

Лекция 8

ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Термины и понятия

| | |
|---|-----------------------------|
| Первая космическая скорость | Поле тяготения |
| Вторая космическая скорость | Полуось |
| Третья космическая скорость | Потенциал поля тяготения |
| Вес тела | Размерность чего? |
| Гелиоцентрическая система | Сила тяжести |
| Гравитационная постоянная | Силовая характеристика |
| Закон всемирного тяготения | Состояние невесомости |
| Законы движения планет | Суточное вращение |
| Конечные размеры тел | Точечная масса |
| Крутильные весы | Угол закручивания |
| Напряженность гравитационного поля | Шкала |
| Период обращения планет (вокруг Солнца) | Экспериментальная установка |

8.1. ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

К началу XVII столетия большинство ученых окончательно убедились в справедливости гелиоцентрической системы мира. Согласно этой системе, предложенной Николаем Коперником, Земля и все остальные планеты движутся вокруг Солнца, которое является центром нашей планетарной системы. Иоганн Кеплер, обработав результаты многочисленных наблюдений, проведенных Тихо Браге и им самим, получил законы движения планет вокруг Солнца:

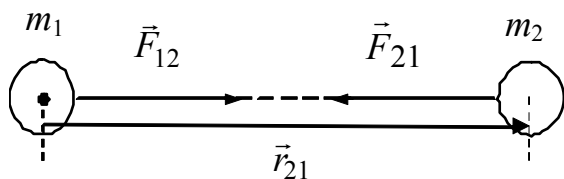
1. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.
2. Радиус – вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

Для объяснения этих законов нужно было найти силы, которые действуют на планеты. Однако ни Кеплеру, ни его современникам не удалось это сделать.

Впоследствии И. Ньютон на основании законов Кеплера и основных законов динамики открыл всеобщий закон всемирного тяготения. Согласно этому закону сила, с которой две материальные точки притягивают друг друга, пропорциональна массам этих точек и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (54)$$

Здесь γ – коэффициент пропорциональности, называемый гравитационной постоянной. Направлена сила вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие материальные точки. Сила действующая на тело массой m_2 со стороны тела массой m_1 направлена против радиус – вектора \vec{r} , определяющего положение тела 2 относительно тела 1, поэтому

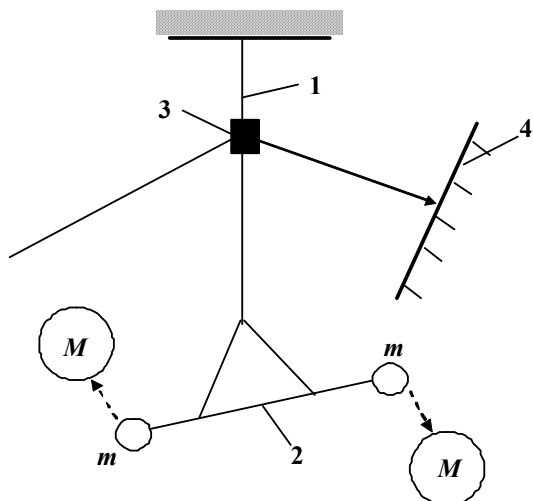


$$\vec{F}_{21} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_{21}.$$

Силы тяготения являются силами притяжения. Закон всемирного тяготения установлен для тел, принимаемых за материальные точки, то есть для таких тел, размеры которых малы по сравнению с расстояниями между ними. Для определения силы взаимодействия тел конечных размеров нужно решить сложную математическую задачу: разбить эти тела на точечные массы, подсчитать по формуле (54) силы притяжения между всеми попарно взятыми массами. Затем геометрически их сложить (проинтегрировать).

Точный расчет показывает, что формулой (54) можно пользоваться и для расчета силы взаимодействия между однородными шарами с массами m_1 и m_2 , понимая под r – расстояние между центрами шаров.

Необходимо отметить следующее. Масса фигурирует в двух различных законах: во втором законе Ньютона и в законе всемирного тяготения. В первом случае она характеризует инертные свойства тела, во втором – гравитационные свойства, т.е. способность тел притягивать друг друга. В связи с этим возникает вопрос: не следует ли различать инертную и гравитационную массы? В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу.



