

**Направление 09.03.03**

## **Информатика 1.2**

# **Лекция «Математические и логические основы информатики. Кодирование данных»**

**Лектор Молнина Елена Владимировна**  
**Старший преподаватель кафедры Информационных систем,**  
**ауд.9, гл.корпус.**  
**mail: [molnina@list.ru](mailto:molnina@list.ru)**

# Арифметические основы ВМ

Заголовок фрагмента лекции	Ссылка на запись вебинара
Системы счисления	<a href="http://www.youtube.com/watch?v=Xd4WMmmGDHc">http://www.youtube.com/watch?v=Xd4WMmmGDHc</a>

**Понятие числа.** В информатике важно знать способы представления чисел, так как именно они определяют необходимые ресурсы внешней и оперативной памяти, скорость и погрешность вычислений.

**Система счисления** – это способ представления числа символами специального алфавита. Символы специального алфавита называют цифрами. Системы счисления бывают:

- непозиционные,
- позиционные.

В непозиционных системах счисления значение числа определяется как сумма или разность цифр в числе, т.е. позиция цифры не влияет на величину числа. Например, в римской системе счисления в числе XXX (тридцать) цифра X (десять) в любой позиции равна десяти.

# Позиционная система счисления (СС)

В позиционных системах счисления величина, которая обозначается цифрой, зависит от места, т.е. позиции цифры в числе. Например, в десятичном числе 5432,1 первая цифра означает пять тысяч, вторая цифра – четыре сотни, третья цифра – три десятка, четвёртая цифра – две единицы, а после запятой – одну десятую долю единицы.

Запись же числа 5432,1 означает сокращённую запись суммы:

$$5432,1 = 5000 + 400 + 30 + 2 + 0,1$$

$$\begin{matrix} 3 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ & & & & \end{matrix}$$

$$5432,1_{10} = 5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1}.$$

# Позиционная система счисления (СС)

**Основание позиционной СС ( $q$ )** – это количество различных цифр, которые используются для изображения чисел в данной системе счисления.

Если за основание принять число 5, то получим пятеричную СС, которая до сих пор используется в Японии. Это числа 0,1,2,3,4.

Если за основание принять число 10, то получим десятичную СС.

Числа от 0 до 9 называют базисными числами.

**Базисные числа** – от 0 до  $q-1$ .

В любой системе счисления с основанием  $q$  **запись любого числа** означает сокращённую запись выражения вида:

$$X(q) = a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + \dots + a_{-m}q^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \cdot q^i,$$

# Системы счисления, используемые в ЭВМ

Системы счисления	Цифры системы счисления
Двоичная	0, 1
Восьмеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

## **Задание:**

напишите по порядку числа в двоичной и в шестнадцатеричной СС. Что происходит в каждом разряде при исчерпании базисных цифр?

Например, в восьмеричной СС счёт будет выглядеть следующим образом:

0	10	
1	11	
2	12	
3	13	100
4	14	...
5	15	777
6	16	1000
7	17	...
?	20	7777
10	...	...
	77	
	100	

# Системы счисления, используемые в ЭВМ

(10)	(16)	(2)	(8)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	10	2
3	3	11	3
4	4	100	4
5	5	101	5
6	6	110	6
7	7	111	7
8	8	1000	10
9	9	1001	11
10	A	1010	12
11	B	1011	13
12	C	1100	14
13	D	1101	15
14	E	1110	16
15	F	1111	17
16	10	10000	20
...	...	...	...

**Смешанные СС** – в которой числа, заданные в некоторой системе счисления с основанием  $p$  изображаются с помощью цифр другой системы счисления с основанием  $q$ .

- Примером смешанной СС является **двоично-десятичная система**. В данной СС для изображения каждой десятичной цифры отводится 4 двоичных разряда, поскольку максимальная десятичная цифра 9 кодируется как  $1001_2$ . Например,  $925_{10} = 1001\ 0010\ 0101_{2-10}$ .
- Числа в таких СС называются **двоично-кодированными**.  
 $A2_{16} = 1010\ 0010_2 = 1010\ 0010_{2-16}$

# Перевод чисел из одной системы счисления в другую (из 10-й в любую)

Пример. Представить число  $89_{10}$  в двоичном виде.

