

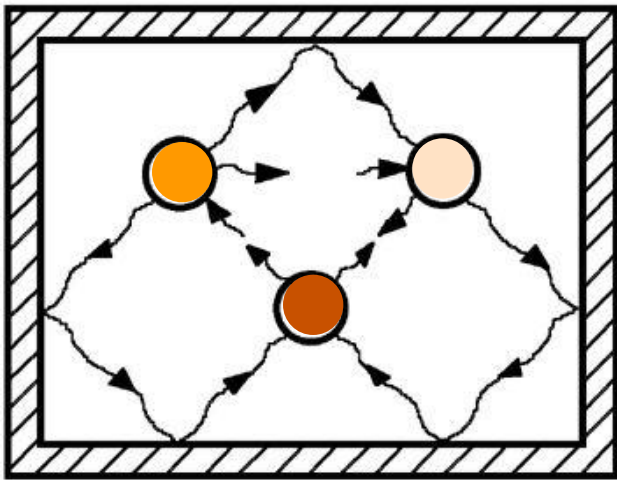
# **Квантовая природа излучения**

## **Содержание лекции:**

- **Тепловое излучение**
- **Закон Кирхгофа**
- **Законы Стефана – Больцмана, Вина**
- **Формула Планка**

# 1. Тепловое излучение

*Тепловое излучение* – электромагнитное излучение, испускаемое телами за счет их внутренней энергии.



Окружим несколько нагретых излучающих тел идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой:

по истечении некоторого промежутка времени в системе «Излучающие тела + излучение в полости» установится **термодинамическое равновесие**: температуры тел станут равными, распределение энергии между телами и излучением не будет меняться со временем.

- Единственным видом излучения, которое может находиться **в равновесии** с излучающими телами, является тепловое излучение.
- При нарушении равновесия в данной системе возникают процессы, восстанавливающие его: температура тела изменяется таким образом, чтобы количество поглощаемой телом энергии совпадало с количеством излучаемой.
- Равновесное излучение характеризуется температурой тела, с которым оно находится в равновесии.
- Равновесное излучение однородно, изотропно и неполяризовано.

Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла  $2\pi$ ) называется **энергетической светимостью тела  $R$** .

**Излучение состоит из волн различных частот:**

поток энергии в интервале частот  $d\omega$  есть

$$dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega$$

$r_{\omega,T}$  - **спектральная плотность энергетической светимости** или **испускательная способность тела**.

**Энергетическая светимость (интегральная испускательная способность):**

$$R_T = \int_0^{\infty} dR_{\omega,T} = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega$$

Через длину волны:

$$dR_{\lambda,T} = r_{\lambda,T} d\lambda$$

где

$$r_{\omega,T} = r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{2\pi c}$$

Пусть на поверхность тела падает поток энергии  $d\Phi_{\omega}$  в интервале частот  $d\omega$ :

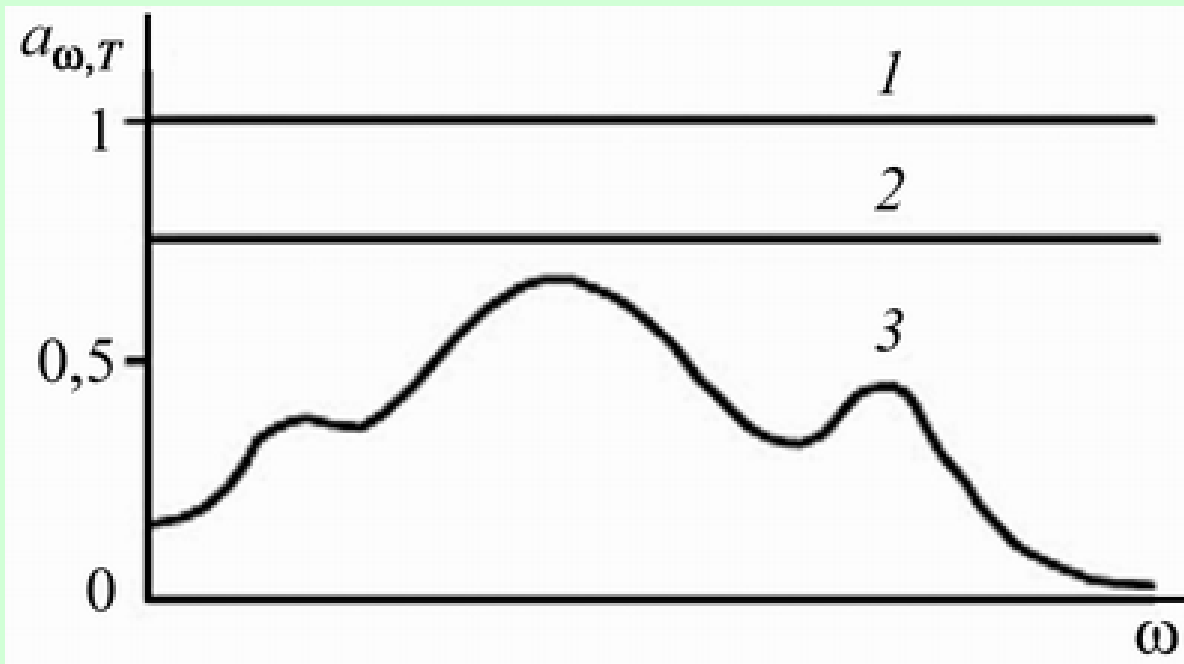
**часть его  $d\Phi'_{\omega}$  поглотится телом:**