8.2. ОПЫТ КАВЕНДИША

Английский физик Кавендиш поставил опыт, позволивший измерить силу тяготения в лабораторных условиях и тем самым определить гравитационную постоянную. В качестве экспериментальной установки использовались крутильные весы, принцип устройства которых показан на рисунке.

На тонкой нити (1) подвешен легкий стержень (2), а на нити жестко закреплено небольшое зеркальце (3). Луч света, падая на зеркальце, отражается от него и попадает на шкалу (4). При повороте стержня отраженный луч перемещается по шкале, регистрируя тем самым угол закручивания нити. На концах стержня закреплены два свинцовых шарика с массами m каждый. К ним подносят два симметрично расположенных свинцовых шара с массами M . В результате взаимодействия, нить закручивается на некоторый угол до тех пор, пока сила упругости деформированной нити не уравновешивает силу гравитационного взаимодействия между шарами. Измерив силу взаимодействия по углу закручивания нити, зная массы шаров и расстояния между их центрами, можно определить гравитационную постоянную.

Значения γ принимается равным $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. С такой силой притягиваются друг к другу два тела массой по 1 кг, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга.

8.3. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЕННОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Механизм гравитационного взаимодействия представляется следующим образом. Каждое тело массы M создает вокруг себя поле. Если в некоторую точку этого поля поместить тело массы m , то поле действует на это тело с некоторой силой F .

Гравитационное поле материально. Оно существует независимо от нашего сознания и его можно обнаружить по его воздействию на физи-

ческие объекты, например на измерительные приборы. Гравитационное поле является одним из видов материи.

Для количественной характеристики поля тяготения вводится физическая величина, называемая напряженностью гравитационного поля. **Напряженность поля численно равна отношению силы тяготения, действующей на тело, к массе этого тела:**

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m},$$

напряженность определяется силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы.

Воспользовавшись законом тяготения (54) и положив в нем $m_1 = M$, $m_2 = m$, имеем

$$G = \gamma \frac{M}{r^2}$$

– напряженность поля, создаваемого материальной точкой массы M на расстоянии r от нее.

Напряженность поля является вектором, направленным в ту же сторону, что и сила тяготения.

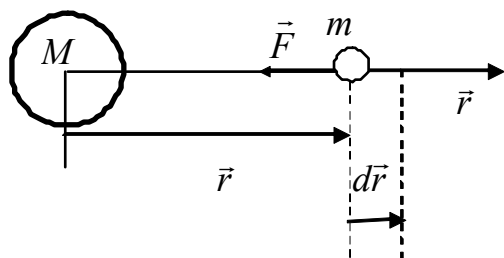
Напряженность есть силовая характеристика поля тяготения. Размерность \vec{G} совпадает с размерностью ускорения. Поскольку напряженность поля не зависит от массы вносимого в него тела m , то все тела, независимо от их массы падают вблизи поверхности Земли с одинаковым ускорением \vec{g} .

8.4. РАБОТА В ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ. ПОТЕНЦИАЛ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Вычислим работу, которую надо затратить для удаления тела массой m от Земли. На расстоянии r от Земли на тело действует сила.

$$dA = -\gamma \frac{Mm}{r^3} (\vec{r} d\vec{r}),$$

где M – масса Земли. При перемещении тела на расстояние dr совершается работа



$$dA = -\gamma \frac{Mm}{r^2} dr.$$

Знак « $-$ » появляется потому, что сила и перемещение направлены противоположно. При перемещении тела на конечное расстояние работа равна:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = - \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{Mm}{r^2} dr = m \left(\frac{\gamma M}{r_2} - \frac{\gamma M}{r_1} \right). \quad (55)$$

Из полученной формулы видно, что работа в поле тяготения не зависит от траектории, а определяется лишь начальным и конечным перемещением тела, то есть силы тяготения – консервативные силы.