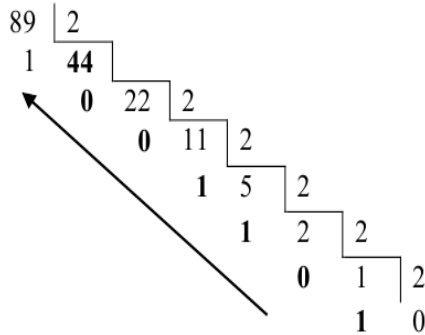


Рис. 1. Перевод числа  $89_{10}$  в двоичное представление

Результат перевода числа из десятичной системы в двоичную систему будет  $89_{10}=1011001_2$ .

$$344 = 2^8 + 88; 88 = 2^6 + 24; 24 = 2^4 + 8; 8 = 2^3.$$

Позиция	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Коэффициент	1	0	1	0	1	1	0	0	0

Ответ:  $101011000_2$ .

Число в десятичной СС	Степень числа 2	Число в двоичной СС
1	$2^0$	1
2	$2^1$	10
4	$2^2$	100
8	$2^3$	1000
16	$2^4$	10000
32	$2^5$	100000
64	$2^6$	1000000
128	$2^7$	10000000
256	$2^8$	100000000
512	$2^9$	1000000000
1024	$2^{10}$	10000000000

# Перевод чисел из одной системы счисления в другую (из любой в 10-ю)

**Пример 1.1.** Переведите число 110110,01 из двоичной системы в десятичную.

*Решение.*  $110110,01_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 32 + 16 + 4 + 2 + 0,25 = 54,25_{10}.$

*Ответ:*  $54,25_{10}.$

**Пример 1.2.** Переведите число 206,4 из восьмеричной системы в десятичную.

*Решение.*  $206,4_8 = 2 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} = 128 + 6 + 0,5 = 134,5_{10}.$

*Ответ:*  $134,5_{10}.$

**Пример 1.3.** Переведите число  $A2F,4$  из шестнадцатеричной системы в десятичную.

*Решение.*  $A2F,4_{16} = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 2560 + 32 + 15 + 0,25 = 2607,25_{10}.$

*Ответ:*  $2607,25_{10}.$



# Перевод чисел из любой системы счисления в двоичную и обратно (смешанная СС)

Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7
Триада	000	001	010	011	100	101	110	111

**Пример 1.10.** Переведите число 10011001111,0101 из двоичной системы в восьмеричную.

*Решение.*  $\underbrace{010}_2 \underbrace{011}_3 \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7, \underbrace{010}_2 \underbrace{100}_4 = 2317,24_8$

*Ответ:* 2317,24<sub>8</sub>.

Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7
Тетрада	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Цифра	8	9	A	B	C	D	E	F
Тетрада	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

**Пример 1.12.** Переведите число 1011111011,100011 из двоичной системы в шестнадцатеричную.

*Решение.*  $\underbrace{0101}_5 \underbrace{1111}_F \underbrace{1011}_B, \underbrace{1000}_8 \underbrace{1100}_C = 5FB,8C_{16}$

*Ответ:* 5FB,8C<sub>16</sub>.

*Например:*

$$1234,5_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{010}_2 \underbrace{011}_3 \underbrace{100}_4, \underbrace{101}_5; \quad 2ABCD_{16} = \underbrace{10}_2 \underbrace{1010}_A \underbrace{1011}_B \underbrace{1100}_C \underbrace{1101}_D;$$

$$2467,1_8 = \underbrace{010}_2 \underbrace{100}_4 \underbrace{110}_6 \underbrace{111}_7, \underbrace{001}_1; \quad FD97E_{16} = \underbrace{1111}_F \underbrace{1101}_D \underbrace{0011}_3 \underbrace{1011}_7 \underbrace{1110}_E.$$

# Контрольные вопросы и задания к п. 1.1.

1. Дайте определение системы счисления.
2. Назовите виды систем счисления.
3. Укажите, почему римская система счисления и старославянская буквенная система счисления относятся к непозиционным системам.
4. Укажите, почему десятичная система счисления относится к позиционным системам.
5. Укажите, что называют основанием позиционной системы счисления.
6. Назовите позиционные системы счисления.
7. Приведите выражение сокращённой записи любого числа в любой системе счисления с основанием  $q$ .
8. Укажите, какие преимущества имеет двоичная система счисления.
9. Укажите, какие системы счисления при работе компьютера вы знаете.
10. Укажите, как осуществляется перевод целого числа из десятичной системы счисления в двоичную систему.
11. Укажите, как осуществляется перевод восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему.
12. Укажите, как осуществляется перевод чисел из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную системы.

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**