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}}$$

**- поглощательная способность тела.**

Тело, у которого  $a_{\omega,T} < 1$  и одинакова по всему диапазону частот, называют **серым телом**.

Тело, у которого  $a_{\omega,T} = 1$  на всех частотах и при любых температурах - **абсолютно черное тело**.

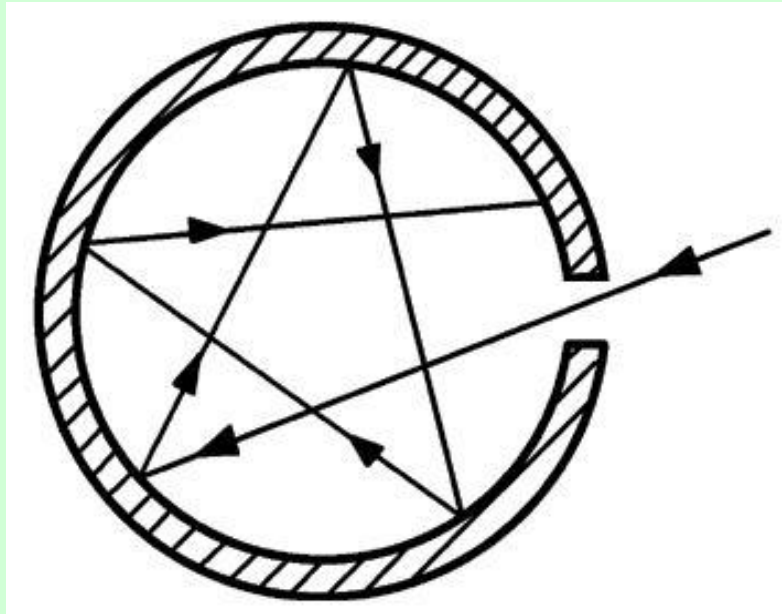


### Спектральная поглощательная способность тела:

1 – абсолютно черное тело;

2 – серое тело;

3 – реальное тело (отражает часть энергии падающего на него излучения)



### **Модель абсолютно черного тела:**

замкнутая полость с малым отверстием, диаметр которого значительно меньше поперечных размеров полости.

Излучение через отверстие попадает на стенки полости, частично поглощаясь ими. При малых размерах отверстия луч должен претерпеть множество отражений, прежде чем он сможет выйти из отверстия.

При многократных повторных переотражениях на стенках полости излучение, попавшее в полость, практически полностью поглотится.

## 2. Закон Кирхгофа

Между испускательной и поглотительной способностями любого тела имеется связь:

Можно показать, что

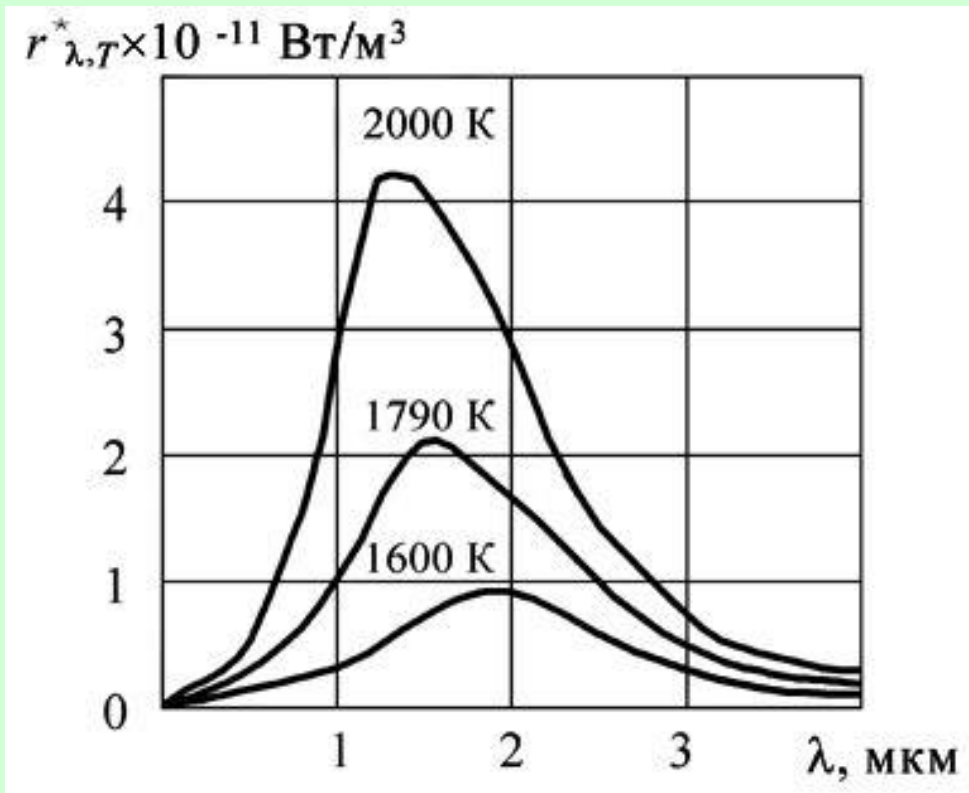
$$\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}} = f(\omega, T) \quad - \text{закон Киргофа}$$