Согласно формуле (28) работа, совершаемая консервативными силами, равна изменению потенциальной энергии системы, взятому с обратным знаком.

$$A = -(E_{\Pi_2} - E_{\Pi_1}) = E_{\Pi_1} - E_{\Pi_2}.$$

Из сравнения последнего выражения с формулой (55) получаем

$$E_{\Pi_1} - E_{\Pi_2} = -m \left(\frac{\gamma M}{r_1} - \frac{\gamma M}{r_2} \right). \quad (56)$$

Если принять потенциальную энергию при $r_2 \rightarrow \infty$ равной нулю, то (56) запишется в виде:

$$E_{\Pi_1} = - \frac{\gamma M m}{r_1}.$$

Так как первая точка была выбрана произвольно, то потенциальная энергия тела массы m в поле тяготения тела массой M равна

$$E_{\Pi} = - \frac{\gamma M m}{r}.$$

Потенциалом поля тяготения называется скалярная величина

$$\varphi = \frac{E_{\Pi}}{m},$$

равная потенциальной энергии, которой обладает тело единичной массы в данной точке поля. Потенциальная энергия равна работе поля по перемещению единичной массы из данной точки поля в бесконечность.

Итак, потенциал поля тяготения, создаваемого телом M , равен

$$\varphi = -\gamma \frac{M}{r},$$

где r – расстояние от этого тела до рассматриваемой точки. **Потенциал – энергетическая характеристика поля тяготения.**

8.5. ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ЗЕМЛИ

Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением, которое принято обозначать буквой \vec{g} . Это означа-

ет, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила

$$\vec{P} = m\vec{g},$$

называемая силой тяжести.

Вследствие вращения Земли вокруг собственной оси сила тяжести несколько отличается от силы тяготения. Если пренебречь суточным вращением Земли, то сила тяжести и сила гравитационного притяжения равны между собой:

$$mg = \gamma \frac{Mm}{R_0^2}, \quad (57)$$

где M – масса Земли, R_0 – радиус Земли. Эта формула верна для случая, когда тело находится вблизи поверхности Земли.

Если тело расположено на высоте h от поверхности Земли, тогда

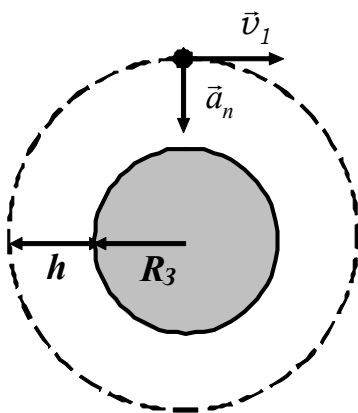
$$mg = \gamma \frac{Mm}{(R_0 + h)^2},$$

то есть сила тяжести, и ускорение свободного падения с удалением от поверхности Земли уменьшаются.

Следует различать силу тяжести и вес тела. Весом тела называют силу, с которой тело, вследствие притяжения к Земле действует на опору (или подвес). Эта сила равна $m\vec{g}$ лишь в том случае, если тело и опора (подвес) неподвижны относительно Земли. В случае их движения с некоторым ускорением \vec{a} вес не будет равен силе тяжести.

Состояние тела, при котором вес тела равен 0 , называется состоянием невесомости. Например, невесомыми являются тела, находящиеся в космических кораблях, которые свободно движутся в космосе.

8.6. КОСМИЧЕСКИЕ СКОРОСТИ



Первой космической скоростью v_1 называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вблизи поверхности Земли по круговой орбите, т.е. превратиться в искусственный спутник Земли.

Сила тяготения, действующая на спутник, сообщает ему нормальное ускорение $\vec{F}_m = m\vec{a}_n$, $a_n = \frac{v_1^2}{r}$, где r – радиус орбиты спутника. По вто-

рому закону Ньютона:

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = \frac{mv_1^2}{r}, \text{ или } \gamma \frac{mM}{(R_3 + h)^2} = \frac{mv_1^2}{R_3 + h}.$$

Учитываем, что спутник движется вблизи поверхности Земли, то $r \approx R_3$ (радиус Земли)

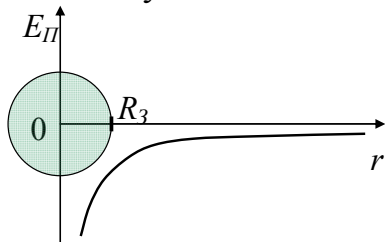
$$\gamma \frac{mM}{(R_3 + h)^2} = \frac{mv_1^2}{R_3 + h}; \quad h \ll R_3 \Rightarrow \gamma \frac{M}{R_3} = v_1^2.$$

Принимая во внимание формулу $F_m = gm = \gamma \frac{mM}{R_3^2}$, получим

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = 7,9 \text{ км/с}.$$

Этой скорости недостаточно, чтобы тело могло выйти из сферы земного притяжения.

