Обратная матрица и решение матричных уравнений

Линейная алгебра

Невырожденная матрица

- Квадратная матрица ***А*** называется ***невырожденной***, если её определитель отличен от нуля.

$$\boxed{\Delta_A \neq 0}$$

Вырожденная матрица

- Квадратная матрица ***A*** называется ***вырожденной***, если её определитель равен нулю.

$$\boxed{\Delta_A = 0}$$

Определение обратной матрицы

- Матрица ***A^{-1}*** называется ***обратной*** для невырожденной матрицы *A*, если произведение матриц равно единичной.

$$\boxed{A\cdot A^{-1}=A^{-1}\cdot A=E}$$

Теорема

- Обратная матрица A^{-1} существует тогда и только тогда, когда исходная матрица A является невырожденной.

$$\boxed{\det A \neq 0}$$

Схема нахождения обратной матрицы

1. Вычислить определитель матрицы ***A***.
2. Вычислить все алгебраические дополнения $\boldsymbol{A_{ij}}$ и составить из них союзную матрицу A^*.
3. Транспонировать союзную матрицу A^{*T}.
4. Вычислить обратную матрицу по формуле:
5. Выполнить проверку.

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta_A} A^{*T}$$

$$A^{-1} \cdot A = \mathring{A}$$

Матричные уравнения

- Пусть даны 3 матрицы:
- A, B – известные, X - неизвестная

$$A \cdot X = B$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

Определение ранга матрицы

- ***Рангом*** матрицы называется наивысший порядок минора отличного от нуля. ***Rang A = r***
- Максимальное число линейно-независимых строк матрицы называется её ***рангом***.