*- отношение испускательной и поглотительной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры.*

**$f(\omega, T)$  - универсальная функция Кирхгофа.**

Для абсолютно черного тела  $a_{\omega, T} = 1$ , т.е.  $f(\omega, T)$  есть испускательная способность абсолютно черного тела.





## Зависимость испускательной способности абсолютно черного тела от длины волны

Площадь, охваченная кривой, есть энергетическая светимость абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

Энергетическая светимость абсолютно черного тела возрастает с температурой

Максимум испускательной способности с ростом  $T$  сдвигается в сторону более коротких волн

### 3. Законы Стефана – Больцмана, Вина

Для энергетической светимости абсолютно черного тела выполняется соотношение:

$$R^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4$$

– *закон Стефана-Больцмана*

где

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \quad \text{– постоянная Стефана - Больцмана.}$$

$T$  – термодинамическая температура

При рассмотрении термодинамического процесса сжатия излучения, заключенном в полости с зеркальными стенками, Вин обнаружил, что **в силу эффекта Доплера происходит изменение частоты излучения**, отраженного от движущегося зеркала.

В результате было установлено, что **испускательная способность абсолютно черного тела имеет максимум на длине волны, которая при изменении температуры тела изменяется так, чтобы выполнялось условие:**

$$\lambda_m T = b \quad - \text{закон смещения Вина}$$

$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  – постоянная Вина.

*- при повышении температуры абсолютно черного тела положение максимума его испускательной способности смещается в коротковолновую область спектра.*

## 4. Формула Планка

Рассмотрим абсолютно черное тело, помещенное в полость с идеально отражающими стенками.

Температура тела –  $T$ .

Спустя некоторое время полость равномерно заполнится равновесным тепловым излучением с **объемной плотностью энергии  $u(T)$** , которую можно разложить по спектру частот:

$$u(T) = \int_0^{\infty} u_{\omega, T} d\omega$$

**$u_{\omega, T}$  – спектральная плотность энергии.**

Спектральная плотность энергии теплового излучения связана с испускательной способностью абсолютно черного тела  
следующим образом:

$$u_{\omega, T} = \frac{4}{c} r_{\omega, T}^*$$

**Излучение в полости представляет собой суперпозицию бегущих и отраженных волн – стоячие электромагнитные волны с узлами на стенках полости.**

Каждая волна может быть рассмотрена как система с двумя степенями свободы – электрической и магнитной.

Согласно **классической** теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия на каждую степень свободы приходится в среднем энергия

$$\frac{1}{2} kT \quad \left( \text{Полная энергия } \langle \varepsilon \rangle = kT \right)$$

В этом случае **испускательная способность абсолютно черного тела может быть представлена в виде**

$$r_{\omega, T}^* = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad - \text{ формула Рэля - Джинса}$$

Формула хорошо согласуется с экспериментом при больших длинах волн и **резко расходится с ним при малых длинах ВОЛН**, т.к.

$$R^* = \int_0^{\infty} r_{\omega, T}^* d\omega = \frac{kT}{4\pi^2 c^2} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega \rightarrow \infty$$

Этот результат получил название «**ультрафиолетовой катастрофы**».

Для решения данной проблемы Планк предложил рассматривать процесс излучения **отдельными порциями энергии – квантами**, пропорциональными частоте излучения:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

где

$$\left. \begin{aligned} h &= 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ \hbar &= \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{квант действия} \\ \text{(постоянная Планка)} \end{array}$$

Тогда средняя энергия излучения может быть представлена как

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega / kT) - 1}$$

В этом случае испускательная способность абсолютно черного тела представляет собой

$$r_{\omega,T}^* \equiv f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp(\hbar\omega / kT) - 1}$$

- формула Планка

Формула согласуется с экспериментом на всех частотах и при всех температурах.

1. При низких частотах:  $\hbar\omega \ll kT$

$$\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$$

Тогда

$$r_{\omega,T}^* = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$$

- переходит в формулу Рэля-Джинса



2) в области высоких частот:  $\hbar\omega \gg kT$

$$r_{\omega,T}^* = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}}$$

- формула Вина

