вектор нормали } \alpha_2$$

$$\boxed{\vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2 : \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}}$$

Проверка условия перпендикулярности.



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

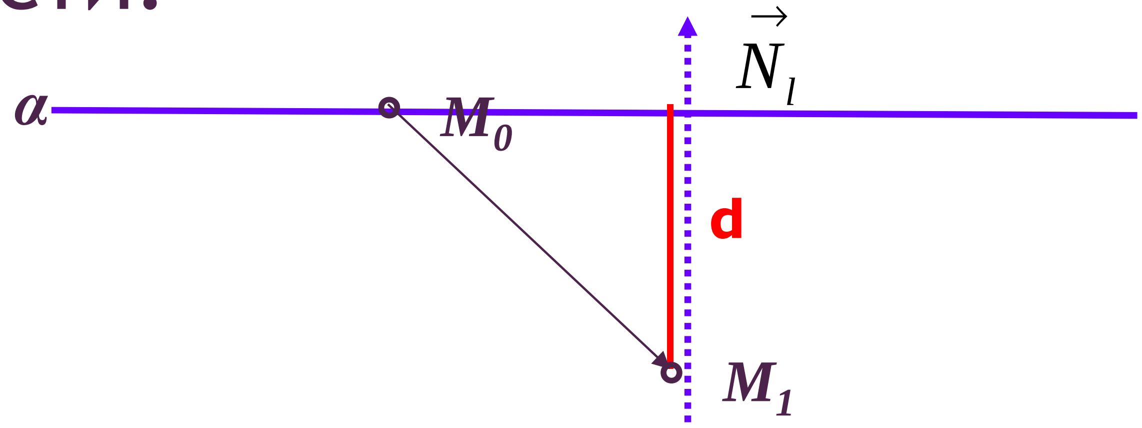
$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\vec{N}_1(A_1; B_1; C_1) - \textit{вектор нормали } \alpha_1$$

$$\vec{N}_2(A_2; B_2; C_2) - \textit{вектор нормали } \alpha_2$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{N}_1 \perp \vec{N}_2 \Rightarrow (\vec{N}_1, \vec{N}_2) = 0 \\ A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0 \end{array}}$$

Нахождение расстояния от точки до плоскости.



$\alpha: Ax + By + Cz + D = 0 -$ *заданная плоскость*

$\vec{N} = \{A; B; C\}$

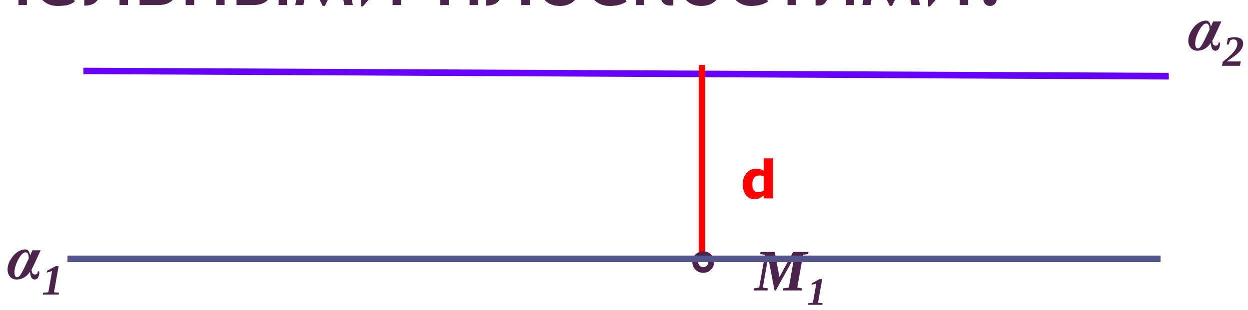
$M_0(x_0; y_0; z_0) \in \alpha -$ *произвольная точка*

$M_1(x_1; y_1; z_1) \in \alpha -$ *заданная точка*

$$d = |\,Пр_{\vec{N}}(\overrightarrow{M_0M_1})\,| = \frac{|(\overrightarrow{M_0M_1}, \vec{N})|}{|\vec{N}|}$$

$$\boxed{d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$$

Нахождение расстояния между параллельными плоскостями.



$$\alpha_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 - \textit{заданная плоскость}$$

$$\alpha_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 - \textit{заданная плоскость}$$

$$M_1(x_1; y_1; z_1) \in \alpha_1 - \textit{произвольная точка}$$

$$\boxed{d = \frac{|A_2x_1 + B_2y_1 + C_2z_1 + D_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}}$$