Второй космической скоростью v_2 называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и уйти в космическое пространство.



Потенциальная энергия на большом расстоянии от Земли стремится к 0.

Кинетическая энергия должна быть равна работе (ΔE_K), совершаемой против сил тяготения.

Эту скорость найдем из равенства кинетической энергии тела работе, совершаемой против сил тяготения:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_3}^{\infty} \gamma \frac{mM_3}{r^2} dr = \gamma \frac{mM_3}{R_3}, \text{ или}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = \gamma \frac{mM_3}{R_3} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \underbrace{\gamma \frac{M_3}{R_3^2}}_g \cdot R_3} = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \frac{\text{км}}{\text{с}},$$

откуда $v_2 = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \text{ км/с}.$

Третьей космической скоростью v_3 называется скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно могло преодолеть притяжение Солнца и покинуло пределы Солнечной системы. Третья космическая скорость $v_3 = 16,7 \text{ км/с}.$

Впервые космические скорости были достигнуты в СССР: первая – при запуске первого искусственного спутника Земли в 1957 г., вторая –

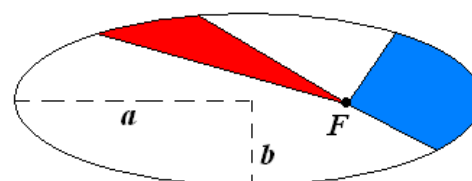
в 1959 г. при запуске ракеты, которая вышла из сферы земного притяжения и стала первой искусственной планетой нашей Солнечной системы. В 1961 г. Юрий Алексеевич Гагарин совершил полет вокруг Земли и благополучно приземлился.

ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА. ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТ

Законы Кеплера описывают движение тел в центральном поле, каковым является поле тяготения. Кеплер (1571 – 1630 гг.) уточнил результаты наблюдений датского астронома Браге (1546 – 1601 гг.) и сформулировал законы движения планет Солнечной системы.

Первый закон. Планеты Солнечной системы вращаются по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

Второй закон. Радиус-вектор планет, определяющий её положение относительно Солнца, за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.



Третий закон. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Для круговых орбит $a = R$.

Законы Кеплера являются следствием законов Ньютона.

Например, третий закон Кеплера. Для частного случая движения планет по круговой орбите. Планеты движутся вокруг Солнца, следовательно, сила гравитационного взаимодействия планеты массой m_1 и Солнца

равна по второму закону Ньютона:
$$\gamma \frac{m_1 M_c}{R_1^2} = \frac{m_1 v_1^2}{R_1} = m_1 \omega_1^2 R_1^2 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1^2.$$

Для сравнения периодов обращения планет вокруг Солнца запишем это выражение для двух планет массами m_1 и m_2 :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для планеты 1: масса Солнца } M_c = \frac{4\pi^2 R_1^3}{\gamma T_1^2} \\ \text{Для планеты 2: масса Солнца } M_c = \frac{4\pi^2 R_2^3}{\gamma T_2^2} \end{array} \right\} \frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
2. Что такое все тела и в чем состоит его отличие от силы тяжести?
3. Что такое напряженность поля тяготения?
4. Почему тяжелое тело не падает быстрее легкого?
5. Что такое первая, вторая и третья космические скорости?
6. Как вычисляются первая и вторая космические скорости?

Слова и выражения

| | |
|----------------------|------------------------|
| Благополучно | Полет |
| В связи с чем | Понимать что? под чем? |
| Вблизи | Попарно |
| Вносимый куда? | Предложенный |
| Впоследствии | Предложить |
| Вследствие чего? | Приземлиться |
| До тех пор, пока | Принято |
| Жестко | Притягивать |
| Закрепить | Провести наблюдения |
| Космос | Произвольно |
| Луч (света) | Промежуток времени |
| Материально | Пропорционально |
| Многочисленный | Различать |
| На основании чего | Следует что делать? |
| Независимо от чего? | Современник |
| Окончательно | Сознание |
| Опыт | Справедливость |
| Орбита | Спутник |
| Остальной | Столетие |
| Отработать | Сфера |
| Отраженный | Убедиться |
| Отразить | Удастся |
| Под действием чего? | Устройство |
| Подвешен, -а, -о, -ы | Фигурировать |
| Подсчитать | Эксперимент |
| | Эллипс |